

3. ΤΟ ΤΡΙΓΩΝΟ ΘΕΣΗΣ

Ως τώρα είδαμε πως ορίζονται διάφορα συστήματα αναφοράς και πως οι συντεταγμένες, σε κάθε σύστημα, αλλάζουν ανάλογα με την διεύθυνση παρατήρησης, τον τόπο και τον χρόνο. Για να γίνουν όμως οποιοδήποτε υπολογισμοί, πρέπει να βρεθούν οι κατάλληλες μαθηματικές σχέσεις μεταξύ των συντεταγμένων. Επειδή όλες οι συντεταγμένες μπορούν να εκφραστούν ως τόξα μέγιστων κύκλων στην ουράνια σφαίρα, ένας τρόπος περιγραφής των σχέσεων μεταξύ των συντεταγμένων είναι η χρήση της Σφαιρικής Τριγωνομετρίας. Οι βασικές έννοιες και τύποι δίνονται στο Παράρτημα του τεύχους αυτού.

Ο κεντρικός συλλογισμός για την συσχέτιση των συντεταγμένων είναι ως εξής: Τα μετρήσιμα μεγέθη είναι οι οριζόντιες συντεταγμένες (A , u) διαφόρων ουρανίων σωμάτων, καθώς και ο χρόνος παρατήρησης. Επιπλέον, είναι γνωστή η θέση (συντεταγμένες α , δ) των ουρανίων σωμάτων στο ουρανογραφικό σύστημα. Η γνώση του χρόνου παρατήρησης καθορίζει τον στιγμιαίο προσανατολισμό της Γης, δηλαδή του αστρονομικού συστήματος ως προς το ουρανογραφικό. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, οι ισημερινές συντεταγμένες υπολογίζονται από το αστρονομικό μήκος Λ και το χρόνο παρατήρησης. Επομένως, αναζητούμε τις μαθηματικές σχέσεις μεταξύ των ισημερινών και των οριζόντιων συντεταγμένων μιας διεύθυνσης, σε συγκεκριμένο τόπο.

Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε ένα σφαιρικό τρίγωνο στην ουράνια σφαίρα, που έχει βασικά στοιχεία (πλευρές και γωνίες) σχετιζόμενα με τις συντεταγμένες. Το τρίγωνο αυτό, που ονομάζεται **τρίγωνο θέσης** (**position triangle** or **astronomical triangle**) ορίζεται από τις κορυφές του ως εξής (σχήμα 3.1):

1. Πρώτη κορυφή (σταθερή) είναι ο *ορατός Πόλος* (**P**) της ουράνιας σφαίρας (εμείς θα χρησιμοποιούμε τον Βόρειο Πόλο).
2. Δεύτερη κορυφή (σταθερή) είναι το *ζενίθ* (**Z**) του τόπου παρατήρησης.
3. Τρίτη κορυφή (κινούμενη) είναι το *σημείο* (**S**) της ουράνιας σφαίρας στο οποίο αντιστοιχεί η *διεύθυνση παρατήρησης* (π.χ. ένα άστρο).

Από τον ορισμό των κορυφών προκύπτει ότι οι πλευρές του τριγώνου είναι:

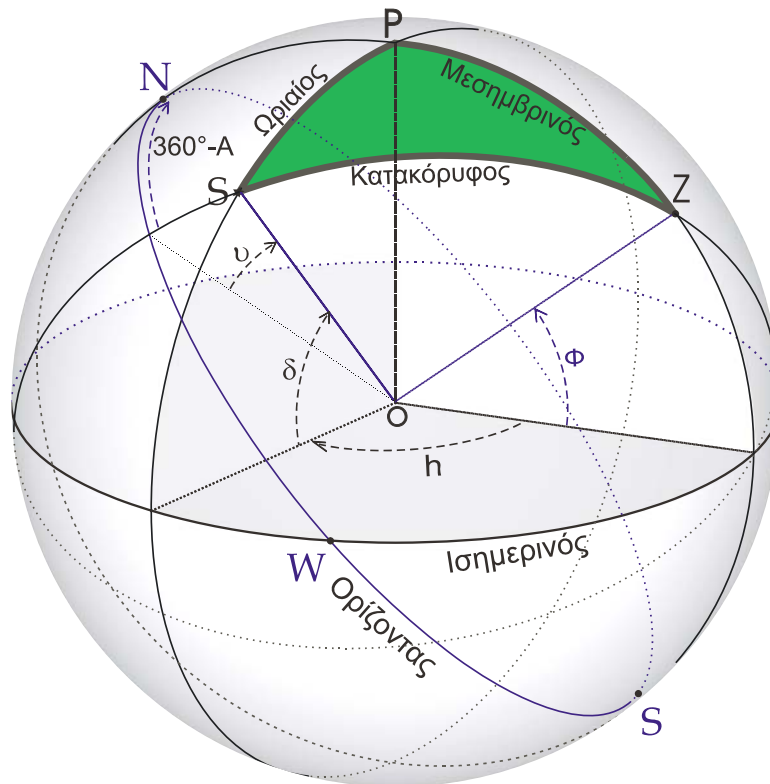
1. Το (σταθερό) τόξο **ZP** του αστρονομικού μεσημβρινού του τόπου.
2. Το (μεταβλητό) τόξο **ZS** του κατακόρυφου κύκλου του άστρου.
3. Το (μεταβλητό) τόξο **PS** του ωριαίου κύκλου του άστρου.

Ανάλογα με τη θέση του άστρου ως προς τον μεσημβρινό του τόπου, το τρίγωνο θέσης μπορεί να χαρακτηρίζεται ως ανατολικό ή δυτικό.

Από τον ορισμό των συστημάτων αναφοράς, εύκολα συμπεραίνει κανείς ότι, για τα κύρια στοιχεία του τριγώνου θέσης προκύπτουν οι εξής σχέσεις:

- Πλευρά **ZP** = $90^\circ - \Phi$
- Πλευρά **ZS** = $90^\circ - u = z$
- Πλευρά **PS** = $90^\circ - \delta$

- