Ημιτονοειδή σήματα Σ.Χ.

- Αρμονική ταλάντωση

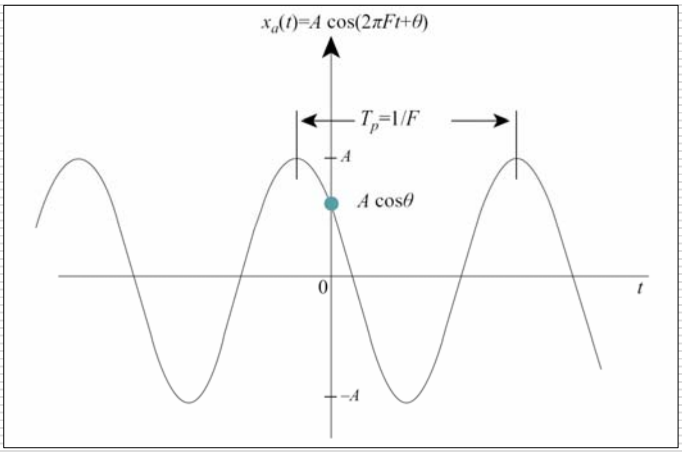
$$x_\alpha(t) = A\cdot\cos(\Omega t + \theta),\ -\infty < t < \infty$$

και επειδή $\Omega=2\pi F$

$$x_\alpha(t) = A\cdot\cos(2\pi F t + \theta),\ -\infty < t < \infty$$

Περιοδικό με βασική περίοδο $T_p=1/F$

Ημιτονοειδή σήματα Σ.Χ.



Ημιτονοειδή σήματα Σ.Χ.

- Σύμφωνα με την ταυτότητα του Euler

$$e^{\pm j\varphi} = \cos\varphi \pm j\sin\varphi$$

- Το ημιτονοειδές σήμα Σ.Χ. γράφεται

$$x_\alpha(t) = A\cos(\Omega t + \theta) = \frac{A}{2}e^{j(\Omega t+\theta)} + \frac{A}{2}e^{-j(\Omega t+\theta)}$$

Ημιτονοειδή σήματα Δ.Χ.

- Κατά (μερική) αναλογία με τα ημιτονοειδή σήματα Σ.Χ.

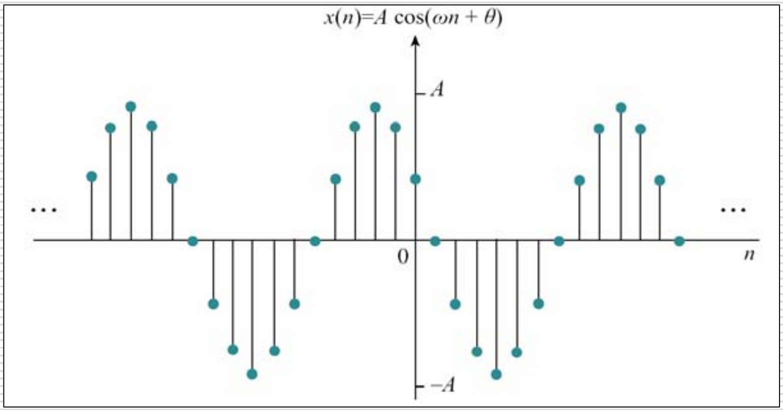
$$x(n) = A\cos(\omega n + \theta),\ -\infty < n < \infty$$

- και θέτοντας $\omega = 2\pi f$

$$x(n) = A\cos(2\pi f n + \theta),\ -\infty < n < \infty$$

- Περιοδικό μόνο για f ρητό αριθμό

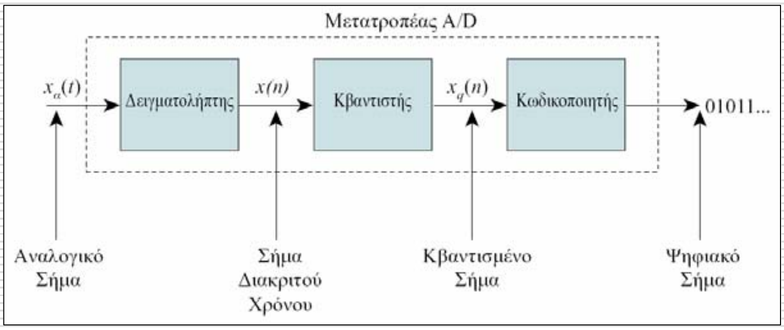
Ημιτονοειδή σήματα Δ.Χ.



