10. ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

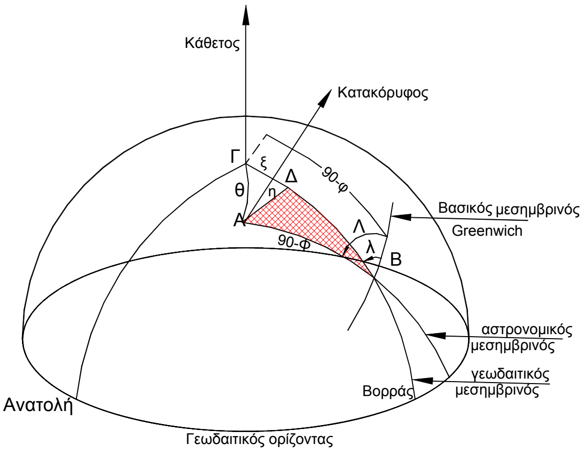
Ολοκληρώνοντας την συνοπτική παρουσίαση των εννοιών και μεθόδων της Γεωδαιτικής Αστρονομίας θα κάνουμε μια σύντομη αναφορά στην αξιοποίηση των μεγεθών που προσδιορίστηκαν, δηλαδή το αστρονομικό αζιμούθιο Α μιας διεύθυνσης και τις αστρονομικές συντεταγμένες Φ και Λ ενός σημείου.

Είναι γνωστό ότι το ελλειψοειδές αναφοράς δεν συμπίπτει απόλυτα με το γεωειδές αλλά το προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό. Αυτό σημαίνει ότι η κάθετος στο ελλειψοειδές και η κατακόρυφος στο γεωειδές από το ίδιο σημείο *δεν συμπίπτουν*. Όσο βέβαια καλύτερα προσαρμόζεται το ελλειψοειδές στο γεωειδές, τόσο περισσότερο οι διευθύνσεις των κατακόρυφων σε διάφορα σημεία πλησιάζουν τις αντίστοιχες καθέτους, έτσι ώστε οι απαραίτητες αναγωγές των μετρήσεων να έχουν μικρότερες τιμές και να υπολογίζονται εύκολα.

Η κάθετος στο ελλειψοειδές συνδέεται με τις γεωδαιτικές συντεταγμένες φ, λ, ενώ η κατακόρυφος συνδέεται με τις αστρονομικές Φ, Λ. Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της διεύθυνσης της κατακορύφου και της καθέτου στο ελλειψοειδές αναφοράς, σε κάποιο σημείο της επιφάνειας της γης, ονομάζεται **απόκλιση της κατακορύφου (deflection of the vertical) θ**. Αν είναι γνωστές οι αστρονομικές συντεταγμένες Φ, Λ ενός σημείου και οι αντίστοιχες γεωδαιτικές φ, λ σε ένα σύστημα αναφοράς, μπορεί να προσδιοριστεί η απόκλιση της κατακορύφου στο σημείο αυτό. Αναλυτικότερα, αν θεωρηθεί μια μοναδιαία σφαίρα, στην οποία Γ και Α είναι τα σημεία τομής της με την κάθετο και την κατακόρυφο, αντίστοιχα, και Β το σημείο τομής της με την διεύθυνση του άξονα περιστροφής της Γης, τότε η απόκλιση της κατακορύφου δίνεται από το διάνυσμα $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}$.

Αναλύοντας τη γωνία θ σε δύο συνιστώσες ξ και η, τη πρώτη κατά τη διεύθυνση του μεσημβρινού (δηλαδή Βορρά-Νότου) και τη δεύτερη κατά τη διεύθυνση του πρωτεύοντος κατακόρυφου κύκλου (δηλαδή Ανατολής-Δύσης), από το σφαιρικό τρίγωνο ΑΒΔ (σχήμα 10.1) προκύπτει:

$$\sin\eta = \cos\varphi \cdot \sin(\Lambda - \lambda) \quad \text{και} \quad \sin\xi = \cos\eta \cdot \sin(\Phi - \varphi)$$



Σχήμα 10.1

Επειδή $\sin\eta \approx \eta$, $\cos\eta \approx 1$, $\sin(\Lambda - \lambda) \approx \Lambda - \lambda$, προκύπτει ότι

$$\xi = \Phi - \varphi \quad \text{και} \quad \eta = (\Lambda - \lambda)\cdot\cos\varphi$$

Κατά τη μέτρηση ενός γεωδαιτικού δικτύου με επίγειες μεθόδους, για να υπολογιστούν οι συντεταγμένες των κορυφών του, οι οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες μετρώνται με τον πρωτεύοντα άξονα του θεοδολίχου να υλοποιεί την κατακόρυφο στο σημείο μέτρησης. Επομένως, οι διευθύνσεις του δικτύου που προσδιορίζονται πρέπει να αναχθούν στην κάθετο στο ελλειψοειδές αναφοράς λόγω της απόκλισης της κατακορύφου.

