

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΙΚΩΝ ΠΡΟΒΟΛΩΝ

ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΜΕΡΚΑΤΟΡΙΚΗ ΠΡΟΒΟΛΗ

Οι σχέσεις της Εγκάρσιας Μερκατορικής Προβολής στο ελλειψοειδές μπορούν να προκύψουν από την Εγκάρσια Ισαπέχουσα Προβολή – Cassini εφαρμόζοντας τη συνθήκη της συμμορφίας ή με τη βοήθεια αναλυτικών μιγαδικών συναρτήσεων. Οι σχέσεις της προβολής μπορούν επιπλέον να αναπτυχθούν με τη βοήθεια αριθμητικών μεθόδων σε σειρές. Έτσι, για περιοχές έκτασης 10° - 12° κατά τη διεύθυνση του γεωγραφικού μήκους (λ) και μέχρι το γεωγραφικό πλάτος (φ) των 61° , οι ορθογώνιες συντεταγμένες (x, y) προσδιορίζονται από τις γεωγραφικές (φ, λ) με τις σχέσεις:

$$x = N\Delta\lambda \cos \varphi + \frac{N\Delta\lambda^3 \cos^3 \varphi}{6} (1 - t^2 + n^2) + \frac{N\Delta\lambda^5 \cos^5 \varphi}{120} \begin{pmatrix} 5 - 18t^2 + t^4 + 14n^2 - \\ - 58t^2 n^2 + 13n^4 + 4n^6 - \\ - 64t^2 n^4 - 24t^2 n^6 \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{N\Delta\lambda^7 \cos^7 \varphi}{5.040} (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6),$$

$$y = M + \frac{N\Delta\lambda^2 \sin \varphi \cos \varphi}{2} + \frac{N\Delta\lambda^4 \sin \varphi \cos^3 \varphi}{24} (5 - t^2 + 9n^2 + 4n^4) +$$

$$+ \frac{N\Delta\lambda^6 \sin \varphi \cos^5 \varphi}{720} \begin{pmatrix} 61 - 58t^2 + t^4 + 270n^2 - 330t^2 n^2 + 445n^4 + 324n^6 - \\ - 680t^2 n^4 + 88n^8 - 600t^2 n^6 - 192t^2 n^8 \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{N\Delta\lambda^8 \sin \varphi \cos^7 \varphi}{40.320} (1.385 - 3.111t^2 + 543t^4 - t^6),$$

όπου $t = \tan \varphi$, $n^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi$, με e την πρώτη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς, M

το τόξο μεσημβρινού από τον ισημερινό μέχρι το πλάτος φ , $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ η διαφορά κατά γεωγραφικό μήκος από τον κεντρικό μεσημβρινό λ_0 και N η ακτίνα της κυρίας καθέτου.

Οι γεωγραφικές συντεταγμένες (φ, λ) προσδιορίζονται από τις ορθογώνιες (x, y) με τις σχέσεις:

$$\Delta\varphi = -\frac{x^2 t_1}{2\rho_1 N_1} + \frac{x^4 t_1}{24\rho_1 N_1^3} (5 + 3t_1^2 + n_1^2 - 4n_1^4 - 9t_1^2 n_1^2) -$$

$$- \frac{x^6 t_1}{720\rho_1 N_1^5} \begin{pmatrix} 61 + 90t_1^2 + 46n_1^2 + 45t_1^4 - 252t_1^2 n_1^2 - 3n_1^4 + 100n_1^6 - 66t_1^2 n_1^4 - \\ - 90t_1^4 n_1^2 + 88n_1^8 + 225t_1^4 n_1^4 + 84t_1^2 n_1^6 - 192t_1^2 n_1^8 \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{x^8 t_1}{40.320\rho_1 N_1^7} (1.385 + 3.633t_1^2 + 4.095t_1^4 + 1.574t_1^6),$$

$$\Delta\lambda = \frac{x}{N_1 \cos \varphi_1} - \frac{x^3}{6N_1^3 \cos \varphi_1} (1 + 2t_1^2 + n_1^2) + \frac{x^5}{120N_1^5 \cos \varphi_1} \left(\begin{aligned} &5 + 28t_1^2 + 6n_1^2 + 24t_1^4 + \\ &+ 8t_1^2 n_1^2 - 3n_1^4 - 4n_1^6 + \\ &+ 4t_1^2 n_1^4 + 24t_1^2 n_1^6 \end{aligned} \right) -$$

$$- \frac{x^7}{5.040N_1^7 \cos \varphi_1} (61 + 662t_1^2 + 1.320t_1^4 + 720t_1^6),$$