Αναλογικό σε ψηφιακό σήμα

- Δύο αποφάσεις
  - Πόσο συχνά θα παίρνουμε δείγμα
  - Πόσες τιμές θα έχει το πεδίο τιμών
- Τρία στάδια
  - **Δειγματοληψία**: μετατροπή σε σήμα διακριτού χρόνου
  - **Κβαντοποίηση**: μετατροπή σε σήμα διακριτού πλάτους (ΔΧ+ΔΠ=ψηφιακό)
  - **Κωδικοποίηση**: μετατροπή σε ακολουθία δυαδικών ψηφίων

Μετατροπέας A/D



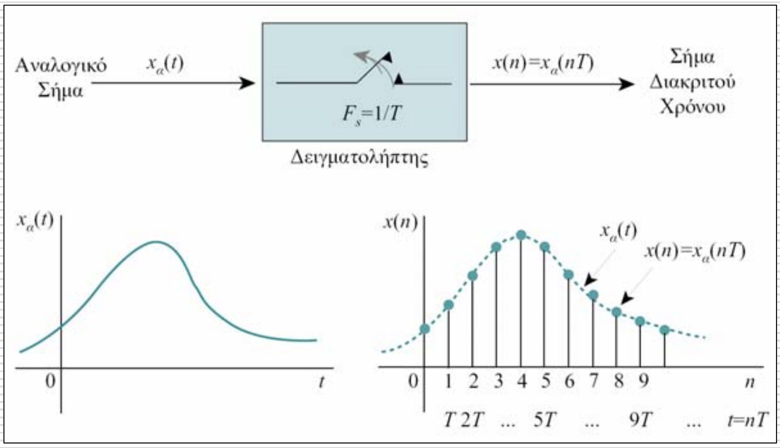
Από αναλογικό σε σήμα Δ.Χ.

- Σε καθορισμένες χρονικές στιγμές, παίρνουμε *δείγματα* του αναλογικού σήματος $x_{analog}(t)$ ή $x_a(t)$ τα οποία αποτελούν τις τιμές του ψηφιακού σήματος $x(n)$.

$$x(n) = x_a(nT), -\infty < n < \infty$$

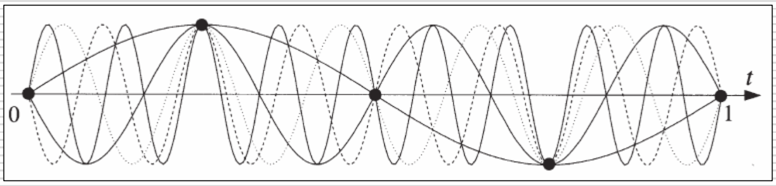
- Χρόνος - δείγμα: $t = nT = \frac{n}{F_s}$ $F_s = \frac{1}{T}$

Από αναλογικό σε σήμα Δ.Χ.



Συχνότητα δειγματοληψίας

- Ποια είναι μια "καλή" συχνότητα λήψης δειγμάτων ώστε το ψηφιακό σήμα να φέρει "όλη" την πληροφορία του αναλογικού;



Συχνότητα δειγματοληψίας

- Εξαρτάται από τη μέγιστη συχνότητα του σήματος
- Θεώρημα Nyquist / Shannon
  - Η συχνότητα δειγματοληψίας F_s με την οποία λαμβάνονται δείγματα ενός αναλογικού σήματος, πρέπει να είναι τουλάχιστον διπλάσια από τη μεγαλύτερη συχνότητα F_{max} που περιέχεται στο σήμα. $\boxed{F_s \geq 2F_{max}}$
- Πολλές και σημαντικές εφαρμογές

