

Η ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΙΚΟΝΑ

Επεξεργασία και
φιλτράρισμα

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή Λέκτορας
Ε.Μ.Π.

1

Η ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΙΚΟΝΑ

Η εικόνα αποτελεί μία πηγή πληροφορίας.

Τη συναντάμε ως :

- εικόνα ακίνητη (φωτογραφία)
- κινούμενη(τηλεόραση)

Επίσης :

- ασπρόμαυρη ή
- έγχρωμη.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

2

Η εικόνα ως δισδιάστατο σήμα

- Πληροφορίας της εικόνας οδηγεί κατ' αρχήν στη μαθηματική περιγραφή του περιεχομένου της:

$$f \rightarrow f(x,y)$$

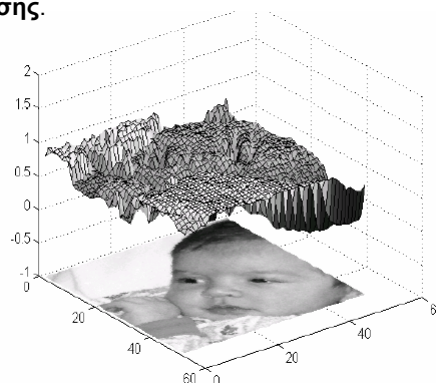
Στην ουσία η f περιγράφει την αμαύρωση της εικόνας σε κάθε θέση (x,y) .

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

3

Η εικόνα προσώπου και η αντίστοιχη δισδιάστατη συνάρτηση της αμαύρωσης.




Στην πράξη, κάθε εικόνα για να υποστεί ψηφιακή επεξεργασία θα πρέπει κατ' αρχήν να μετατραπεί σε ψηφιακή.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

4



Στην πράξη, κάθε εικόνα για να υποστεί ψηφιακή επεξεργασία θα πρέπει κατ' αρχήν να μετατραπεί σε ψηφιακή. Η διαδικασία αυτή είναι περίπου η ίδια όπως και στην περίπτωση του μονοδιάστατου σήματος. Έτσι, θα πρέπει να λάβουμε ισαπέχοντα δείγματα της συνάρτησης $f(x,y)$ στις διευθύνσεις x και y .

Η πυκνότητα με την οποία θα ληφθούν τα δείγματα καθορίζεται και στην περίπτωση αυτή (δισδιάστατη συνάρτηση στο χώρο) από το θεώρημα δειγματοληψίας:

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

5

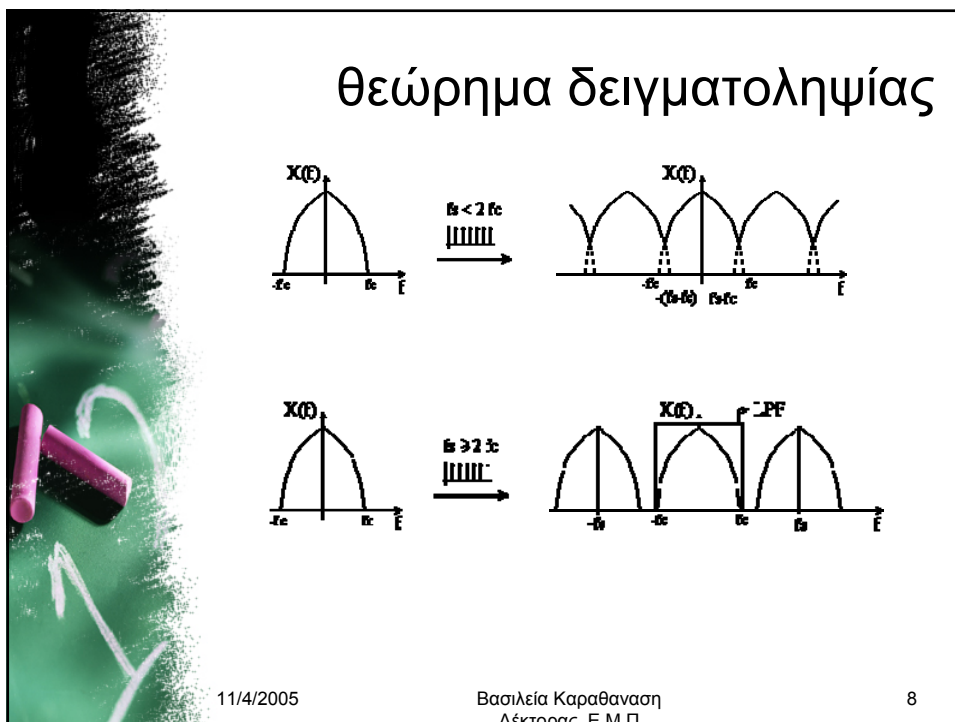
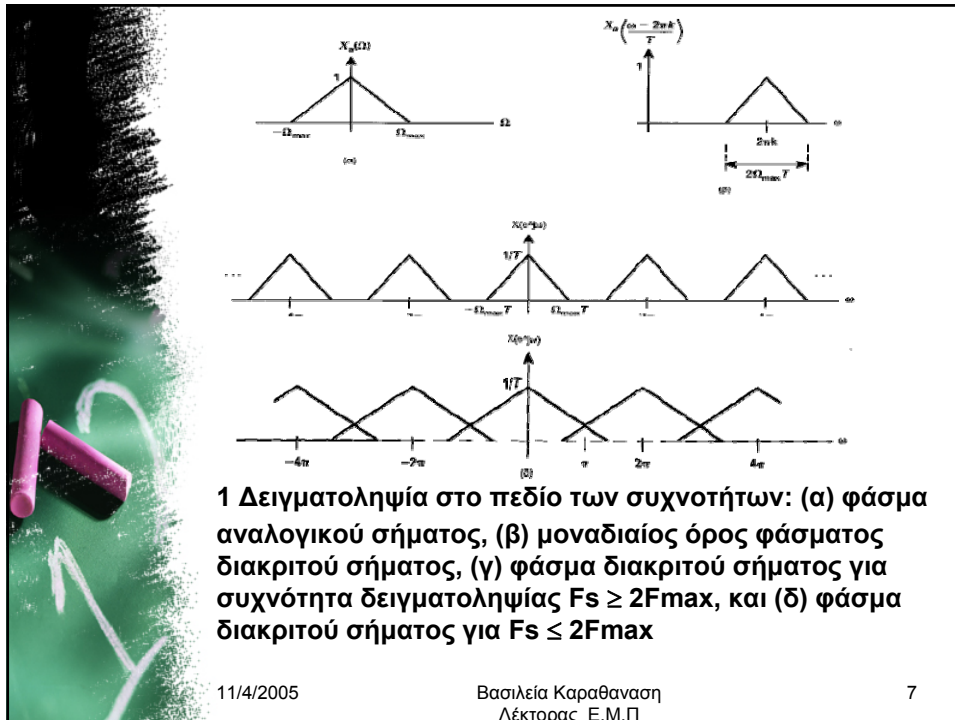
Θεώρημα δειγματοληψίας:

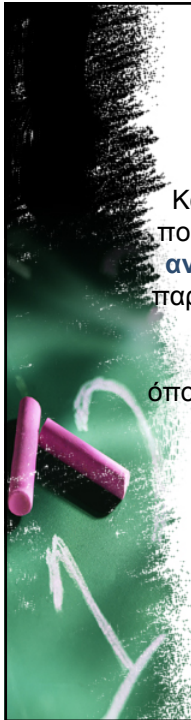
Η απόσταση δύο διαδοχικών δειγμάτων στο επίπεδο (x,y) θα πρέπει να είναι μικρότερη από την ημιπερίοδο των ταχύτερων εναλλαγών συχνότητας της συνάρτησης $f(x,y)$.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

6





Η ψηφιακή εικόνα αποτελείται από μικρές κουκίδες τα εικονοστοιχεία (pixels).

- Στην ασπρόμαυρη εικόνα έχουμε:

Κάθε ένα εικονοστοιχείο είναι ένα δείγμα από τη συνάρτηση $f(x,y)$ που αντιστοιχεί στην αναλογική εικόνα. **(Τα λευκά εικονοστοιχεία αντιστοιχούν στο 255 ενώ τα μαύρα στο 0.)** Η ψηφιακή εικόνα παριστάνεται μαθηματικά ως η κβαντισμένη σε πλάτος συνάρτηση:

$$f \rightarrow f(n_1, n_2)$$

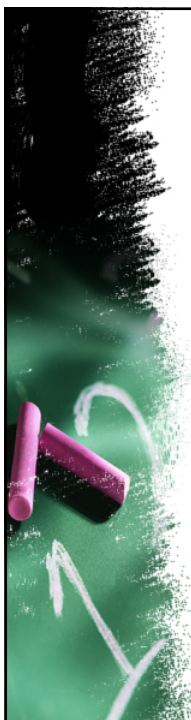
όπου τα n_1 και n_2 αντιστοιχούν στις διακριτές χωρικές μεταβλητές x και y .

- Στην περίπτωση που η εικόνα είναι έγχρωμη τότε σε κάθε θέση (n_1, n_2) η f έχει τρεις τιμές (άνυσμα), τιμές των χρωμάτων κόκκινο, πράσινο και μπλε (RGB). Το σήμα είναι διακριτό και ως προς το χρόνο ($t \rightarrow n_3$):

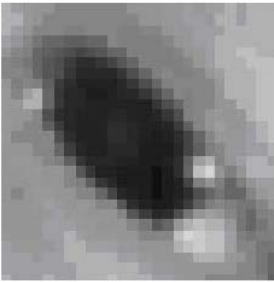
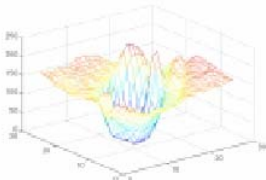
$$f \rightarrow f(n_1, n_2, n_3)$$

11/4/2005 Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π. 9

Παράδειγμα

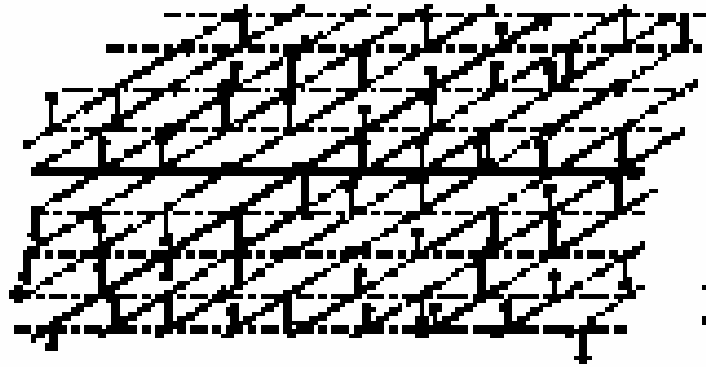


Η ψηφιακή εικόνα αποτελείται από μικρές κουκίδες τα εικονοστοιχεία (pixels). Τα λευκά εικονοστοιχεία αντιστοιχούν στο 255 ενώ τα μαύρα στο 0. Κάθε ένα εικονοστοιχείο είναι ένα δείγμα από τη συνάρτηση $f(x,y)$ που αντιστοιχεί στην αναλογική εικόνα.