όπου φ_1 είναι το γεωγραφικό πλάτος της προβολής κάθε σημείου στον κεντρικό μεσημβρινό κατά τη διεύθυνση της γεωδαισιακής γραμμής, είναι δηλαδή εκείνο το γεωγραφικό πλάτος που αντιστοιχεί σε τόξο μεσημβρινού $M_1 = y$, $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_1$, $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ η διαφορά κατά γεωγραφικό μήκος από τον κεντρικό μεσημβρινό λ_0 , N_1 η ακτίνα της κυρίας καθέτου και ρ_1 η ακτίνα καμπυλότητας του μεσημβρινού στο γεωγραφικό πλάτος φ_1 , $t_1 = \tan \varphi_1$ και $n_1^2 = \frac{e^2}{1-e^2} \cos^2 \varphi_1$ στο γεωγραφικό πλάτος φ_1 , με e την πρώτη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς.

Ο προσδιορισμός της σύγκλισης των μεσημβρινών (γ) από γεωγραφικές συντεταγμένες (φ, λ) γίνεται με τη σχέση:

$$\gamma = \Delta\lambda \sin \varphi + \frac{\Delta\lambda^3 \sin \varphi \cos^2 \varphi}{3} (1 + 3n^2 + 2n^4) +$$

$$+ \frac{\Delta\lambda^5 \sin \varphi \cos^4 \varphi}{15} \left(\begin{aligned} &2 - t^2 + 15n^2 + 35n^4 - 15t^2 n^2 + 33n^6 - \\ &- 50t^2 n^4 + 11n^8 - 60t^2 n^6 - 24t^2 n^8 \end{aligned} \right) +$$

$$+ \frac{\Delta\lambda^7 \sin \varphi \cos^6 \varphi}{315} (17 - 26t^2 + 2t^4).$$

όπου $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ η διαφορά κατά γεωγραφικό μήκος από τον κεντρικό μεσημβρινό λ_0 ,

$t = \tan \varphi$ και $n^2 = \frac{e^2}{1-e^2} \cos^2 \varphi$, με e την πρώτη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς.

Ενώ ο προσδιορισμός της σύγκλισης των μεσημβρινών (γ) από ορθογώνιες συντεταγμένες (x, y) γίνεται με τη σχέση:

$$\gamma = \frac{x t_1}{N_1} - \frac{x^3 t_1}{3N_1^3} (1 + t_1^2 - n_1^2 - 2n_1^4) + \frac{x^5 t_1}{15N_1^5} \left(\begin{aligned} &2 + 5t_1^2 + 2n_1^2 + 3t_1^4 + t_1^2 n_1^2 + 9n_1^4 + 20n_1^6 - \\ &- 7t_1^2 n_1^4 - 27t_1^2 n_1^6 + 11n_1^8 - 24t_1^2 n_1^8 \end{aligned} \right) -$$

$$- \frac{x^7 t_1}{315N_1^7} (17 + 77t_1^2 + 105t_1^4 + 45t_1^6).$$

όπου N_1 η ακτίνα της κυρίας καθέτου, $t_1 = \tan \varphi_1$ και $n_1^2 = \frac{e^2}{1-e^2} \cos^2 \varphi_1$, με e την πρώτη

εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς και φ_1 το γεωγραφικό πλάτος της προβολής κάθε σημείου στον κεντρικό μεσημβρινό κατά τη διεύθυνση της γεωδαισιακής γραμμής.

Η κλίμακα γραμμικής παραμόρφωσης (m) προσδιορίζεται από τις γεωγραφικές συντεταγμένες (φ, λ) με τη βοήθεια της σχέσης:

$$m = 1 + \frac{\Delta\lambda^2 \cos^2 \varphi}{2} (1 + n^2) + \frac{\Delta\lambda^4 \cos^4 \varphi}{24} \left(\frac{5 - 4t^2 + 14n^2 + 13n^4 - 28t^2 n^2}{+ 4n^6 - 48t^2 n^4 - 24t^2 n^6} \right) + \frac{\Delta\lambda^6 \cos^6 \varphi}{720} (61 - 148t^2 + 16t^4).$$

όπου $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ η διαφορά κατά γεωγραφικό μήκος από τον κεντρικό μεσημβρινό λ_0 ,

$t = \tan \varphi$ και $n^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi$, με e την πρώτη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς.