Παράδειγμα

Δίνονται τα αναλογικά σήματα

$x_1(t) = \sin[2\pi * (1/8)\, t]$ και

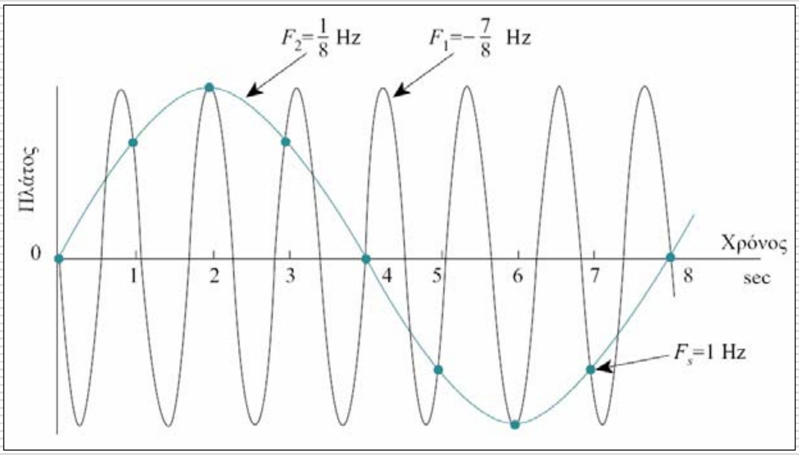
$x_2(t) = \sin[2\pi * (-7/8)\, t]$

Ποια ψηφιακά σήματα θα προκύψουν μετά τη δειγματοληψία αυτών με συχνότητα $F_s = 1$ Hz;

Παράδειγμα

- ...πρέπει να εξετάσω τις τιμές του σήματος για τις χρονικές στιγμές t=0, 1T, 2T, 3T, …, nT

Παράδειγμα



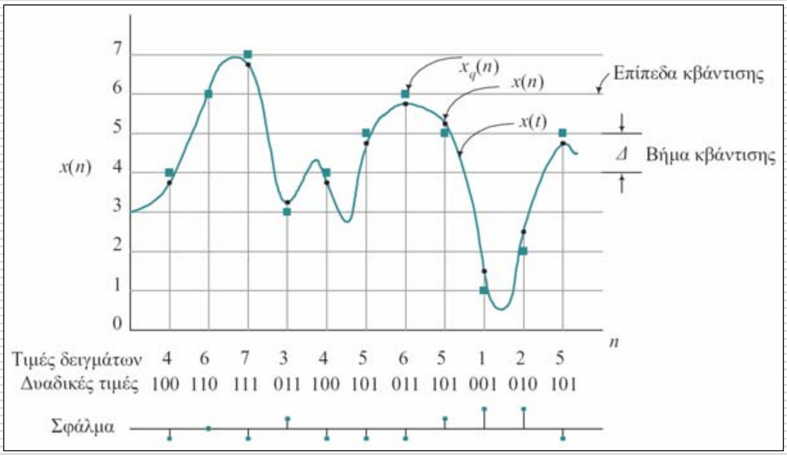
Από σήμα Δ.Χ. σε ψηφιακό

- Κβάντιση (quantisation)
  - Η μετατροπή σήματος Δ.Χ. - συνεχούς πλάτους σε ψηφιακό (Δ.Χ. - διακριτού πλάτους)
  - Κάθε δείγμα παριστάνεται με ένα *πεπερασμένο πλήθος* ψηφίων (0 ή 1)
  - Εισάγεται αναπόφευκτα σφάλμα κβάντισης (quantisation error) ή θόρυβος κβάντισης (quantisation noise)

Σφάλμα κβάντισης

- Εστω ότι
  - $x(n)$ είναι τα δείγματα εισόδου στον κβαντιστή
  - $x_q(n)$ είναι τα κβαντισμένα δείγματα
- Σφάλμα κβάντισης: $e_q(n)=x(n)-x_q(n)$
- Βήμα κβάντισης $\Delta=(x_{max}-x_{min})/(L-1)$
  - L είναι τα επίπεδα κβάντισης
  - x_{max}, x_{min} οι ακραίες τιμές του σήματος