11/4/2005 Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π. 10

Στοιχειώδη δισδιάστατα ψηφιακά σήματα



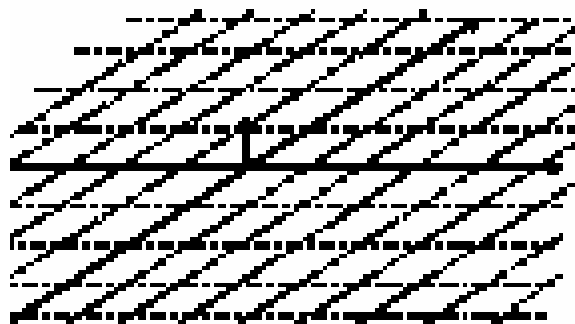
Η μορφή ενός δισδιάστατου ψηφιακού σήματος.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

11

Στοιχειώδη δισδιάστατα ψηφιακά σήματα



Δισδιάστατη κρουστική.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

12

Στοιχειώδη δισδιάστατα ψηφιακά σήματα



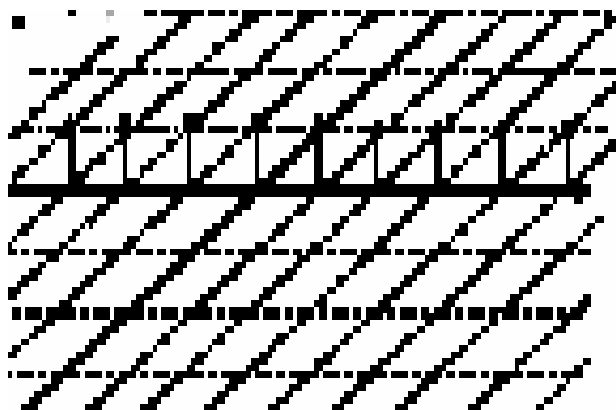
δισδιάστατη κρουστική γραμμή.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

13

Στοιχειώδη δισδιάστατα ψηφιακά σήματα



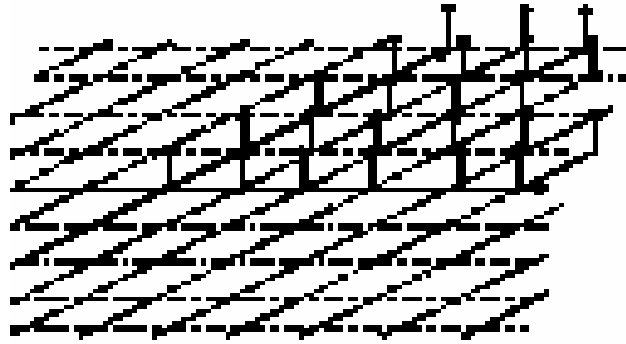
δισδιάστατη κρουστική γραμμή.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

14

Στοιχειώδη δισδιάστατα ψηφιακά σήματα



Δισδιάστατη βηματική.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

15

Η γεωμετρία της εικόνας

Εικόνα θεωρείται ως η κατανομή της πληροφορίας (βαθμός αμαύρωσης ή χρώμα) στο επίπεδο (x,y) .

- Ο προσανατολισμός των συντεταγμένων σε μία ψηφιακή εικόνα μπορεί να είναι αυθαίρετος.
 - Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις, η αρχή των συντεταγμένων $(n_1, n_2) = (1, 1)$ λαμβάνεται στην επάνω αριστερή γωνία της εικόνας
- Κάθε ένα εικονοστοιχείο έχει τις δικές του συντεταγμένες. Συνεπώς μία εικόνα που έχει M εικονοστοιχεία στη διεύθυνση n_1 και N στη διεύθυνση n_2 , περιέχει συνολικά $N \times M$ εικονοστοιχεία.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

16

Τρόποι δημιουργίας της ψηφιακής εικόνας

Η ψηφιακή εικόνα, μπορεί να ληφθεί είτε από αναλογικές εικόνες ή απευθείας από συστήματα λήψης ψηφιακών εικόνων.

Τα συστήματα λήψης ψηφιακής εικόνας παρέχουν τη δυνατότητα στο χρήστη να λάβει τη ψηφιακή εικόνα με διαφορετικές αναλύσεις.

Έτσι του δίνεται η δυνατότητα να δοκιμάσει το ανεκτό όριο τόσο στην ανάλυση όσο και στο πλήθος των διαβαθμίσεων της αμαύρωσης.

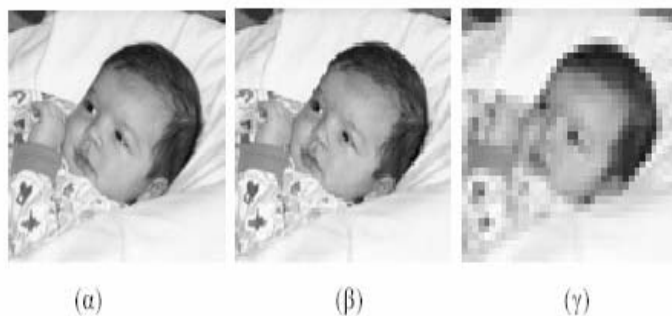
Η ποιότητα της εικόνας υποβαθμίζεται με την ελάττωση της ανάλυσης αλλά ταυτόχρονα μειώνεται και η απαιτούμενη μνήμη για αποθήκευσή της.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

17

Παράδειγμα



(α) 300 εικονοστοιχεία/ίντσα, 256 διαβαθμίσεις της αμαύρωσης, 186 Kbytes μνήμης.

(β) 75 εικονοστοιχεία/ίντσα, 256 διαβαθμίσεις της αμαύρωσης, 12 Kbytes μνήμης.

(γ) 25 εικονοστοιχεία/ίντσα, 256 διαβαθμίσεις της αμαύρωσης, 2 Kbytes μνήμης.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

18

Παραδείγματα



(δ)

(δ) 75 εικονοστοιχεία/ίντσα, 16 διαβαθμίσεις της αμαύρωσης, 6 Kbytes μνήμης.



(ε)

(ε) 25 εικονοστοιχεία/ίντσα, 2 διαβαθμίσεις της αμαύρωσης, 0.25 Kbytes μνήμης.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

19

Τρόπος αποθήκευσης

- imagename.bmp
- imagename.tif
- imagename.jpg
- imagename.gif

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

20



imagename.bmp

Τυποποίηση για έγχρωμες εικόνες σε Windows. Τα γράμματα της κατάληξης του ονόματος του αρχείου προέρχονται από την ορολογία Bit Mapped, που σημαίνει αντιστοιχία εικονοστοιχείου και byte. Είναι αρχεία ανεξάρτητα της συσκευής (device independent), μπορούν δηλαδή να 'ανοιχτούν' χωρίς πρόβλημα από διαφορετικού τύπου λογισμικό χωρίς αλλαγές.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

21



imagename.tif

- Tagget Image File Format. Είναι και αυτή τυποποίηση bit mapped που χρησιμοποιείται από όλα σχεδόν τα πακέτα λογισμικού για εικόνες, καθώς και όλα τα λειτουργικά συστήματα.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

22



imagename.jpg

Συμπιεσμένες εικόνες σύμφωνα με το πρότυπο JPEG (Joint Photographic Experts Group). Οι συμπιεσμένες εικόνες καταλαμβάνουν λιγότερο χώρο μνήμης και επομένως μεταδίδονται πιο γρήγορα μέσα στο δίκτυο. Κατά τη συμπίεση μπορεί να χάνεται πληροφορία από την εικόνα και υπάρχει κίνδυνος η ανάκτησή της να μην γίνεται με την αρχική ακρίβεια.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

23



imagename.gif

Ο τύπος αυτός αφορά στις εικόνες που είναι κωδικοποιημένες σύμφωνα με την Graphics Interchange Format, μία τυποποίηση για έγχρωμες εικόνες που παρουσιάζονται ή μεταφέρονται σε δικτυακές διασυνδέσεις και στο Internet.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

24

Η επεξεργασία της ψηφιακής εικόνας

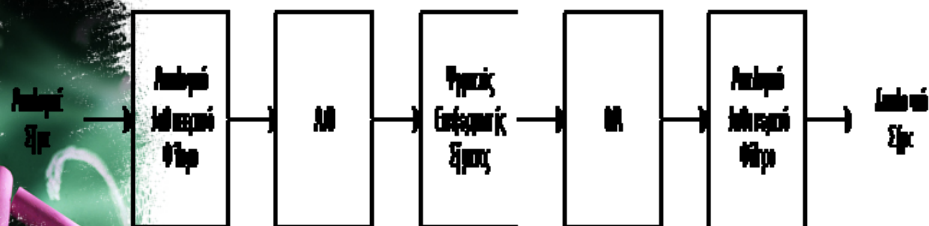
- Το σύστημα απόκτησης της ψηφιακής εικόνας (image acquisition system)
- Το στάδιο της εξαγωγής του θορύβου (filtering)
- Το στάδιο της διόρθωσης (αποκατάστασης - restoration) σφαλμάτων

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

25

Πλήρες σύστημα ψηφιακής επεξεργασίας αναλογικών σημάτων



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

26



Τα σφάλματα

Σφάλματα που παρουσιάζονται στην εικόνα κατά τη διάρκεια της απόκτησής της είναι ο θερμικός θόρυβος, ο θόρυβος αιχμών (από το σύστημα απόκτησης) και η θόλωση της εικόνας. Η θόλωση προκαλείται συνήθως από την οπτική ανομοιογένεια του μέσου (αέρας) ή τη σχετική κίνηση της εικόνας ως προς το σύστημα απόκτησης.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

27



Η βελτίωση της εικόνας αφορά στον τονισμό στοιχείων της εικόνας με σκοπό την ανάλυσή της

- Η εξαγωγή των κατάλληλων χαρακτηριστικών για αναγνώριση και ταξινόμηση αντικειμένων που υπάρχουν μέσα στην εικόνα (Τηλεπισκόπηση).
- Η συμπίεση της εικόνας για γρήγορη μετάδοσή της ή οικονομική αποθήκευση.
- Ο μετασχηματισμός της σε άλλους χώρους, όπως αυτός των συχνοτήτων, για την αποκάλυψη π.χ. πληροφορίας που στον αρχικό χώρο δεν είναι εμφανής.
- Οι γεωμετρικοί μετασχηματισμοί που είναι απαραίτητοι για τη σύγκριση εικόνων, τη σύνθεση της πληροφορίας σκηνών που έχουν ληφθεί από διαφορετική γωνία καθώς και τη σύνθεση εγκάρσιων τομών αντικειμένων από προβολικές εικόνες (τομοσύνθεση και αξονική τομογραφία) (Τεχνητή όραση).