Ενώ, τέλος, ο προσδιορισμός της κλίμακας γραμμικής παραμόρφωσης (m) από τις ορθογώνιες συντεταγμένες (x, y) γίνεται με τη βοήθεια της σχέσης:

$$m = 1 + \frac{x^2}{2N_1^2} (1 + n_1^2) + \frac{x^4}{24N_1^4} (1 + 6n_1^2 + 9n_1^4 + 4n_1^6 - 24t_1^2 n_1^4 - 24t_1^2 n_1^6) + \frac{x^6}{720N_1^6}.$$

όπου N_1 η ακτίνα της κυρίας καθέτου, $t_1 = \tan \varphi_1$ και $n_1^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi_1$, με e την πρώτη

εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς και φ_1 το γεωγραφικό πλάτος της προβολής κάθε σημείου στον κεντρικό μεσημβρινό κατά τη διεύθυνση της γεωδαισιακής γραμμής.

ΠΛΑΓΙΑ ΑΖΙΜΟΥΘΙΑΚΗ ΙΣΑΠΕΧΟΥΣΑ ΠΡΟΒΟΛΗ (HATT)

Οι σχέσεις της Πλάγιας Αζιμουθιακής Ισαπέχουσας Προβολής (Hatt) στο ελλειψοειδές μπορούν να αναπτυχθούν με τη βοήθεια αριθμητικών μεθόδων σε σειρές. Έτσι, για περιοχές έκτασης $1^\circ \times 1^\circ$ κατά τη διεύθυνση του γεωγραφικού μήκους (λ) και του γεωγραφικού πλάτους (φ), οι ορθογώνιες συντεταγμένες (x, y) προσδιορίζονται από τις γεωγραφικές (φ, λ) με τις σχέσεις:

$$x = N_0 \Delta\lambda \cos \varphi_0 - \rho_0 \Delta\lambda \Delta\varphi \sin \varphi_0 - \frac{1}{6} \rho_0 \Delta\lambda \Delta\varphi^2 \cos \varphi_0 (2 + 9t_0^2 n_0^2) - \frac{1}{6} N_0 \Delta\lambda^3 \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0,$$

$$y = \rho_0 \Delta\varphi + \frac{1}{2} N_0 \Delta\lambda^2 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + \frac{3}{2N_0} \rho_0^2 \Delta\varphi^2 t_0 n_0^2 +$$

$$+ \frac{1}{6} \rho_0 \Delta \lambda^2 \Delta \varphi (1 - 4 \sin^2 \varphi_0 + n_0^2 \cos^2 \varphi_0).$$

όπου N_0 η ακτίνα της κυρίας καθέτου και ρ_0 η ακτίνα καμπυλότητας μεσημβρινού στο κέντρο φύλλου (φ_0, λ_0) , $\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0$ και $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0$ η διαφορά κατά γεωγραφικό μήκος και πλάτος από το κέντρο φύλλου, $t_0 = \tan \varphi_0$ και $n_0^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi_0$, με e την πρώτη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς και φ_0 το γεωγραφικό πλάτος του κέντρου φύλλου.

Οι γεωγραφικές συντεταγμένες (φ, λ) προσδιορίζονται από τις ορθογώνιες (x, y) στην απεικόνιση αυτή με τις σχέσεις:

$$\Delta \varphi = \frac{y}{\rho_0} - \frac{x^2 t_0}{2 \rho_0 N_0} - \frac{3 y^2 t_0 n_0^2}{2 \rho_0 N_0} - \frac{x^2 y (1 + 3 t_0^2 + n_0^2 - 9 t_0^2 n_0^2)}{6 \rho_0 N_0^2},$$

$$\Delta \lambda = \frac{x}{N_0 \cos \varphi_0} + \frac{x y t_0}{N_0^2 \cos \varphi_0} + \frac{x y^2 (1 + 3 t_0^2 + n_0^2)}{3 N_0^3 \cos \varphi_0} - \frac{x^3 t_0^2}{3 N_0^3 \cos \varphi_0},$$