Σφάλμα κβάντισης



Σφάλμα κβάντισης

- ΕΡΩΤΗΣΗ:
  Από τι εξαρτάται το πλήθος των επιπέδων κβάντισης;

- ΑΠΑΝΤΗΣΗ:
  Από τον αριθμό των bit της λέξης που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση κάθε δείγματος

Σφάλμα κβάντισης

- Για ημιτονοειδή σήματα, ο λόγος σήματος προς θόρυβο κβάντισης αυξάνεται (βελτιώνεται) κατά περίπου 6 dB για κάθε bit που προστίθεται στο μήκος λέξης

Υπενθύμιση

- $1 \text{ dB} = 10\log_{10}(P2/P1) = 20\log_{10}(V2/V1)$
- Όπου P=ισχύς, V=τάση
- Και επειδή $\log_{10}(2) = 0{,}3$ (περίπου)
  - 3 dB αντιστοιχούν σε διπλασιασμό της ισχύος,
  - 6 dB αντιστοιχούν σε διπλασιασμό της τάσης

Χαρακτηριστικές τιμές

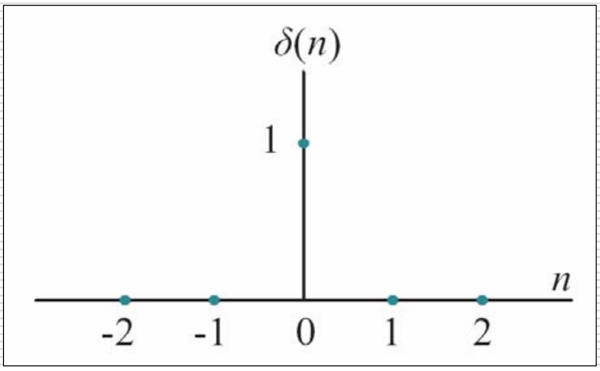
- Θεωρητικό ακουστικό φάσμα
  - 20 Hz έως 20 KHz
- Ανθρώπινη φωνή στο τηλέφωνο
  - 300 Hz – 3,3 KHz
- Μουσικά CDs
  - 16 bit = 2^{16} επίπεδα κβαντισμού
  - 44 KHz συχνότητα δειγματοληψίας
- SACD
  - 96,8 KHz συχνότητα δειγματοληψίας

Χαρακτηριστικά σήματα Δ.Χ.

- Μοναδιαίο δείγμα (unit sample) ή κρουστικός παλμός
- Μοναδιαία βηματική ακολουθία (unit step sequence)
- Σταθερή ακολουθία (constant sequence)
- Γραμμική ακολουθία (linear sequence)
- Εκθετική ακολουθία (exponential sequence)

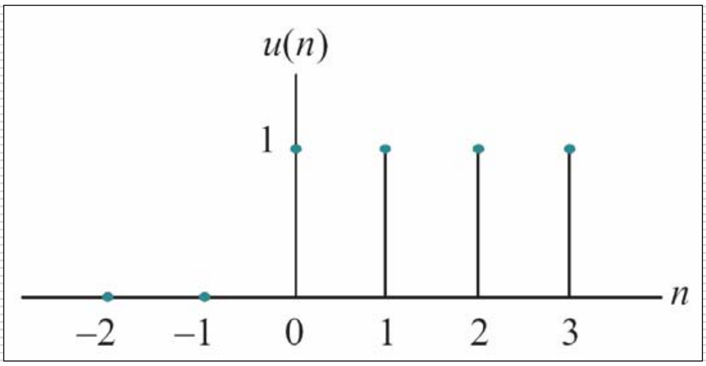
Χαρακτηριστικά σήματα Δ.Χ.