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

28



Η ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΟΡΑΣΗΣ

- Πόσο φως είναι απαραίτητο για να διεγερθεί το μάτι.
- Σε πόσο έντονη ακτινοβολία μπορεί να αντέξει.
- Πόσο γρήγορα μπορεί να προσαρμοστεί στις αλλαγές της φωτεινότητας των αντικειμένων.
- Πότε και πόσο καλά μπορεί να διακρίνει τα χρώματα.
- Πώς αντιλαμβάνεται τα σχήματα παρουσία ή απουσία άλλων σχημάτων.
- Πώς γίνεται δυνατή η αίσθηση του βάθους.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

29



Φωτεινότητα και λαμπρότητα

Δύο φυσικά μεγέθη που σχετίζονται με τη φωτεινή ακτινοβολία παίζουν σημαντικό ρόλο στην ανθρώπινη όραση.

- Η φωτεινότητα ενός αντικειμένου (luminance) σχετίζεται με τη φωτεινή ενέργεια που εκπέμπει το αντικείμενο, ανεξάρτητα από τη φωτεινότητα των γειτονικών σωμάτων.
- Η λαμπρότητα ενός αντικειμένου (brightness) είναι η λαμβανόμενη από το μάτι φωτεινή ενέργεια που προέρχεται από το αντικείμενο και η οποία εξαρτάται από τη φωτεινότητα του περιβάλλοντος χώρου.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

30

Παράδειγμα



Οι δύο δίσκοι έχουν την ίδια φωτεινότητα αλλά φαίνονται διαφορετικοί λόγω της διαφορετικής φωτεινότητας του υπόβαθρου.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

31

Το νόμο του Weber

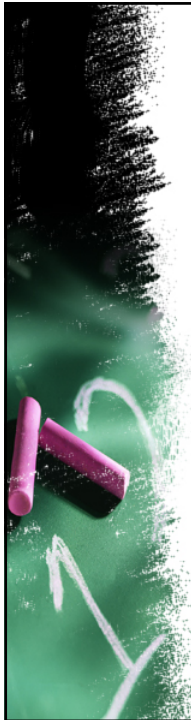
Πρέπει να σημειωθεί ότι σύμφωνα με το νόμο του Weber, ένα αντικείμενο με φωτεινότητα f ξεχωρίζει από ένα περιβάλλον (background) φωτεινότητας f_0 όταν η σχετική τους διαφορά (αντίθεση ή contrast) είναι το λιγότερο 2%:

$$\frac{f_0 - f}{f_0} \geq 2\%$$

11/4/2005


Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

32

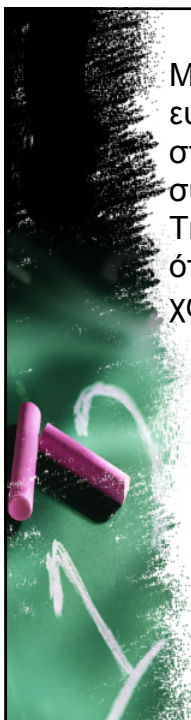


Το ανθρώπινο μάτι μπορεί να διακρίνει σε ασπρόμαυρες εικόνες το πολύ μέχρι 50 διαφορετικές διαβαθμίσεις του γκριζου.


Στην πρώτη λωρίδα παρουσιάζονται 64 διαβαθμίσεις (δύσκολα διακρίνονται μεταξύ τους) από το μαύρο ως το λευκό, ενώ στη δεύτερη 16.



11/4/2005 Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π. 33



Μία άλλη συνάρτηση που χαρακτηρίζει την ευαισθησία του ανθρώπινου συστήματος όρασης στην αντίθεση της φωτεινότητας των σωμάτων είναι η συνάρτηση μεταφοράς διαμόρφωσης (Modulation Transfer Function - MTF). Η συνάρτηση αυτή δείχνει ότι η μέγιστη ευαισθησία βρίσκεται στις μεσαίες χωρικές συχνότητες.

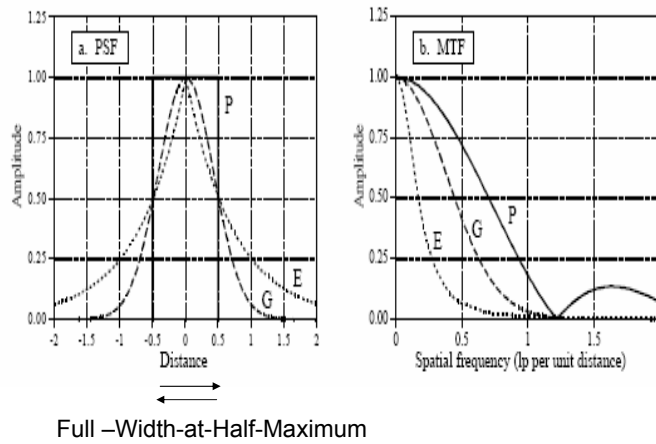


Η ευαισθησία στις μεσαίες χωρικές συχνότητες φαίνεται από το γεγονός ότι το μάτι διεγείρεται περισσότερο στις μεσαίες εναλλαγές της αμαύρωσης (ούτε πολύ γρήγορες, ούτε πολύ αργές).

11/4/2005 Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π. 34

PSF- MTF

3 Ενδεικτικές PSF και οι αντίστοιχες MTF

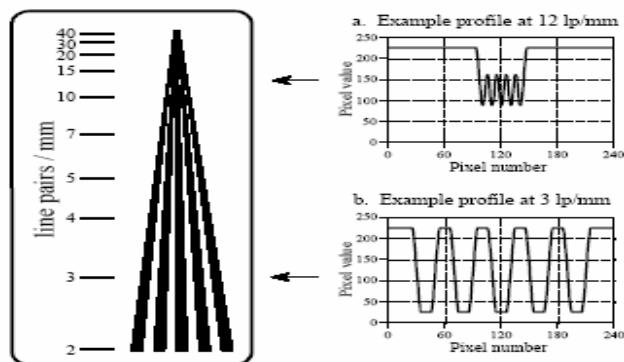


11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Δέκτορας Ε.Μ.Π.

35

Μετρητής Διακριτικής Ικανότητας Συστήματος



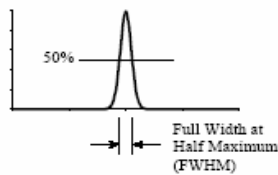
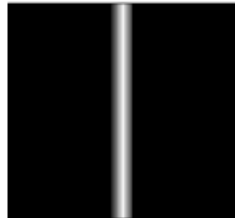
11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Δέκτορας Ε.Μ.Π.

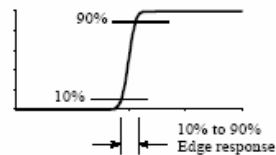
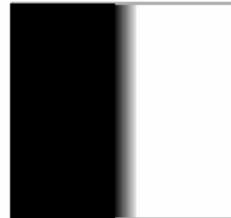
36

LPF – edge response

a. Line Spread Function (LSF)



b. Edge Response



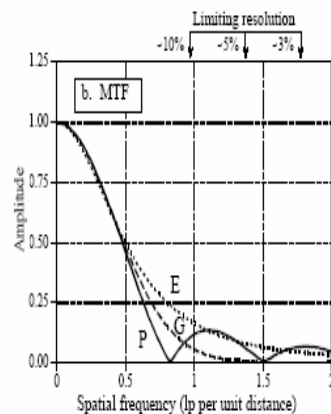
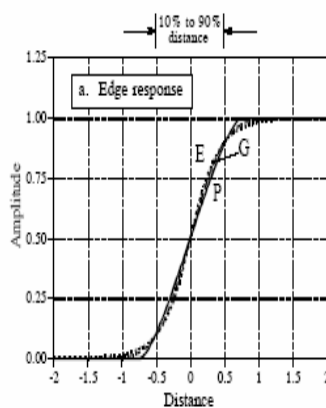
Η γραμμή είναι η πρώτη παράγωγος της ακμής

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Δέκτορας Ε.Μ.Π

37

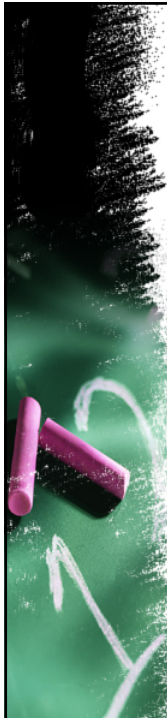
Edge response - MTF



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Δέκτορας Ε.Μ.Π

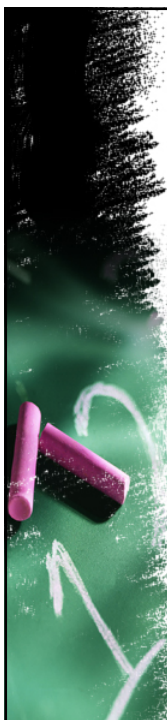
38



Το ανθρώπινο σύστημα όρασης δεν μπορεί να ξεχωρίσει περιοδικές αναλαμπές φωτεινής πηγής όταν η συχνότητά της ξεπερνά τα 50 Hz περίπου. Στην περίπτωση αυτή εκλαμβάνει ως συνεχή την εκπομπή της φωτεινής ακτινοβολίας. Το φαινόμενο καθορίζει την ταχύτητα με την οποία πρέπει να ανανεώνεται η πληροφορία στις οθόνες της τηλεόρασης ή του υπολογιστή.

Συχνότητα ανανέωσης 60 Hz, δίνει σταθερή εικόνα χωρίς την αίσθηση της ασυνέχειας μεταξύ των διαδοχικών στιγμιότυπων.

