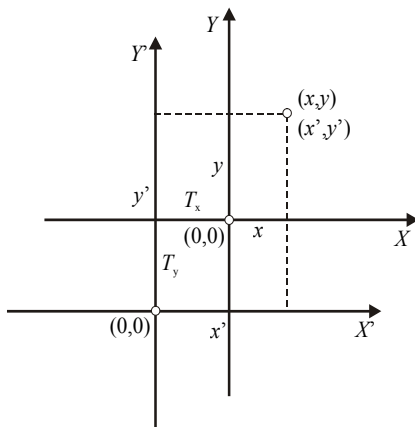


Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί

- Βασικοί γεωμετρικοί μετασχηματισμοί
 - Μετάθεσης
 - Στροφής
 - Κλίμακας
 - Ομοιότητας
 - Ομοπαράλληλος
- Τομή ευθυγράμμων τμημάτων
- Χωρικές ιδιότητες διακριτών σημείων
 - Βαρύκεντρο
 - Τυπική απόσταση
 - Σημεία εντός/εκτός πολυγώνου
 - Διάγραμμα Voronoi
- Τοπολογικές απεικονίσεις
 - Ισόχρονη Αξιμουθιακή Απεικόνιση
 - Εστιακές απεικονίσεις
 - Πολυ-εστιακές απεικονίσεις

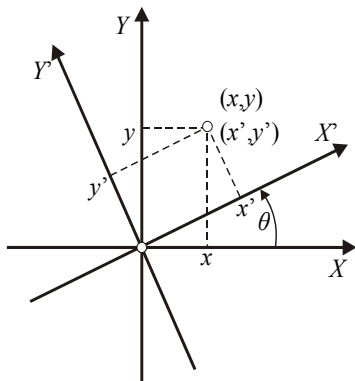
Μετασχηματισμός μετάθεσης



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Ο μετασχηματισμός μετάθεσης διατηρεί αναλλοίωτες τις αποστάσεις, τις διευθύνσεις και την ιδιότητα της συνδεσιμότητας μεταξύ των γραφικών αντικειμένων

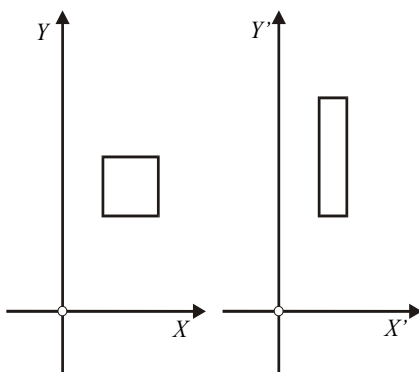
Μετασχηματισμός στροφής



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Ο μετασχηματισμός στροφής διατηρεί αναλλοίωτες τις αποστάσεις, τις γωνίες και την ιδιότητα της συνδεσιμότητας μεταξύ των γραφικών αντικειμένων

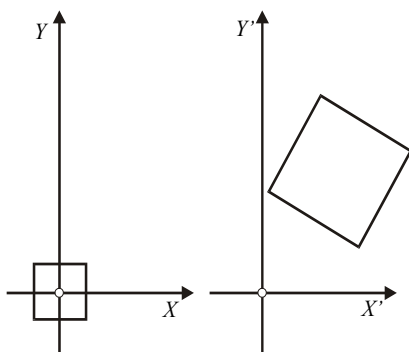
Μετασχηματισμός κλίμακας



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Μετασχηματισμός ομοιότητας

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



$$x' = ax + by + c,$$

$$y' = -bx + ay + d.$$

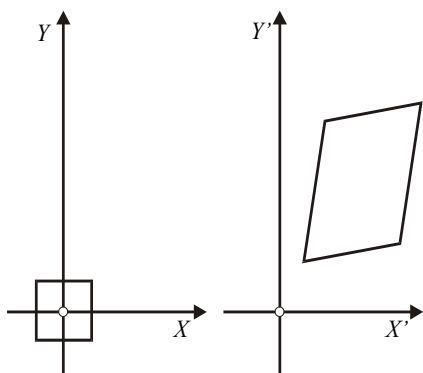
Μετάθεση: $T_x = c$ και $T_y = d$

Στροφή: $\theta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$

Κλίμακα: $S = \sqrt{a^2 + b^2}$

Ομοπαράλληλος μετασχηματισμός

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta_x & \sin \theta_y \\ -\sin \theta_x & \cos \theta_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



$$x' = ax + by + c,$$

$$y' = dx + ey + f.$$

Μετάθεση: $T_x = c$ και $T_y = f$

$$\theta_x = \arctan\left(-\frac{d}{a}\right)$$

Στροφές:

$$\theta_y = \arctan\left(\frac{b}{e}\right)$$

Κλίμακες: $S_x = \sqrt{a^2 + d^2}$

$$S_y = \sqrt{b^2 + e^2}$$

ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ:

$$a x + b y + c = 0$$

$$y = a x + \beta \quad \alpha = -\frac{a}{b} \quad \beta = -\frac{c}{b}$$

$p(x_1, y_1)$ και $q(x_2, y_2)$

$$a = y_1 - y_2,$$

$$b = x_2 - x_1 \text{ και}$$

$$c = y_2 x_1 - y_1 x_2.$$

$\tau(\mu, \lambda)$

$$a_1 \mu + b_1 \lambda + c_1 = 0 \text{ και}$$

$$a_2 \mu + b_2 \lambda + c_2 = 0,$$

$$\mu = \frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \text{ και}$$

$$\lambda = \frac{a_2 c_1 - a_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \text{ όπου } : a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0$$

	3&4 ΣΤΗΝ ΙΔΙΑ ΠΛΕΥΡΑ ΤΟΥ Α	3 ΣΤΟ Α 4 ΟΧΙ	3&4 ΣΤΟ Α	4 ΣΤΟ Α 3 ΟΧΙ	3&4 ΕΚΑΤΕΡΩΘΕΝ ΤΟΥ Α	1&2 ΠΟΛΥ ΚΟΝΤΑ
1&2 ΣΤΗΝ ΙΔΙΑ ΠΛΕΥΡΑ ΤΟΥ Β						
1 ΣΤΟ Β 2 ΟΧΙ						
1&2 ΣΤΟ Β						
2 ΣΤΟ Β 1 ΟΧΙ						
1&2 ΕΚΑΤΕΡΩΘΕΝ ΤΟΥ Β						
3&4 ΠΟΛΥ ΚΟΝΤΑ						

- Τα άκρα 1 και 2 του Α βρίσκονται στην ίδια πλευρά του Β.
- Το άκρο 1 βρίσκεται πάνω στην ευθεία του Β ενώ το 2 δεν βρίσκεται.
- Τα άκρα 1 και 2 βρίσκονται πάνω στην ευθεία του Β.
- Το άκρο 2 βρίσκεται πάνω στην ευθεία του Β ενώ το 1 δεν βρίσκεται.
- Τα άκρα 1 και 2 βρίσκονται εκατέρωθεν του Β.
- Τα άκρα του Β (3 και 4) βρίσκονται τόσο κοντά μεταξύ τους ώστε δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί η αναλυτική εξίσωση της ευθείας (απέχουν τουλάχιστον όσο είναι η ανοχή).

Τομή ευθυγράμμων τμημάτων

(3/3)

	3&4 ΣΤΗΝ ΙΔΙΑ ΠΛΕΥΡΑ ΤΟΥ Α	3 ΣΤΟ Α 4 ΟΧΙ	3&4 ΣΤΟ Α	4 ΣΤΟ Α 3 ΟΧΙ	3&4 ΕΚΑΤ/ΘΕΝ ΤΟΥ Α	1&2 ΠΟΛΥ ΚΟΝΤΑ
1&2 ΣΤΗΝ ΙΔΙΑ ΠΛΕΥΡΑ ΤΟΥ Β	1	1	1 (?)	1	1	1
1 ΣΤΟ Β 2 ΟΧΙ	1	2 $\mu=x_1$ $\lambda=y_1$	2 (?) $\mu=x_1$ $\lambda=y_1$	2 $\mu=x_1$ $\lambda=y_1$	2 $\mu=x_1$ $\lambda=y_1$	2 (?) $\mu=x_1$ $\lambda=y_1$
1&2 ΣΤΟ Β	1 (?)	2 (?) $\mu=x_3$ $\lambda=y_3$	4 επικ/ψη	2 (?) $\mu=x_4$ $\lambda=y_4$	2 (?) Μεσαίο 1&2	4 $\mu=x_1$ $\lambda=y_1$
2 ΣΤΟ Β 1 ΟΧΙ	1 (?)	2 $\mu=x_2$ $\lambda=y_2$	2 (?) $\mu=x_2$ $\lambda=y_2$	2 $\mu=x_2$ $\lambda=y_2$	2 $\mu=x_2$ $\lambda=y_2$	2 (?) $\mu=x_2$ $\lambda=y_2$
1&2 ΕΚΑΤ/ΘΕΝ ΤΟΥ Β	1 (?)	2 $\mu=x_3$ $\lambda=y_3$	2 (?) μεσαίο 3&4	2 $\mu=x_4$ $\lambda=y_4$	3 τυπική τομή	3 (?) μεσαίο 1&2
3&4 ΠΟΛΥ ΚΟΝΤΑ	1 (?)	2 (?) $\mu=x_3$ $\lambda=y_3$	2 $\mu=x_3$ $\lambda=y_3$	2 (?) $\mu=x_4$ $\lambda=y_4$	3 (?) Μεσαίο 3&4	2 $\mu=x_1$ $\lambda=y_1$

1: Τα ευθύγραμμα τμήματα δεν τέμνονται μεταξύ των άκρων τους.

2: Το άκρο του ενός ευθυγράμμου τμήματος ανήκει στην ευθεία του άλλου ευθυγράμμου τμήματος.

3: Τα δύο ευθύγραμμα τμήματα τέμνονται κανονικά.