- Μοναδιαίο δείγμα x(n)=δ(n)



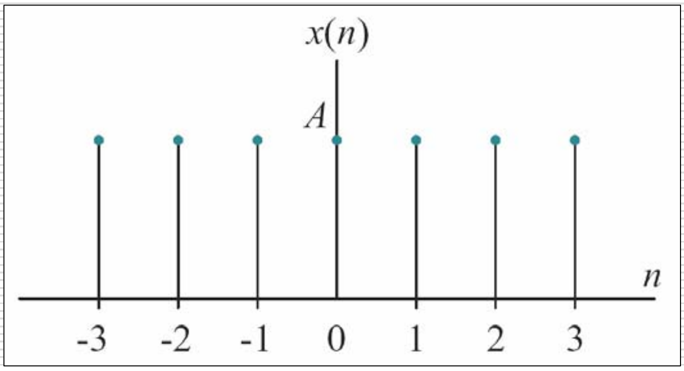
Χαρακτηριστικά σήματα

- Μοναδιαία βηματική ακολουθία x(n)=u(n)



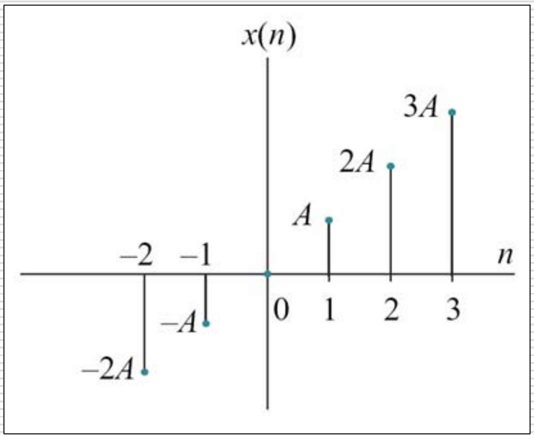
Χαρακτηριστικά σήματα

- Σταθερή ακολουθία x(n)=A



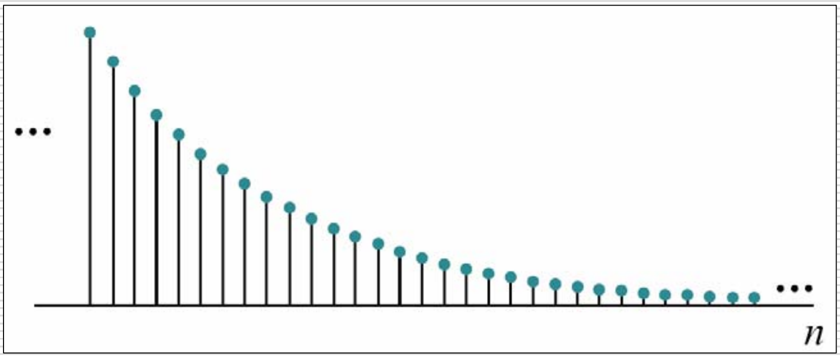
Χαρακτηριστικά σήματα

- Γραμμική ακολουθία x(n)=A n



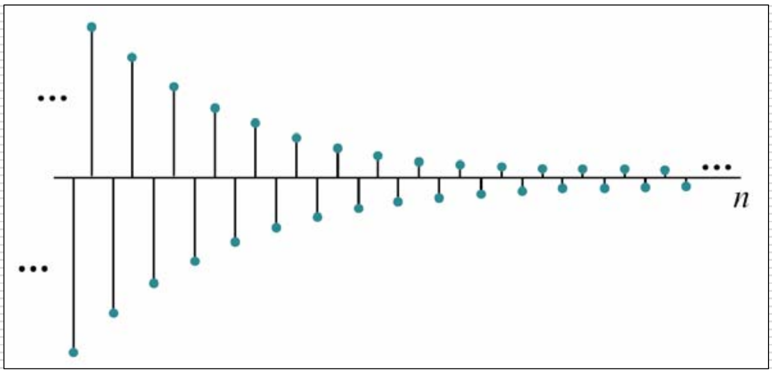
Χαρακτηριστικά σήματα

- Εκθετικό σήμα $x(n)=a^n$, $0<a<1$



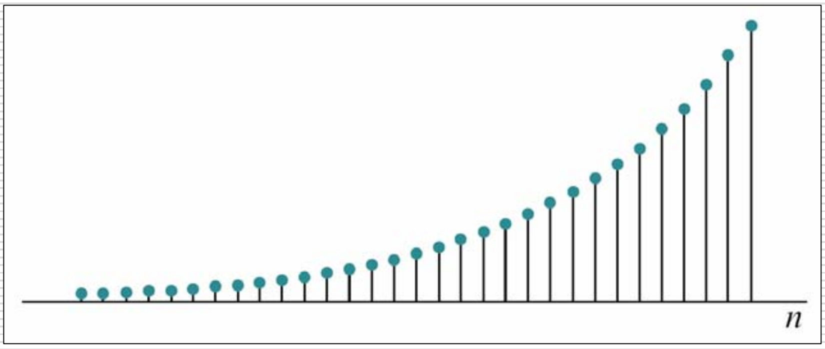
Χαρακτηριστικά σήματα

- Εκθετικό σήμα $x(n)=a^n$, $-1<a<0$