11/4/2005 Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π. 39



Χρώμα

Τα μεγέθη που καθορίζουν τα χρώματα είναι

1. η λαμπρότητα (brightness),
2. η απόχρωση (hue) και
3. ο κορεσμός (saturation).

Η αναπαράσταση της χρωματικής πληροφορίας στηρίζεται στην κλασική θεωρία του Thomas Young (1802) ότι κάθε χρώμα μπορεί να δημιουργηθεί με την κατάλληλη μίξη τριών χρωμάτων, όπως για παράδειγμα των κόκκινου, πράσινου και μπλε (Red-Green-Blue, RGB).

11/4/2005 Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π. 40

Παράδειγμα

11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π

41

Χρώμα και ψυχοφυσικά φαινόμενα

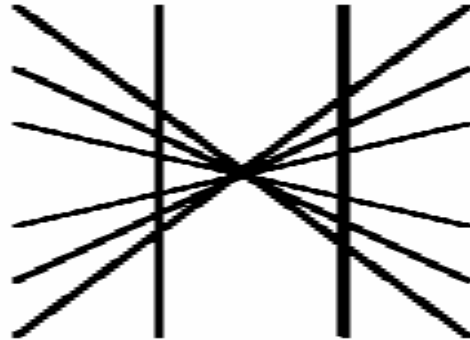
Το ανθρώπινο οπτικό σύστημα παρουσιάζει την ιδιότητα να είναι πολύ περισσότερο ευαίσθητο στις έγχρωμες από ότι στις ασπρόμαυρες εικόνες. Έτσι, ενώ μπορεί να ξεχωρίσει μόνο μερικές δεκάδες αποχρώσεις του γκριζου στις ασπρόμαυρες εικόνες, έχει τη δυνατότητα να διακρίνει χιλιάδες διαφορετικά χρώματα.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π

42

Τα παράξενα της ψυχοφυσιολογίας της όρασης.



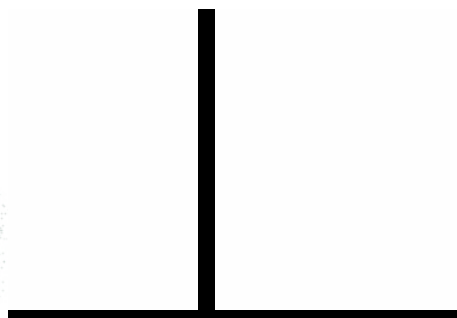
οι παράλληλες
γραμμές δείχνουν παραμορφωμένες.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

43

Τα παράξενα της ψυχοφυσιολογίας της όρασης.



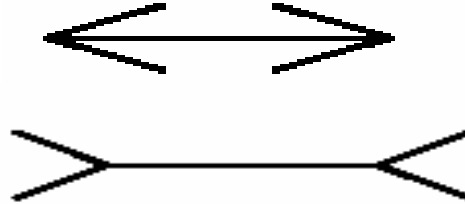
Αυταπάτη οριζόντιας-κάθετης γραμμής, το κατακόρυφο τμήμα
φαίνεται μεγαλύτερο.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

44

Τα παράξενα της ψυχοφυσιολογίας της όρασης.



Η αυταπάτη Mueller-Lyer, τα δύο οριζόντια τμήματα είναι ίσα.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

45

Κριτήρια ποιότητας της εικόνας

- ΠΟΣΟΤΙΚΑ.
- ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΙΚΑ

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

46

ΕΙΔΗ ΠΡΑΞΕΩΝ ΣΤΗΝ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΗΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ

Είσοδος	Εξόδος	Χαρακτηρισμός	Πιθανή πράξη
Εικόνα	Εικόνα	Επεξεργασία εικόνας	Εξαγωγή θορύβου
Εικόνα	Περιγραφή	Ανάλυση εικόνας	Εξαγωγή χαρακτηριστικών
Περιγραφή	Εικόνα	Γραφικά υπολογιστών	Σχεδιασμός με υπολογιστή
Περιγραφή	Περιγραφή	Μετασχηματισμοί	Μετασχηματισμός δεδομένων

11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

47

Απαραίτητη έννοια στις πράξεις αυτές είναι η έννοια της γειτονιάς ενός εικονοστοιχείου. Πρόκειται για τα εικονοστοιχεία που το περιβάλλουν (Σχήμα α).

Ειδικότερα, ως γειτονιά των 8 σημείων ενός εικονοστοιχείου με συντεταγμένες $(n_1, n_2) = (i, j)$ ορίζεται η διάταξη των 8 εικονοστοιχείων γύρω από το (i, j) που οι συντεταγμένες δίνονται στο Σχήμα β.

Επίσης γειτονιά των 4 σημείων ορίζεται η διάταξη των εικονοστοιχείων γύρω από το (i, j) όπως δίνεται στο Σχήμα γ.

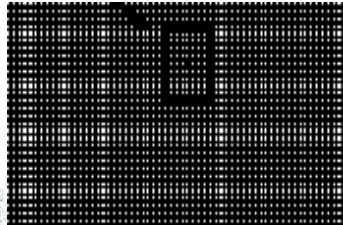
Όλοι οι γείτονες του εικονοστοιχείου (i, j) χρησιμοποιούνται μαζί με αυτό για τον υπολογισμό του αντίστοιχου (στην ίδια θέση) εικονοστοιχείου στην εικόνα εξόδου. Ο όρος παράθυρο με κέντρο το εικονοστοιχείο (i, j) χρησιμοποιείται επίσης αντί του όρου γειτονιά του εικονοστοιχείου.

11/4/2005

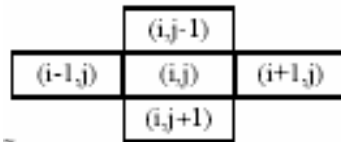
Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

48

Τα Σχήματα



$(i-1, j-1)$	$(i, j-1)$	$(i+1, j-1)$
$(i-1, j)$	(i, j)	$(i+1, j)$
$(i-1, j+1)$	$(i, j+1)$	$(i+1, j+1)$



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

49

Παραδείγματα

a. Delta function

0	0	0
0	1	0
0	0	0



11/4/2005

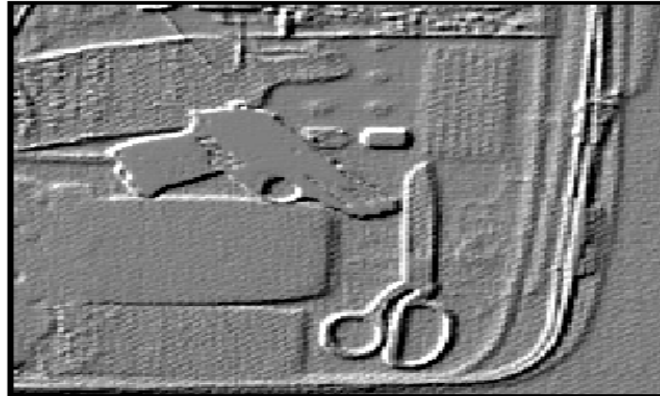
Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

50

Παραδείγματα

b. Shift and subtract

0	0	0
0	1	0
0	0	-1



11/4/2005

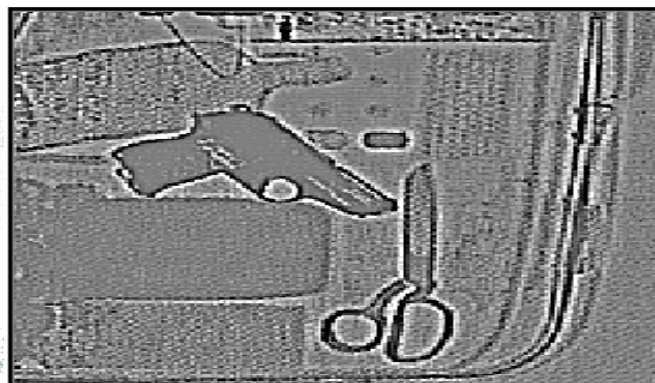
Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

51

Παραδείγματα

c. Edge detection

-1/8	-1/8	-1/8
-1/8	1	-1/8
-1/8	-1/8	-1/8



11/4/2005

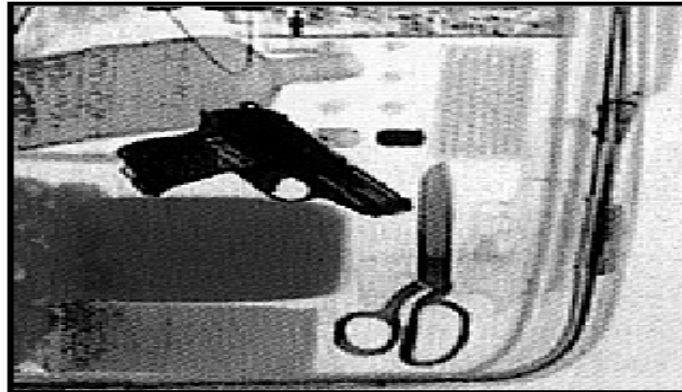
Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

52

Παραδείγματα

d. Edge enhancement

$-k/8$	$-k/8$	$-k/8$
$-k/8$	$k+1$	$-k/8$
$-k/8$	$-k/8$	$-k/8$



11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π

53

ΕΙΔΗ ΠΡΑΞΕΩΝ ΣΤΗΝ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΗΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ

Οι πράξεις στην ψηφιακή επεξεργασία της εικόνας έχουν ως στόχο τον υπολογισμό κάθε εικονοστοιχείου της εικόνας εξόδου. Ανάλογα με τον τρόπο που υπολογίζεται η τιμή του εικονοστοιχείου αυτού, οι πράξεις διακρίνονται σε

- Τοπικές (local)
- Καθολικές (global)
- Γεωμετρικές (geometrical)

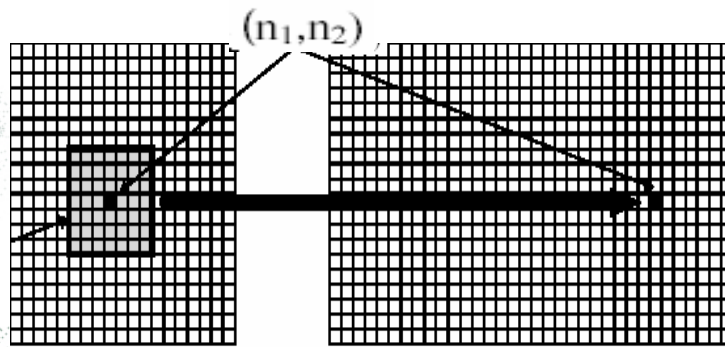
11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π

54

Τοπικές πράξεις

$$p(n_1, n_2) = \sum_{i=-l/2}^{l/2} \sum_{j=-k/2}^{k/2} a(i, j) f(q(n_1 - i, n_2 - j))$$



11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

55

Καθολικές πράξεις

Αποτελούν ουσιαστικά ειδική περίπτωση των τοπικών πράξεων όπου το μέγεθος $l \times k$ του παραθύρου γίνεται τόσο μεγάλο, όσο και η ίδια η εικόνα.