όπου N_0 η ακτίνα της κυρίας καθέτου και ρ_0 η ακτίνα καμπυλότητας μεσημβρινού στο κέντρο φύλλου (φ_0, λ_0) , $\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0$ και $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0$ η διαφορά κατά γεωγραφικό μήκος και πλάτος από το κέντρο φύλλου, $t_0 = \tan \varphi_0$ και $n_0^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi_0$, με e την πρώτη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς και φ_0 το γεωγραφικό πλάτος του κέντρου φύλλου.

Ο προσδιορισμός της σύγκλισης των μεσημβρινών (γ) από ορθογώνιες συντεταγμένες (x, y) γίνεται με τη σχέση:

$$\gamma = \frac{x t_0}{N_0} + \frac{x y (2 + 3 t_0^2 + 2 n_0^2)}{3 N_0^2} + \frac{(3 x y^2 - x^3) \sin \varphi_0}{3 N_0^3 \cos^3 \varphi_0},$$

όπου N_0 η ακτίνα της κυρίας καθέτου στο κέντρο φύλλου (φ_0, λ_0) , $t_0 = \tan \varphi_0$ και $n_0^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi_0$, με e την πρώτη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς και φ_0 το γεωγραφικό πλάτος του κέντρου φύλλου.

ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΟΛΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Σε πολλές χαρτογραφικές αλλά και γεωδαιτικές εφαρμογές οι συντεταγμένες ενός συνόλου σημείων του γεωγραφικού χώρου χρειάζεται να μετατραπούν από ένα προβολικό σύστημα σε κάποιο άλλο. Η διαδικασία αυτή είναι αρκετά απλή αν τα δύο συστήματα αναφέρονται στο ίδιο γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς (datum – ελλειψοειδές) και υλοποιείται εφαρμόζοντας τις σχέσεις που ορίζουν οι δύο προβολές. Αν όμως τα δύο συστήματα ανήκουν σε διαφορετικά γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς (datum –

ελλειψοειδή), τότε η διαδικασία της μετατροπής γίνεται πολύπλοκη και σε ορισμένες μάλιστα περιπτώσεις μπορεί να υλοποιηθεί μόνο προσεγγιστικά με τη βοήθεια γεωμετρικών μετασχηματισμών (π.χ. ομοπαράλληλο μετασχηματισμό) ή πολωνύμων (π.χ. 2^{ου} βαθμού).

Στις περιπτώσεις που τα δύο προβολικά συστήματα ανήκουν στο ίδιο γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς (datum – ελλειψοειδές), τότε η μετατροπή γίνεται προσδιορίζοντας τις γεωγραφικές συντεταγμένες (φ, λ) από τις ορθογώνιες (x_1, y_1) , εφαρμόζοντας τις σχέσεις που ορίζουν το πρώτο προβολικό σύστημα. Στη συνέχεια, προσδιορίζονται οι ορθογώνιες συντεταγμένες (x_2, y_2) από τις γεωγραφικές (φ, λ) , εφαρμόζοντας τις αντίστροφες σχέσεις που ορίζουν το δεύτερο προβολικό σύστημα. Πρέπει να σημειωθεί, ότι αν κάποιο από τα δύο προβολικά συστήματα είναι κωνική ή επίπεδη απεικόνιση τότε είναι απαραίτητη και η ανάλογη μετατροπή των πολικών συντεταγμένων (ρ, θ) σε ορθογώνιες ή αντίστροφα. Με τη διαδικασία αυτή η μετατροπή γίνεται με την ακρίβεια που συνοδεύει τις σχέσεις που ορίζουν τα δύο προβολικά συστήματα και επομένως, αν η ακρίβεια είναι ικανοποιητική, μπορεί να εφαρμοστεί τόσο σε γεωδαιτικές όσο και σε χαρτογραφικές εργασίες. Κλασικό παράδειγμα της περίπτωσης αυτής αποτελεί η μετατροπή συντεταγμένων από το σύστημα Hatt στο σύστημα της Εγκάρσιας Μερκατορικής Προβολής 3° (ΕΜΠ-3°) και αντίστροφα.