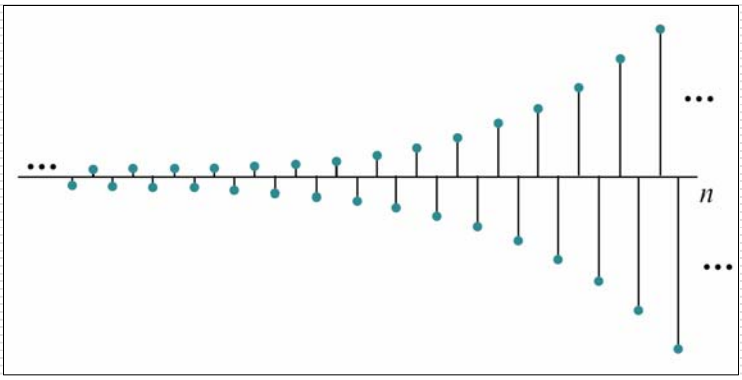
Χαρακτηριστικά σήματα

- Εκθετικό σήμα $x(n)=a^n$, $a>1$



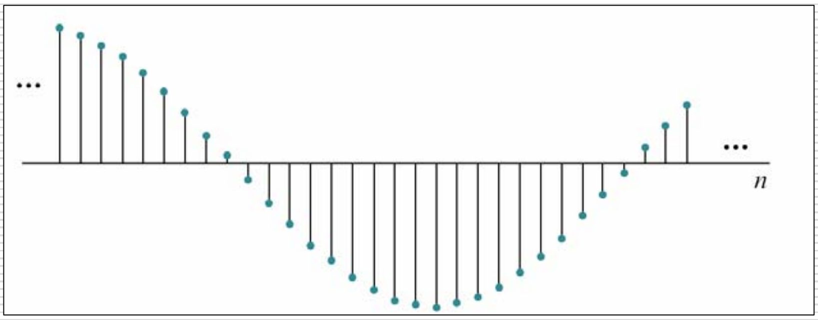
Χαρακτηριστικά σήματα

- Εκθετικό σήμα $x(n)=a^n$, $a<-1$



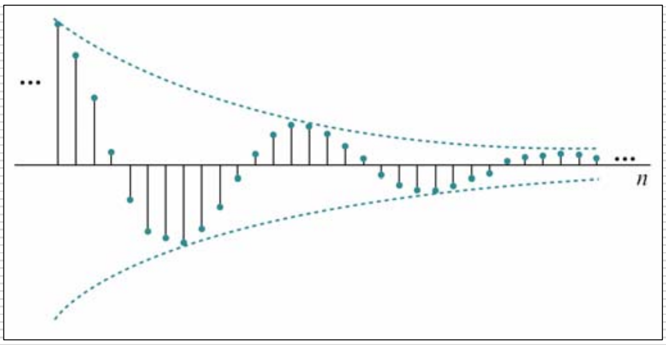
Χαρακτηριστικά σήματα

- Εκθετικό σήμα $x(n)=a^n$
  για a μιγαδικό ($a=re^{j\omega}$) και $r=1$



Χαρακτηριστικά σήματα

- Εκθετικό σήμα $x(n)=a^n$
  για a μιγαδικό ($a=re^{j\omega}$) και $r<1$



Χαρακτηριστικά σήματα

- Εκθετικό σήμα $x(n)=a^n$
  για a μιγαδικό ($a=re^{j\omega}$) και $r>1$