Το πλήθος των απαιτούμενων υπολογισμών για να υλοποιηθεί μία τοπική πράξη εξαρτάται καταρχήν από το πλήθος των εικονοστοιχείων της εικόνας εξόδου και είναι ανάλογο με αυτό ($M \times N$). Στη συνέχεια θα πρέπει να εκτιμηθεί το πλήθος των πράξεων για τον υπολογισμό κάθε εικονοστοιχείου της εικόνας εξόδου ξεχωριστά.

Στην περίπτωση που η πράξη είναι καθολική και η εικόνα τετραγωνική ($N \times N$), το πλήθος των απαιτούμενων υπολογισμών είναι της τάξης $N^*N^*N^*N$.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

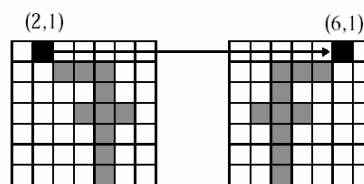
56

Γεωμετρικές πράξεις

- Translation
- rotation
- mirroring

Παράδειγμα

$$T(n_1, n_2) = (N - n_1 + 1, n_2)$$



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

57

Παράδειγμα

a. Original



b. Rotated



c. Edge detection



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

58

FOURIER ΣΤΗΝ ΕΙΚΟΝΑ

Στα δισδιάστατα σήματα, (εικόνες) υπάρχει ακριβώς η ίδια δυνατότητα μετασχηματισμού Fourier. Το διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT) τον υλοποιούμε γρήγορα με τον αλγόριθμο που καλείται FFT.

Φυσικά, αφού η εικόνα αποτελεί σήμα που περιγράφει τον τρόπο μεταβολής της αμαύρωσης (ή του χρώματος) **στο χώρο και όχι στο χρόνο**, ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier θα μας μεταφέρει στην περιοχή των χωρικών συχνοτήτων.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

59

FOURIER ΣΤΗΝ ΕΙΚΟΝΑ

Ο δισδιάστατος μετασχηματισμός Fourier $p(k_1, k_2)$, μιας εικόνας $q(n_1, n_2)$ μεγέθους $N \times N$ εικονοστοιχείων, ορίζεται ως:

$$p(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} q(n_1, n_2) W_N^{k_1 n_1} W_N^{k_2 n_2} \quad 0 \leq k_1, k_2 \leq N-1$$

ενώ ο αντίστροφος μετασχηματισμός είναι ο εξής:

$$q(n_1, n_2) = \frac{1}{N^2} \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{N-1} p(k_1, k_2) W_N^{-k_1 n_1} W_N^{-k_2 n_2} \quad 0 \leq n_1, n_2 \leq N-1$$

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

60

FOURIER ΣΤΗΝ ΕΙΚΟΝΑ

Η διαχωρισιμότητα της πρώτης σχέσης απορρέει από το γεγονός ότι μπορεί να γραφεί και ως :

$$p(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N-1} W_N^{k_1 n_1} \sum_{n_2=0}^{N-1} q(n_1, n_2) W_N^{k_2 n_2} \quad 0 \leq k_1, k_2 \leq N-1$$

που σημαίνει ότι μπορούμε να υπολογίσουμε πρώτα το εσωτερικό άθροισμα της σχέσης. Η πράξη αυτή ισοδυναμεί με το να υπολογίσουμε τον DFT κάθε μιας γραμμής της εικόνας και στο αποτέλεσμα που προκύπτει να υπολογίσουμε τον DFT της κάθε στήλης. Η χρησιμοποίηση του FFT θα μειώσει τις απαιτούμενες πράξεις για τον υπολογισμό του φάσματος σε πλήθος της τάξης του $2N^2 \log_2 N$.

Δεδομένου ότι οι όροι $p(k_1, k_2)$ του φάσματος είναι μιγαδικοί αριθμοί, για να μελετήσουμε το φάσμα μιας εικόνας, συνήθως μελετούμε το μέτρο των χωρικών συνιστωσών και τη φάση τους ξεχωριστά.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

61

FOURIER στην εικόνα

- Η μετατροπή των εικόνων στο χώρο φάσματος, είναι χρήσιμη για πληθώρα εφαρμογών ανάλυσης εικόνας (όπως η απαλοιφή θορύβου και το χωρικό φιλτράρισμα).
- Για τους μετασχηματισμούς Fourier, η μηδενική συχνότητα είναι το κέντρο της μετασχηματισμένης εικόνας και οι σταδιακά αυξανόμενες συχνότητες απεικονίζονται ακτινικά προς τα έξω.
- Το παράθυρο της εξαγόμενης εικόνας πρέπει να είναι δύναμη του 2 (π.χ., 64, 128, 256, 512, ...) και να είναι τουλάχιστο όσο το μέγεθος της εικόνας. Αν το παράθυρο της εικόνας εισόδου δεν είναι δύναμη του 2, συμπληρώνονται μηδενικές γραμμές και στήλες στα δεξιά και στο τέλος της εικόνας μέχρι το επιθυμητό μέγεθος του παραθύρου.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

62



FOURIER εικόνας

- Μια εφαρμογή του μετασχηματισμού συχνότητας είναι η εφαρμογή φίλτρων στον χώρο της συχνότητας, για ενίσχυση εικόνας, ανακατασκευή εικόνας και άλλες διαδικασίες.
- Η βασική αρχή των διαδικασιών φιλτραρίσματος είναι να ελαττωθούν ή να εξαλειφθούν κάποιες συχνότητες ενώ ταυτόχρονα να διατηρηθούν κάποιες άλλες. Ένα φίλτρο μπορεί να οριστεί σε γραφικό περιβάλλον, με τεχνική μάσκας για τις περιοχές του φάσματος που πρέπει να αφαιρεθούν. Επίσης μπορούν να εφαρμοστούν χαμηλοπερατά και υψηλοπερατά φίλτρα συχνότητας και σε εικόνες. Όταν εφαρμοστεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός στη φιλτραρισμένη εικόνα, το αποτέλεσμα είναι η αρχική εικόνα χωρίς ένα μέρος των συχνοτήτων. Για παράδειγμα, το αποτέλεσμα διατήρησης μόνο των υψηλών συχνοτήτων θα ήταν μια ενίσχυση των ακμών της εικόνας.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

63



FOURIER στην εικόνα

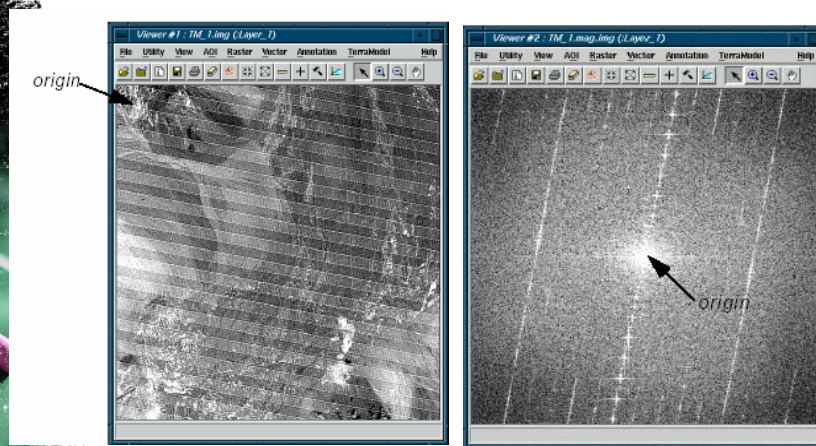
- Εφόσον μια εικόνα έχει μετασχηματιστεί στο χώρο συχνοτήτων, μέσω Γρήγορου Μετασχηματισμού Fourier, ορισμένα πρότυπα θορύβου στην αρχική εικόνα, πλέον εμφανίζονται ως ισχυρές ενεργειακές συγκεντρώσεις στην εικόνα συχνότητας. Με το μασκάρισμα αυτών των συνιστωσών συχνοτήτων, επιτυγχάνεται το φιλτράρισμα των προτύπων του θορύβου, εφόσον η εικόνα μετασχηματιστεί και πάλι στο φασματικό χώρο, με τον Ανάστροφο Μετασχηματισμό Fourier.
- Για τις μετασχηματισμένες Fourier εικόνες, εάν οι εικόνες είναι αποθηκευμένες ως μιγαδικοί αριθμοί με πραγματικό και φανταστικό μέρος, και τα δύο μέρη πρέπει να φιλτράρονται την ίδια στιγμή. Αν οι εικόνες είναι αποθηκευμένες ως τιμές Μέτρου και Φάσης, μόνο το μέρος του μέτρου θα πρέπει να φιλτράρεται, ενώ η Φάση θα πρέπει να μην χρησιμοποιηθεί σαν κανάλι εισόδου. Η αμετάβλητη Φάση είναι απαραίτητη για τον μετασχηματισμό της εικόνας πίσω στον φασματικό χώρο.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

64

Ανάλυση FOURIER



Landsat-TM με συστηματική ζώνωση λόγω λήψης

Μέτρο Fourier της εικόνας Landsat-TM

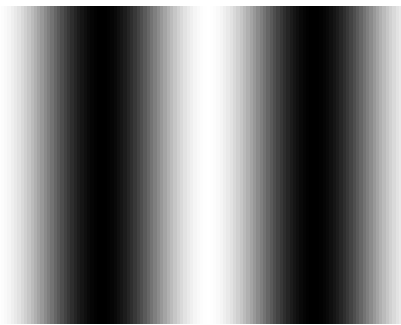
11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

65

Η θεωρία Fourier δηλώνει ότι οποιοδήποτε σήμα, στις οπτικές εικόνες, μπορεί να εκφραστεί ως μια ημιτονοειδής σειρά.


