



Χαρτογραφία II

Άσκηση 10

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ – ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

Στις περισσότερες περιπτώσεις απεικόνισης γραμμικών χωρικών οντοτήτων η απόδοση των δεδομένων γίνεται με σχεδίαση ευθυγράμμων τμημάτων μεταξύ των διαδοχικών σημείων της κάθε γραμμής. Υπάρχει όμως η ανάγκη, για λόγους βελτίωσης της απόδοσης και μάλιστα αισθητικής βελτιστοποίησης της εικόνας του χάρτη, να απαιτείται η προσαρμογή συγκεκριμένων καμπυλών, οι οποίες να πλησιάζουν τις θέσεις που ορίζουν τα δεδομένα με ικανοποίηση συγκεκριμένων κριτηρίων.

Πίνακας δεδομένων	
x	y
0	-14.55
1	0.65
2	3.10
3	-0.85
4	2.90
5	0.45
6	12.45

Αντικείμενο της άσκησης αυτής είναι να προσδιοριστεί ένα πολυώνυμο **τρίτου** βαθμού το οποίο να διέρχεται από τα σημεία που περιλαμβάνονται στον πίνακα δεδομένων, που παρατίθεται, ικανοποιώντας το κριτήριο των ελαχίστων τετραγώνων.

Η γενική μορφή ενός πολυωνύμου τρίτου βαθμού είναι η ακόλουθη:

$$y = f(x) = p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3.$$

Εφαρμόζοντας το κριτήριο των ελαχίστων τετραγώνων, το σύστημα των κανονικών εξισώσεων έχει την ακόλουθη γενική μορφή:

$$\begin{aligned} a_0 \sum_{i=0}^N x_i^0 + a_1 \sum_{i=0}^N x_i^1 + a_2 \sum_{i=0}^N x_i^2 + \dots + a_m \sum_{i=0}^N x_i^m &= \sum_{i=0}^N f_i, \\ a_0 \sum_{i=0}^N x_i^1 + a_1 \sum_{i=0}^N x_i^2 + a_2 \sum_{i=0}^N x_i^3 + \dots + a_m \sum_{i=0}^N x_i^{m+1} &= \sum_{i=0}^N x_i f_i, \\ a_0 \sum_{i=0}^N x_i^2 + a_1 \sum_{i=0}^N x_i^3 + a_2 \sum_{i=0}^N x_i^4 + \dots + a_m \sum_{i=0}^N x_i^{m+2} &= \sum_{i=0}^N x_i^2 f_i, \\ \dots & \\ a_0 \sum_{i=0}^N x_i^m + a_1 \sum_{i=0}^N x_i^{m+1} + a_2 \sum_{i=0}^N x_i^{m+2} + \dots + a_m \sum_{i=0}^N x_i^{2m} &= \sum_{i=0}^N x_i^m f_i. \end{aligned}$$

όπου: m ο βαθμός του πολυωνύμου και N, ο αριθμός των σημείων.

Αφού προσδιοριστούν οι συντελεστές a_0 , a_1 , a_2 , και a_3 του πολυωνύμου, να γίνει η γραφική του αναπαράσταση στο διάστημα των δεδομένων και να προσδιοριστεί, από τα υπόλοιπα, η τιμή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος της προσαρμογής, χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$s_y = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (y_i - \tilde{y}_i)^2}{M}}.$$

ΕΠΩΝΥΜΟ :

ΟΝΟΜΑ :