4: Τα δύο ευθύγραμμα τμήματα ανήκουν στην ίδια ευθεία και επικαλύπτονται.

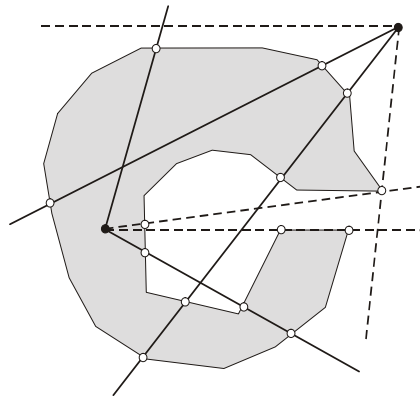
ΒΑΡΥΚΕΝΤΡΟ:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i}{\sum_{i=1}^n w_i}.$$

ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ: $d_s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}.$

$$s_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \text{και} \quad s_y = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}.$$

Ανίχνευση σημείου εντός/εκτός ενός κυτού ή μη-κυρτού πολυγώνου

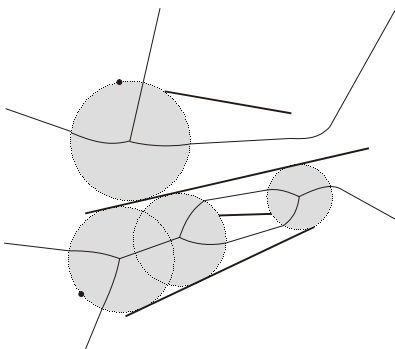


Θεώρημα Jourdan

Διάγραμμα Voronoi

Σύνολο γραφικών αντικειμένων: $S = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$

Νόμος εγγύτερης απόστασης



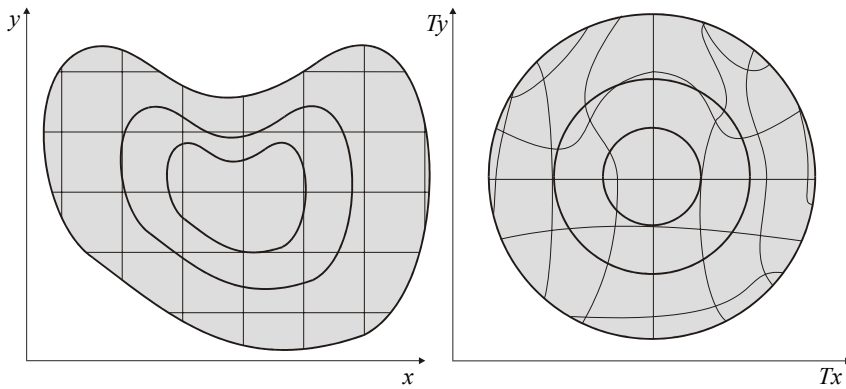
Διάμεσος:

$$B_{ij} = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid d(x, l_i) = d(x, l_j)\},$$

Περιοχή Voronoi:

$$v_i = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid d(x, l_i) \leq d(x, l_j) \forall j\}.$$

Ισόχρονη αζιμουθιακή ισαπέχουσα προβολή



$$x' = t \sin \alpha \text{ και} \\ y' = t \cos \alpha,$$

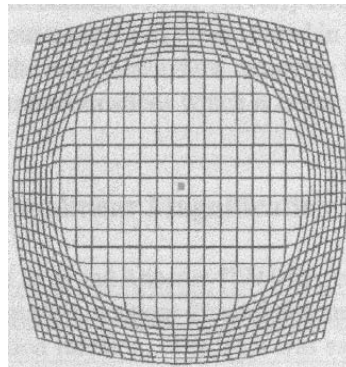
$$\alpha = \arctan \frac{x - x_0}{y - y_0}$$

Εστιακές απεικονίσεις

$$x' = x + \frac{A dx}{1 + C R^2} = x + \Delta x \text{ και} \\ y' = y + \frac{A dy}{1 + C R^2} = y + \Delta y.$$

$$R \sin \alpha = x - x_0 = dx \text{ και}$$

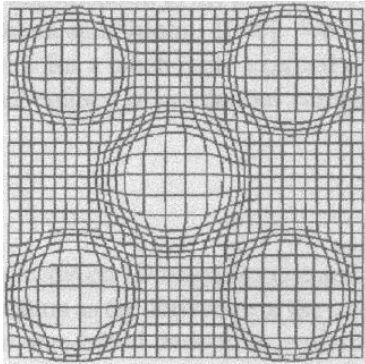
$$R \cos \alpha = y - y_0 = dy.$$



Πολυ-εστιακές απεικονίσεις

$$x' = x + \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n = x + \sum_{i=1}^n \Delta x_i \quad \text{και}$$

$$y' = y + \Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + \Delta y_n = y + \sum_{i=1}^n \Delta y_i.$$



$$x' = x + \sum_{i=1}^n \frac{A_i(x - x_i)}{1 + C_i R_i^2} \quad \text{και}$$

$$y' = y + \sum_{i=1}^n \frac{A_i(y - y_i)}{1 + C_i R_i^2},$$

$$R_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}.$$