Παραδείγματος χάριν η εικόνα με ημιτονοειδές πρότυπο που παρουσιάζεται κατωτέρω μπορεί να αναλυθεί σε έναν ενιαίο όρο Fourier που κωδικοποιεί 1: τη χωρική συχνότητα, 2: το πλάτος (θετικό ή αρνητικό), και 3: τη φάση



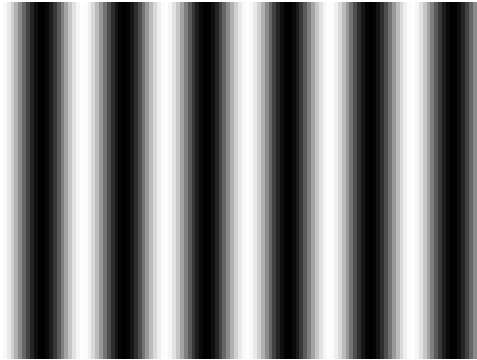
11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

66



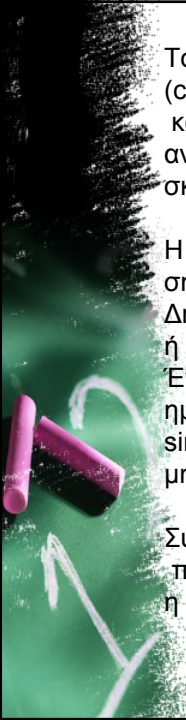
Αυτές οι τρεις τιμές περιέχουν όλες τις πληροφορίες στην ημιτονοειδή εικόνα. Η χωρική συχνότητα θεωρητικά είναι ανεξάρτητη από το πλάτος της εικόνας. Παραδείγματος χάριν η παρακάτω εικόνα παρουσιάζει ημιτονοειδές πρότυπο με μια **υψηλότερη χωρική συχνότητα σε σχέση με την προηγούμενη εικόνα.**



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π

67



Το μέγεθος του πλάτους (amplitude) αντιστοιχεί στην αντίθεση (contrast), ή τη διαφορά μεταξύ των σκοτεινότερων και φωτεινότερων τόνων της εικόνας. Ένα αρνητικό μέγεθος αντιπροσωπεύει μια αντίθεση-αντιστροφή, δηλ. τα brights γίνονται σκοτεινά, και αντίστροφα.

Η φάση αντιπροσωπεύει πώς οι ημιτονοειδείς συνιστώσες του σήματος μετατοπίζονται σε σχέση με την αρχική τους θέση. Δηλαδή πόσο η ημιτονοειδής συνιστώσα μετατοπίζεται αριστερά ή δεξιά.

Ένας μετασχηματισμός Fourier κωδικοποιεί όχι μόνο μια ημιτονοειδή συνιστώσα (single sinusoid), αλλά ολόκληρη σειρά sinusoids μέσω ενός φάσματος χωρικών συχνοτήτων από το μηδέν μέχρι τη "συχνότητα Nyquist"

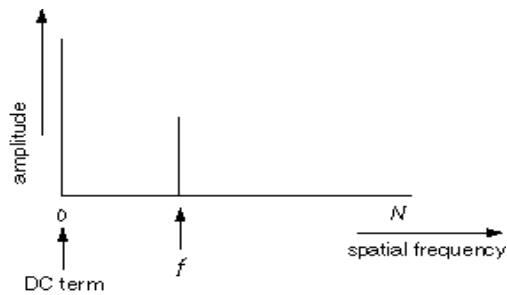
Συχνότητα Nyquist: η υψηλότερη χωρική συχνότητα που μπορεί να κωδικοποιηθεί στην ψηφιακή εικόνα και η οποία συσχετίζεται με το μέγεθος των pixels

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π

68

Ο μετασχηματισμός κατά Fourier κωδικοποιεί όλες τις χωρικές συχνότητες που είναι παρούσες σε μια εικόνα ταυτόχρονα ως εξής: Ένα σήμα που περιέχει μόνο μια ενιαία χωρική συχνότητα f σχεδιάζεται ως μια γραμμή στο σημείο f κατά μήκος του χωρικού άξονα συχνότητας, ύψους που αντιστοιχεί στο εύρος (amplitude), του ημιτονοειδούς σήματος ή στην αντίθεση (contrast) των τιμών της εικόνας.



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

69

Αυτό που έχουμε παρουσιάσει είναι: ο μετασχηματισμός κατά Fourier μιας ημιτονοειδούς εικόνας (μία γραμμή), η οποία είναι ένα μονοδιάστατο σήμα.

Ένας πλήρης δισδιάστατος μετασχηματισμός κατά Fourier εκτελεί μια μετατροπή 1-D για κάθε γραμμή της εικόνας, και μια άλλη μετατροπή 1-D για κάθε στήλη της εικόνας, παράγοντας έναν 2-D μετασχηματισμό κατά Fourier του ίδιου μεγέθους με την αρχική εικόνα.

Οι εικόνες παρακάτω είναι μια ημιτονοειδής εικόνα φωτεινότητας, και ο δισδιάστατος μετασχηματισμός της κατά Fourier (μέτρο). Κάθε pixel της εικόνας Fourier είναι μια τιμή χωρικής συχνότητας, της οποίας το πλάτος κωδικοποιείται από την αντίθεση 2 γειτονικών pixels. Υπάρχει ένα φωτεινό pixel στο στο κέντρο - αυτό είναι ο **ΣΥΝΕΧΗΣ όρος** (Discrete- Continuous), που πλαισιώνεται από δύο φωτεινά pixels σε καθεμία πλευρά του κέντρου, τα οποία κωδικοποιούν το ημιτονοειδές σχέδιο.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

70

Όσο φωτεινότερες είναι οι κηλίδες στην εικόνα Fourier, τόσο υψηλότερη η αντίθεση στην εικόνα φωτεινότητας. Δεδομένου ότι υπάρχει μόνο ένα τμήμα Fourier σε αυτήν την απλή εικόνα, όλες οι άλλες τιμές στην εικόνα Fourier είναι μηδέν, απεικονισμένες ως μαύρες.

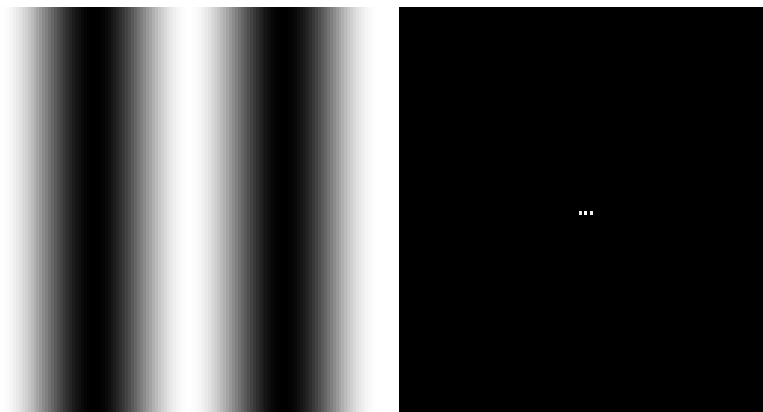


11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

71

Άλλο παράδειγμα

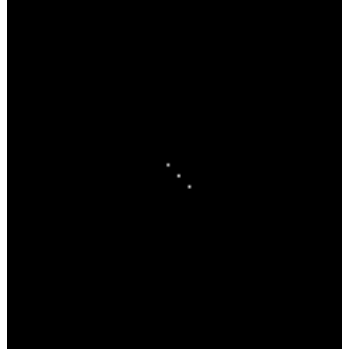
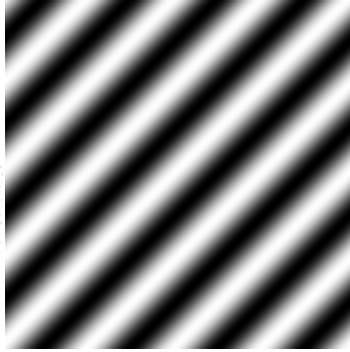


11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

72

Παράδειγμα

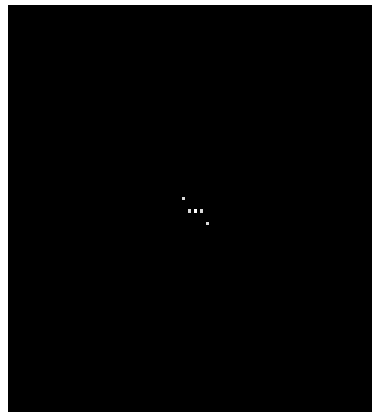
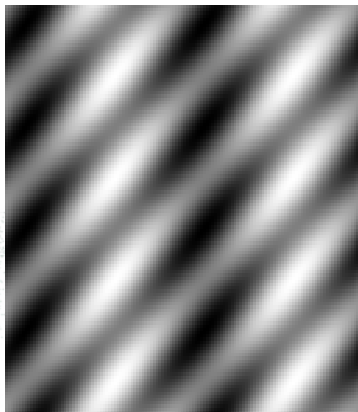