Στις περιπτώσεις που τα δύο προβολικά συστήματα ανήκουν σε διαφορετικά γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς (datum – ελλειψοειδή) και είναι γνωστή η μεταξύ τους σχέση, δηλαδή γνωρίζουμε το διάνυσμα μετάθεσης σε γεωκεντρικές συντεταγμένες $[\Delta X_{12}, \Delta Y_{12}, \Delta Z_{12}]$ μεταξύ των δύο γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς, τότε η μετατροπή μπορεί να γίνει με τα ακόλουθα στάδια. Αρχικά, προσδιορίζονται οι γεωγραφικές συντεταγμένες (φ_1, λ_1) από τις ορθογώνιες (x_1, y_1) , εφαρμόζοντας τις σχέσεις που ορίζουν το πρώτο προβολικό σύστημα. Ακολουθεί η μετατροπή των γεωγραφικών συντεταγμένων (φ_1, λ_1) σε γεωκεντρικές (X_1, Y_1, Z_1) στο πρώτο γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς με τη βοήθεια των σχέσεων:

$$X_1 = N_1 \cos \varphi_1 \cos \lambda_1,$$

$$Y_1 = N_1 \cos \varphi_1 \sin \lambda_1,$$

$$Z_1 = N_1 (1 - e_1^2),$$

όπου N_1 η ακτίνα της κυρίας καθέτου και e_1 πρώτη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς σε γεωγραφικό πλάτος φ_1 .

Στο επόμενο στάδιο, εφαρμόζεται το γνωστό διάνυσμα μετάθεσης σε γεωκεντρικές συντεταγμένες μεταξύ των δύο γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς ώστε να προκύψουν οι γεωκεντρικές (X_2, Y_2, Z_2) στο δεύτερο σύστημα:

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X_{12} \\ \Delta Y_{12} \\ \Delta Z_{12} \end{pmatrix}.$$

Ακολουθεί η μετατροπή των γεωκεντρικών συντεταγμένων σε γεωγραφικές (φ_2, λ_2) στο δεύτερο γεωδαιτικό σύστημα, χρησιμοποιώντας τις αντίστροφες των σχέσεων που εφαρμόστηκαν προηγουμένως:

$$\lambda_2 = \arctan\left(\frac{Y_2}{X_2}\right),$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{Z_2^3 + e_2^2 N_2 \sin \varphi_2}{\sqrt{X_2^2 + Y_2^2}}\right).$$

όπου N_2 η ακτίνα της κυρίας καθέτου και e_2 πρώτη εκκεντρότητα του ελλειψοειδούς σε γεωγραφικό πλάτος φ_2 .

Από τις σχέσεις αυτές ο προσδιορισμός του γεωγραφικού πλάτους (φ_2) γίνεται με προσεγγιστική τεχνική μέσω διαδοχικών επαναλήψεων μέχρι να επιτευχθεί η απαραίτητη ακρίβεια. Στη συνέχεια, προσδιορίζονται οι ορθογώνιες συντεταγμένες (x_2, y_2) από τις γεωγραφικές (φ_2, λ_2) , εφαρμόζοντας τις αντίστροφες σχέσεις που ορίζουν το δεύτερο προβολικό σύστημα. Πρέπει να σημειωθεί, ότι και στην περίπτωση αυτή αν κάποιο από τα δύο προβολικά συστήματα είναι κωνική ή επίπεδη απεικόνιση τότε είναι απαραίτητη και η ανάλογη μετατροπή των πολικών συντεταγμένων (ρ, θ) σε ορθογώνιες ή αντίστροφα. Με τη διαδικασία αυτή η μετατροπή γίνεται με ακρίβεια της τάξης μερικών cm, επομένως, μπορεί να εφαρμοστεί τόσο σε ορισμένες γεωδαιτικές όσο και σε χαρτογραφικές εργασίες.