Οι διορθώσεις που πρέπει να γίνονται στα μετρούμενα μεγέθη είναι:

- Στο αζιμούθιο

$$\Delta A = A_A - A_G = \eta\cdot\tan\Phi + (\xi\cdot\sin A - \eta\cdot\cos A)\cdot\tan\upsilon$$

- Στην οριζόντια γωνία

$$\Delta\beta = (\xi\cdot\sin A_2 - \eta\cdot\cos A_2)\cdot\tan\upsilon_2 - (\xi\cdot\sin A_1 - \eta\cdot\cos A_1)\cdot\tan\upsilon_1$$

- Στην κατακόρυφη γωνία

$$\Delta z = z_G - z_A = \xi\cdot\cos A + \eta\cdot\sin A$$

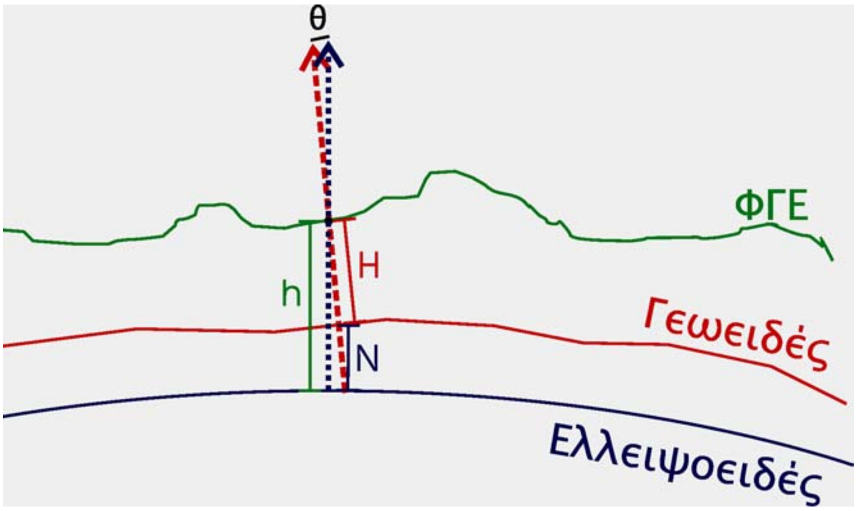
Στη διόρθωση του αζιμουθίου, ο όρος $\eta\cdot\tan\Phi$ ορίζει τη γωνία των δύο μεσημβρινών, αστρονομικού και γεωδαιτικού, που περνούν από το σημείο. Ισχύει, λοιπόν, ότι:

$$\Delta A = A_A - A_G = (\Lambda - \lambda)\cdot\sin\Phi$$

Η σχέση αυτή είναι γνωστή ως εξίσωση Laplace και επιτρέπει τον προσδιορισμό της διαφοράς ΔΑ, αν είναι γνωστά το αστρονομικό μήκος Λ και το αντίστοιχο γεωδαιτικό λ, και μέσω αυτής την διόρθωση των γεωδαιτικών δικτύων ως προς τον προσανατολισμό τους. Έτσι εξασφαλίζεται ο έλεγχος στροφής των δικτύων 1ης τάξης. Τα σημεία των δικτύων που εφαρμόζεται η εξίσωση αυτή ονομάζονται σημεία *Laplace* και τα γεωδαιτικά αζιμούθια, που προσδιορίζονται από το αστρονομικό μήκος και το αστρονομικό αζιμούθιο μέσω αυτής της εξίσωσης, ονομάζονται *αζιμούθια Laplace*.

Σήμερα, με τη χρήση του συστήματος GPS, μπορούν να προσδιοριστούν ταχύτερα και με ακρίβεια οι συντεταγμένες φ, λ, h των σημείων ενός γεωδαιτικού δικτύου στο σύστημα αναφοράς που έχει οριστεί σε κάθε περιοχή της Γης. Τα υψόμετρα όμως είναι γεωμετρικά (h), γεγονός που δεν εξυπηρετεί τις γεωδαιτικές εργασίες σε μεγάλα τμήματα της Φυσικής Γήινης Επιφάνειας (Φ.Γ.Ε.), στις οποίες απαιτείται η γνώση των ορθομετρικών υψομέτρων (H).

Αυτό είναι και το σημαντικότερο πρόβλημα που αντιμετωπίζει το σύστημα GPS στην ίδρυση ή στην επέκταση τρισδιάστατων δικτύων 1ης και 2ης τάξης, τα οποία αποτελούν την απαραίτητη γεωδαιτική υποδομή για την εκτέλεση γεωδαιτικών εργασιών.



Σχήμα 10.2

Για την αναγωγή των γεωμετρικών υψομέτρων σε ορθομετρικά πρέπει να είναι γνωστό το υψόμετρο N του γεωειδούς, ώστε μέσα από τη σχέση: h = H + N να προσδιορίζεται το ορθομετρικό υψόμετρο H σε οποιοδήποτε σημείο στο οποίο έχουν γίνει μετρήσεις με το σύστημα GPS (σχήμα 10.2) Έτσι ελαχιστοποιούνται τα προβλήματα υψομετρικών συνδέσεων μεταξύ δικτύων.