11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

73

Παράδειγμα

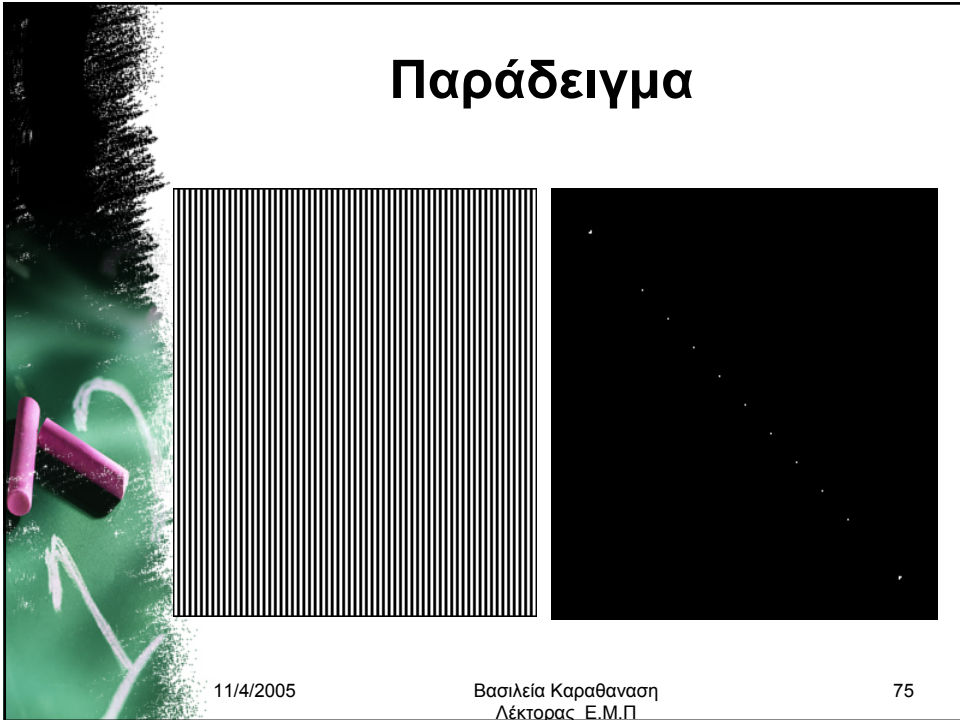


11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

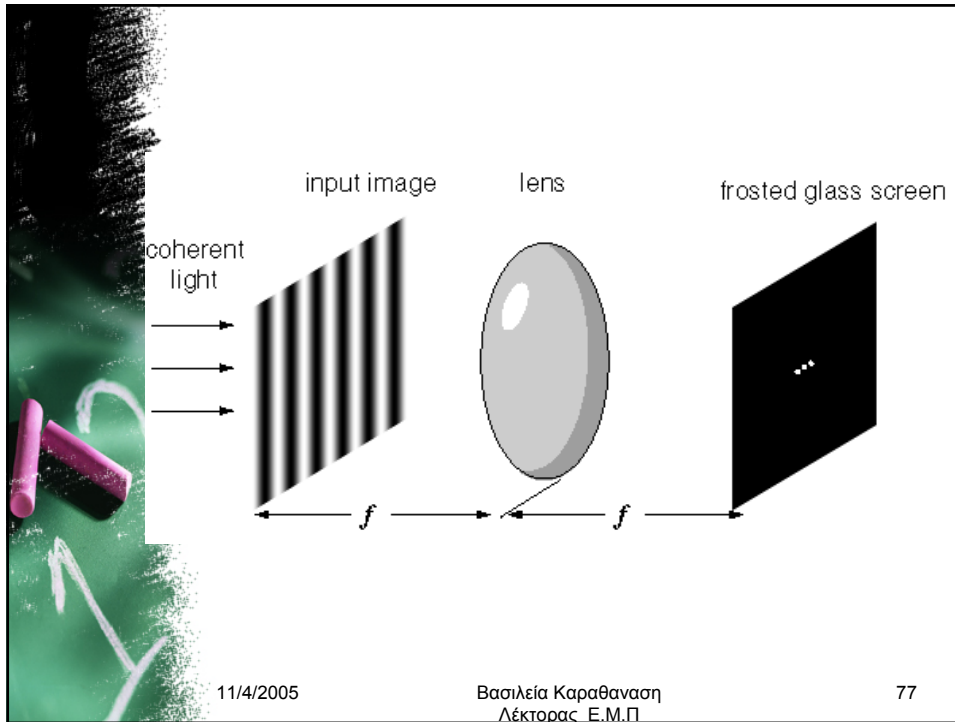
74

Παράδειγμα



Παράδειγμα





Το μέτρο και η φάση του φάσματος

Εικόνα	μέτρο φάσματος	φάση φάσματος
		

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

78

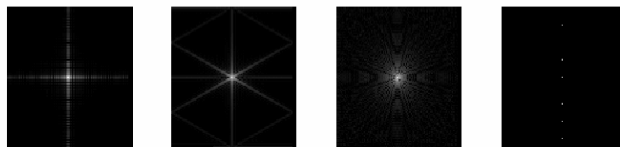
Παραδείγματα

Από τις φασματικές εικόνες παρατηρούμε ότι το φάσμα έχει έντονο αρμονικό περιεχόμενο σε διευθύνσεις όπου στην αντίστοιχη εικόνα υπάρχει απότομη μεταβολή της

Εικόνα



Μέτρο φάσματος



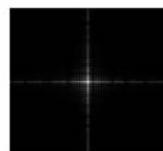
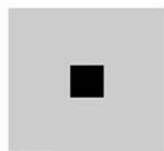
11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

79

Σημασία που έχει η φάση για την εικόνα.

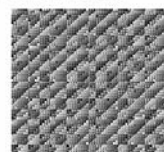
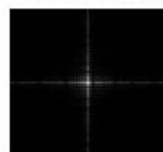
Η πληροφορία για τη θέση του τετραγώνου βρίσκεται στη φάση του φάσματος της εικόνας αφού αυτή διαφοροποιείται και όχι στο μέτρο που παραμένει το ίδιο.



Εικόνα

Μέτρο φάσματος

Φάση φάσματος



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

80

Παραδείγματα



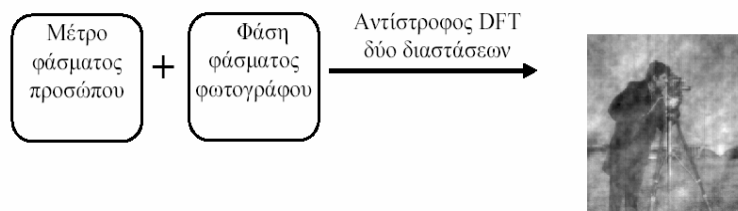
11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

81

Ο πόλος του Φάσματος

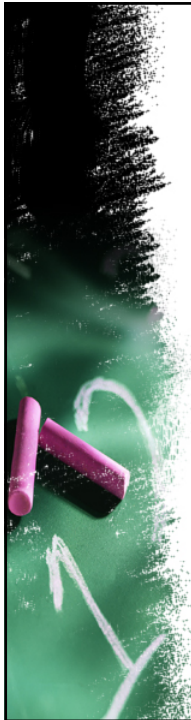
Η φάση του φάσματος μιας εικόνας είναι καθοριστική στην σύνθεση της εικόνας. Το μέτρο του φάσματος παίζει δευτερεύοντα ρόλο.

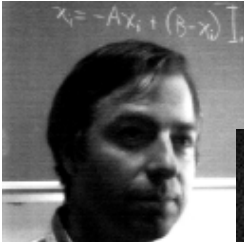


11/4/2005

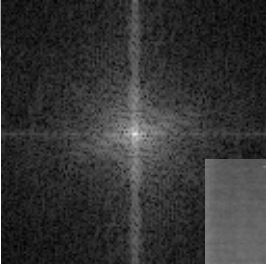
Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

82

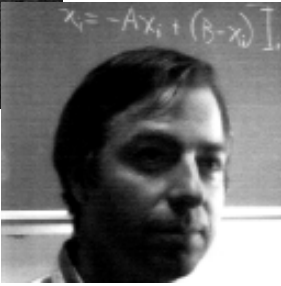




Original Image



Fourier Transform



Inverse Transformed

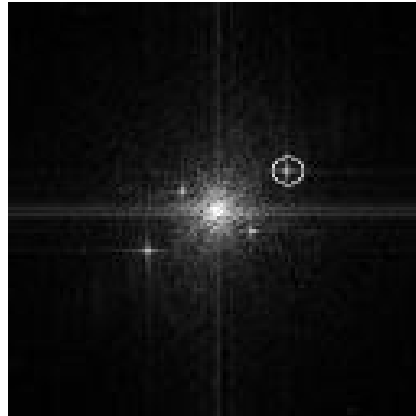
11/4/2005
Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.
83

Παράδειγμα-Πριν να επεξεργαστούμε την εικόνα υπάρχει θόρυβος



11/4/2005
Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.
84

Ένα FFT της εικόνας δείχνεται παρακάτω. Λόγω της περιοδικότητάς του, ο θόρυβος ξεχωρίζει ως τέσσερις ακίδες. Μια από τις ακίδες έχει απομονωθεί μέσα σε μια ΑΟΙ (επιφάνεια ενδιαφέροντος) με σκοπό τη διαγραφή της.

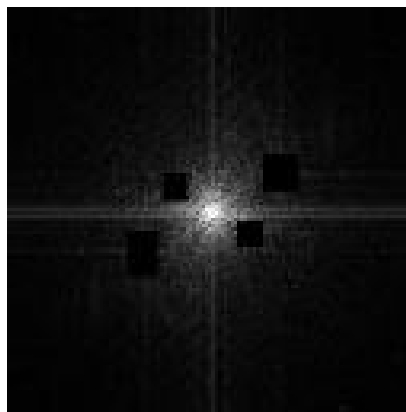


11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

85

Οι τέσσερις ακίδες θορύβου, που αντιστοιχούσαν στα κανονικά σχέδια θορύβου, έχουν διαγραφεί από το FFT

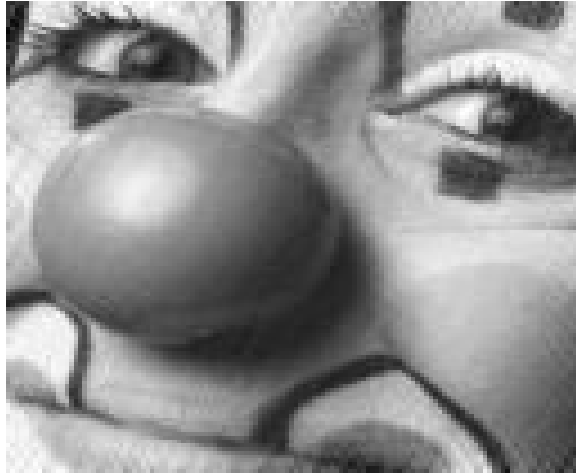


11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

86

Όταν το διορθωμένο FFT εφαρμόζεται,
η εικόνα είναι καθαρή

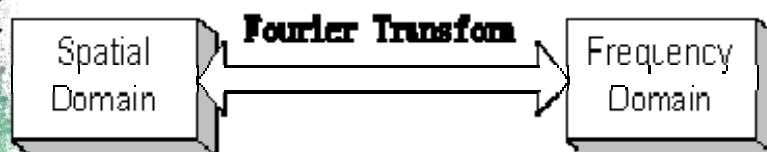


11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

87

Ο μετασχηματισμός Fourier έχει δύο σημαντικές λειτουργίες στην ψηφιακή επεξεργασία εικόνας. Η πρώτη είναι ότι ο δισδιάστατος μετασχηματισμός Fourier είναι η γέφυρα μεταξύ της χωρικής περιοχής και της περιοχής συχνότητας.