Τέλος, στις περιπτώσεις που τα δύο προβολικά συστήματα ανήκουν σε διαφορετικά γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς (datum – ελλειψοειδή) και δεν είναι γνωστή η μεταξύ τους σχέση, η μετατροπή μπορεί να γίνει με προσεγγιστικές τεχνικές. Η διαδικασία της μετατροπής προϋποθέτει να είναι γνωστές οι συντεταγμένες ορισμένων σημείων και στα δύο προβολικά συστήματα. Εφαρμόζοντας είτε γεωμετρικούς μετασχηματισμούς ή πολυώνυμα μπορούν να προσδιοριστούν οι συντελεστές των γεωμετρικών μετασχηματισμών ή των πολυώνυμων με τη βοήθεια των σημείων με γνωστές συντεταγμένες και στη συνέχεια μέσω των συντελεστών να γίνει η μετατροπή ακολουθώντας μια προσεγγιστική τεχνική. Στις περισσότερες περιπτώσεις χρησιμοποιούνται περισσότερα των απαραίτητων σημείων με γνωστές συντεταγμένες στα δύο συστήματα ώστε οι συντελεστές να προσδιοριστούν ύστερα από διαδικασία συνόρθωσης με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (MET). Έτσι, είναι δυνατός ο έλεγχος της ακρίβειας της μετατροπής ώστε να ικανοποιούνται οι ανάγκες της ενδεχόμενης εφαρμογής.

Σε αρκετές περιπτώσεις μετατροπών εφαρμόζεται ως γεωμετρικός μετασχηματισμός ο ομοπαράλληλος μετασχηματισμός, που ορίζεται από τη σχέση:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ y_1 \end{pmatrix},$$

όπου (x_1, y_1) οι ορθογώνιες συντεταγμένες στο πρώτο προβολικό σύστημα, (x_2, y_2) οι συντεταγμένες στο δεύτερο προβολικό σύστημα και a_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) οι συντελεστές του ομοπαράλληλου μετασχηματισμού.

Περισσότερα στοιχεία για τον ομοπαράλληλο μετασχηματισμό καθώς και άλλων γεωμετρικών μετασχηματισμών δίνονται στο Κεφάλαιο 8, που περιλαμβάνει μια αναλυτική παρουσίασή τους.

Σε περιπτώσεις μετατροπών που εφαρμόζονται πολυώνυμα συνήθως χρησιμοποιείται ένα πλήρες πολυώνυμο 2^{ου} βαθμού, το οποίο ορίζεται από τη σχέση:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ y_1 \\ x_1^2 \\ y_1^2 \\ x_1 y_1 \end{pmatrix},$$

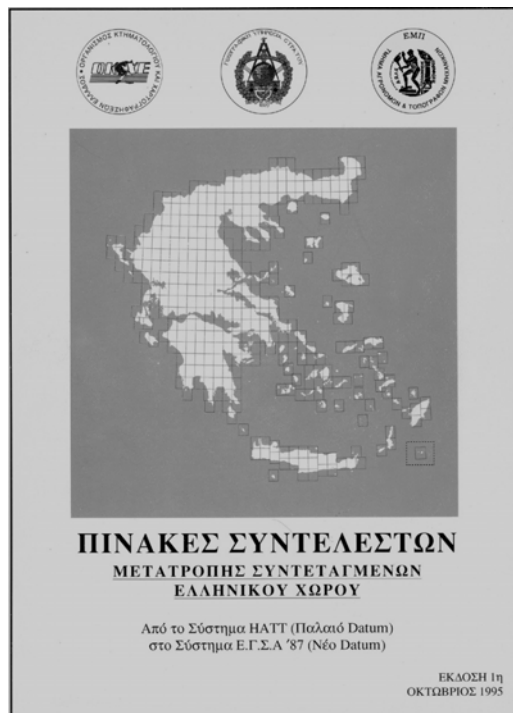
όπου (x_1, y_1) οι ορθογώνιες συντεταγμένες στο πρώτο προβολικό σύστημα, (x_2, y_2) οι συντεταγμένες στο δεύτερο προβολικό σύστημα και a_i ($i = 1, 2, \dots, 12$) οι συντελεστές του πολυωνύμου.

Περισσότερα στοιχεία για την εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων, όταν έχουμε γνωστά περισσότερα από τα απαραίτητα σημεία για τον προσδιορισμό των συντελεστών είτε του ομοπαράλληλου μετασχηματισμού ή του πολυωνύμου 2^{ου} βαθμού, δίνονται στο Κεφάλαιο 6, το οποίο περιλαμβάνει μια αναλυτική παρουσίαση των μεθόδων παρεμβολής.