Η τιμή του N πρέπει να είναι γνωστή με ακρίβεια αντίστοιχη των γεωδαιτικών εργασιών, κυρίως για περιοχές με μεγάλες μεταβολές στη μορφή του γεωειδούς. Τα γεωδυναμικά μοντέλα, που χρησιμοποιούνται σήμερα, δεν μπορούν, σε πολλές περιπτώσεις, να δώσουν ακριβείς και αξιόπιστες προσεγγίσεις των τιμών N, ξ, η σε τμήματα της Γης που παρουσιάζουν έντονο και ανομοιόμορφο τοπογραφικό ανάγλυφο, όπως συμβαίνει στην Ελλάδα. Στις περιπτώσεις αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν εκτιμήσεις για την <u>μεταβολή</u> ΔN του υψομέτρου του γεωειδούς, που προκύπτουν από αξιοποίηση μετρήσεων της απόκλισης της κατακορύφου σε δύο σημεία.

Ο προσδιορισμός της μεταβολής ΔN του υψομέτρου του γεωειδούς απαιτεί τον υπολογισμό ενός ολοκληρώματος κατά μήκος της διαδρομής που συνδέει τα δύο σημεία. Η τιμή του ολοκληρώματος είναι ανεξάρτητη της διαδρομής. Για αποστάσεις μικρότερες από 40 km, περίπου, και με την προϋπόθεση ότι μεταξύ των δύο σημείων i και j η μεταβολή της απόκλισης της κατακορύφου είναι ομαλή, η μεταβολή ΔN μπορεί να προσδιοριστεί με μια γραμμική παρεμβολή:

$$\Delta\mathrm{N} = -8.969 \cdot 10^{-3} \cdot \left[\frac{\xi_i + \xi_j}{2} \cdot \Delta\varphi + \frac{\eta_i + \eta_j}{2} \cdot \Delta\lambda \cdot \cos\varphi_j \right]$$

όπου: ΔN υπολογίζεται σε μέτρα,

$\Delta\varphi = \varphi_j - \varphi_i$, η διαφορά των τιμών του γεωδαιτικού πλάτους σε πρώτα λεπτά μοίρας

$\Delta\lambda = \lambda_j - \lambda_i$, η διαφορά των τιμών του γεωδαιτικού μήκους σε πρώτα λεπτά μοίρας

ξ και η σε δευτερόλεπτα μοίρας.

ή

$$\Delta N = -4.848 \cdot 10^{-3} \cdot \left[\frac{\xi_i + \xi_j}{2} \cdot \cos A + \frac{\eta_i + \eta_j}{2} \cdot \sin A \right] \cdot S_{ij}$$

όπου: ΔN υπολογίζεται σε μέτρα

A = το αστρονομικό αζιμούθιο της διεύθυνσης $i - j$

S_{ij} = η απόσταση μεταξύ των σημείων $i - j$ σε km

ξ και η σε δευτερόλεπτα μοίρας

Μετά τον προσδιορισμό του ΔΝ είναι δυνατή η αναγωγή στην γεωδαιτική επιφάνεια αναφοράς των αποστάσεων *S* μεταξύ των σημείων ενός δικτύου, αφού πρώτα υπολογιστούν τα υψόμετρα N_i και N_j. Η απαραίτητη διόρθωση είναι:

$$\Delta S_{ij} = \frac{N_i + N_j}{2 \cdot R} \cdot S_{ij}$$

όπου *R* η ακτίνα καμπυλότητας της επιφάνειας αναφοράς και όλα τα μεγέθη είναι εκφρασμένα στις ίδιες μονάδες μήκους.

Η αναγωγή αυτή επιβάλλεται να γίνεται, ακόμη και για τιμές του υψομέτρου του γεωειδούς της τάξης των 10m, γιατί σε διαφορετική περίπτωση οι παραμορφώσεις στην κλίμακα ξεπερνούν τις αναμενόμενες αβεβαιότητες.

Έτσι είναι σαφές ότι αν, από αστρονομικές παρατηρήσεις, υπολογιστούν οι αστρονομικές συντεταγμένες Φ, Λ ενός σημείου της Φ.Γ.Ε, οι οποίες ορίζονται με μοναδικό τρόπο στο αστρονομικό σύστημα συντεταγμένων, και είναι γνωστές οι αντίστοιχες γεωδαιτικές συντεταγμένες φ, λ σε ένα ελλειψοειδές αναφοράς, μπορούν να υπολογιστούν οι τιμές των συνιστωσών *ξ, η* της απόκλισης της κατακορύφου και οι μεταβολές ΔΝ του υψομέτρου του γεωειδούς, από σημείο σε σημείο, ως προς το συγκεκριμένο ελλειψοειδές.

Με τον τρόπο αυτό μπορούν να γίνουν όλες οι απαραίτητες διορθώσεις γωνιών, διευθύνσεων και αποστάσεων στα επίγεια γεωδαιτικά δίκτυα.