Η δεύτερη είναι ότι ο δισδιάστατος μετασχηματισμός Fourier συνδέεται πολύ με το θεώρημα συνελιξων και δειγματοληψίας. Το πρώτο είναι η βάση της επεξεργασίας εικόνας και το δεύτερο είναι η γέφυρα μεταξύ του συνεχούς (αληθινού) κόσμου και του διακριτού κόσμου.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

88

Η χωρική περιοχή και η περιοχή συχνότητας είναι ακριβώς όπως δύο γλώσσες εφαρμοσμένης μηχανικής, οι οποίες μπορούν και οι δύο να περιγράψουν το ίδιο φαινόμενο. Επομένως, ο μετασχηματισμός κατά Fourier είναι πολύ χρήσιμος όχι μόνο περιεκτικά να καταλάβει (την ψηφιακή) ανάλυση εικόνας αλλά και (στην ψηφιακή) επεξεργασία εικόνας

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

89

Ιδιότητες του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier

1. Διαχωριστικότητα (Separability)

Ο μετασχηματισμός Fourier μπορεί να εκφραστεί με δύο εναλλακτικές μορφές

$$f(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \exp[j2\pi ux / N] \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp[j2\pi vy / N]$$

$$u, v=0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \exp[-j2\pi ux / N] \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp[j2\pi vy / N]$$

$$x, y=0, 1, \dots, N-1$$

Η διαχωριστικότητα δείχνει ότι $F(u, v)$ και $f(x, y)$ μπορούν να ληφθούν με την εφαρμογή του μονοδιάστατου μετασχηματισμού Fourier σε δύο κατευθύνσεις ή του αντιστρόφου του σε δύο κάθετες κατευθύνσεις αντίστοιχα.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

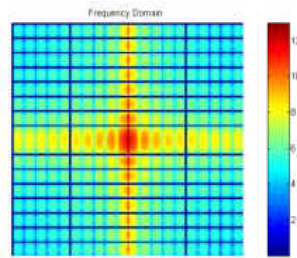
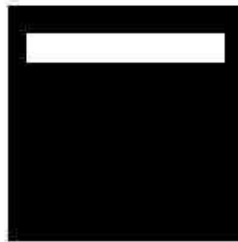
90

Ιδιότητες του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier

2. Ολίσθηση (Translation)

$$f(x, y) \exp[j2\pi(u_0 x + v_0 y) / N] \Leftrightarrow F(u - u_0, v - v_0)$$

$$f(x - x_0, y - y_0) \Leftrightarrow F(u, v) \exp[-j2\pi(u x_0 + v y_0) / N]$$



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

91

Ιδιότητες του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier

3 Περιοδικότητα (Periodicity)

Ο μετασχηματισμός Fourier και ο αντίστροφός του είναι περιοδικοί με την περίοδο N:

$$F(u, v) = F(u + N, v) = F(u, v + N) = F(u + N, v + N)$$

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

92

Ιδιότητες του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier

4 Συζευγμένη συμμετρία (Conjugate symmetry)

$$F(u, v) = F^*(-u, -v) \quad \eta$$

$$|F(u, v)| = |F(-u, -v)|$$

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανάση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

93

Ιδιότητες του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier

5. Περιστροφή (Rotation)

Εάν εισάγουμε τις πολικές συντεταγμένες (polar coordinates)

$$x = r \cos \theta$$

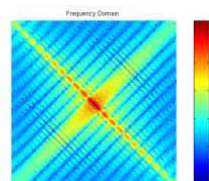
$$y = r \sin \theta$$

$$u = \omega \cos \phi$$

$$v = \omega \sin \phi$$

Τότε

$$f(r, \theta | \theta_0) \Leftrightarrow F(\omega, \phi | \theta_0)$$



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανάση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

94

Ιδιότητες του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier

6 Distributivity

Ο μετασχηματισμός Fourier του αθροίσματος δύο συναρτήσεων κατανέμεται στο άθροισμα των μετασχηματισμών Fourier των δύο συναρτήσεων (distributive over addition)

$$F\{f_1(x,y) + f_2(x,y)\} = F\{f_1(x,y)\} + F\{f_2(x,y)\}$$

11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

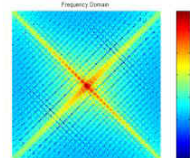
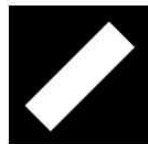
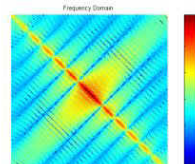
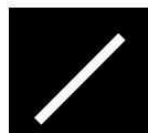
95

Ιδιότητες του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier

7 Κλιμακοποίηση (Scaling)

$$af(x,y) \Leftrightarrow aF(u,v)$$

$$f(ax,by) \Leftrightarrow \frac{1}{|ab|} F(u/a, v/b)$$



11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

96

Ιδιότητες του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier

8 Μέση τιμή (Average value)

$$\bar{f}(x, y) = \frac{1}{N^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$

11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

97

Εφαρμογή ανάλυσης μετασχηματισμού Fourier

Από εικόνες διαφορετικής υφής (textures) προκύπτουν μετασχηματισμοί Fourier διαφορετικού φάσματος, όπως παρουσιάζονται παρακάτω. Παρατηρούμε ότι οι υφές των εικόνων έχουν ισχυρή σχέση με το αντίστοιχο φάσμα Fourier. Παραδείγματος χάριν, δεδομένου ότι το δάσος και το νερό δεν έχουν κανένα γραμμικό πρότυπο, δεν μπορούμε να βρούμε ευδιάκριτο γραμμικό πρότυπο στην περιοχή της συχνότητας. Αλλά επειδή τα αγροτεμάχια εμφανίζουν πρότυπο, γι αυτό μπορούμε εύκολα να τα εντοπίσουμε στο φάσμα ως πρότυπο κάθετο σε εκείνο του χώρου.

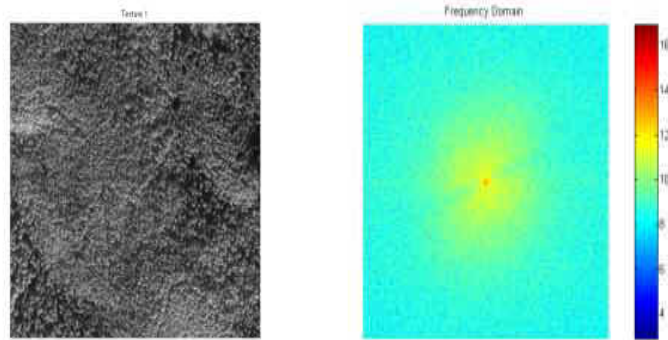
Σημαίνει ότι ο μετασχηματισμός Fourier θα μπορούσε να είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για να εξετάσει την ανάλυση υφής, η οποία είναι μία σημαντική παράμετρος ανάλυσης των τηλεπισκοπικών απεικονίσεων.

11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

98

Απεικόνιση δάσους

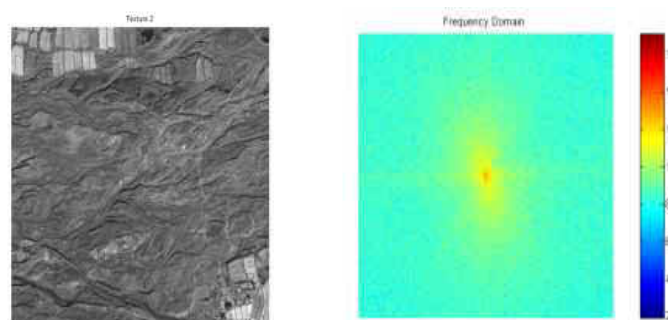


11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

99

Απεικόνιση λάσπης

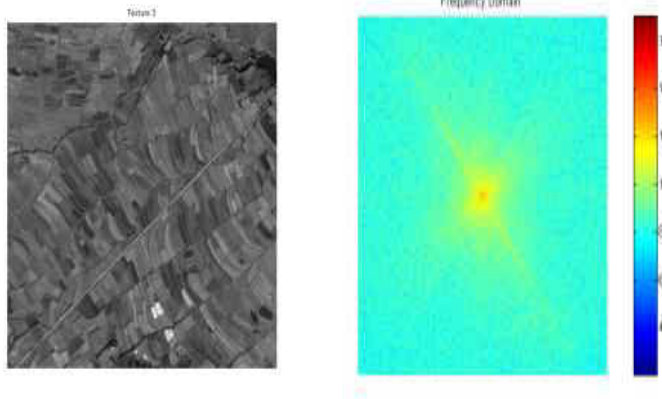


11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

100

Απεικόνιση αγροτεμαχίων

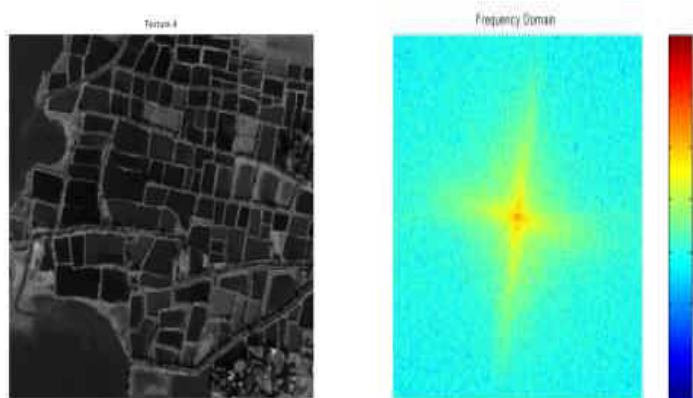


11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

101

Απεικόνιση οριζώνων

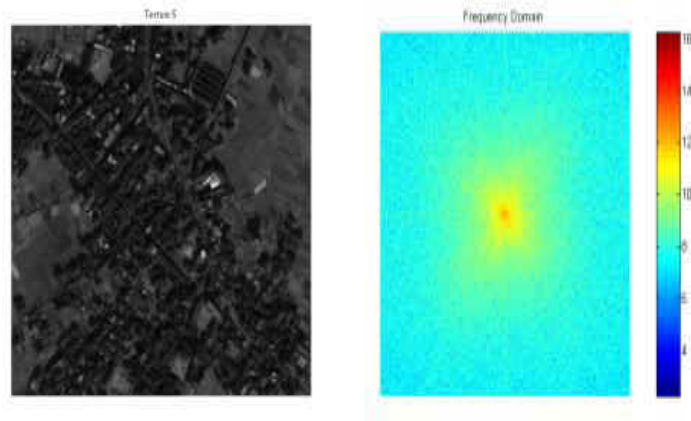


11/4/2005

Βασιλεία Καραθανασή
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

102

Απεικόνιση ημιαστικού χώρου



11/4/2005

Βασιλεία Καραθαναση
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

103