Ειδικότερα για χαρτογραφικές εφαρμογές σχετικές με τη μετατροπή από το παλαιό σύστημα αναφοράς της χώρας (σύστημα Hatt) στο νέο (ΕΓΣΑ'87) και με τη βοήθεια συντεταγμένων των τριγωνομετρικών σημείων του κρατικού δικτύου της χώρας, εκφρασμένες και στα δύο συστήματα, προσδιορίστηκαν οι συντελεστές πολυωνύμων 2^{ου} βαθμού για κάθε φύλλο χάρτη (του συστήματος Hatt) κλίμακας 1:50.000. Με τη βοήθεια των συντελεστών αυτών μπορεί να γίνει η μετατροπή των συντεταγμένων από το παλαιό σύστημα (Hatt) στο σύγχρονο (ΕΓΣΑ'87) με ακρίβεια της τάξης μερικών δεκάδων cm. Οι συντελεστές των πολυωνύμων περιλαμβάνονται σε ειδική έκδοση (Σχήμα 4.1) του Οργανισμού Κτηματολογίου και Χαρτογραφίσεων Ελλάδος (ΟΚΧΕ), της Γεωγραφικής Υπηρεσίας Στρατού (ΓΥΣ) και της Σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (ΣΑΤΜ-ΕΜΠ). Τα πολυώνυμα 2^{ου} βαθμού που χρησιμοποιούνται για τη μετατροπή είναι της μορφής:

$$X = A_0 + A_1 x + A_2 y + A_3 x^2 + A_4 y^2 + A_5 x y,$$

$$Y = B_0 + B_1 x + B_2 y + B_3 x^2 + B_4 y^2 + B_5 x y,$$



Σχήμα 4.1 Φυλλάδιο μετατροπών



Περιλαμβανόμενα Φύλλα Χαρτών Κλίμακας 1:50.000		Υπολογισθέντες Πολλαπλασιαστικοί Συντελεστές 2ου Βαθμού			
Κωδικός	Όνομα	A1	Τιμή	B1	Τιμή
037	Αμφιλοχία	A0	236395.18	B0	4293221.14
056	Αστακός	A1	0.9999088	B1	-0.0331876
074	Βόνιτσα	A2	0.0331796	B2	0.9999168
		A3	-3.30 E-09	B3	0.13 E-09
		A4	3.21 E-09	B4	-0.00 E-09
		A5	-0.52 E-09	B5	-6.47 E-09
130	Κάλαμος	A0	236395.55	B0	4293220.55
		A1	0.9998981	B1	-0.0332230
		A2	0.0331868	B2	0.9998956
		A3	-4.86 E-09	B3	1.17 E-09
		A4	3.06 E-09	B4	-0.37 E-09
		A5	-0.03 E-09	B5	-8.87 E-09

Σχήμα 4.2 Πίνακας συντελεστών

όπου (X, Y) είναι οι ζητούμενες συντεταγμένες στο προβολικό επίπεδο του συστήματος ΕΓΣΑ '87, (x, y) είναι οι γνωστές συντεταγμένες στα προβολικά επίπεδα του συστήματος Hatt, A0, A1, A2, A3, A4, A5 και B0, B1, B2, B3, B4, B5 οι συντελεστές μετατροπής (Σχήμα 4.2).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Αγατζά-Μπαλοδήμου, Α.Μ. "Τα προβολικά συστήματα που χρησιμοποιούνται στην Ελλάδα". Εισήγηση στο Σεμινάριο: *Τάσεις και εξελίξεις στην επιστήμη του Αγρονόμου και Τοπογράφου Μηχανικού*. Πανελλήνιος Σύλλογος Διπλωματούχων Αγρονόμων Τοπογράφων Μηχανικών, Αθήνα, Μάρτιος, 1985, σ. 45.
- Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού. *Πίνακες συντελεστών μετατροπής συντεταγμένων Ελληνικού χώρου* (Έκδοση 1^η), Αθήνα, 1995, σ. 108.
- Thomas, P. D. Conformal projections in geodesy and cartography. U.S. Dept. of Commerce, Coast & Geodetic Survey. Special Publication No. 251. Washington, 1952, p. 142.
- Yang, Q., Snyder, J.P, and Tobler, W.R. *Map Projection Transformation. Principles and Applications*. Taylor & Francis, London, 2000, p.367.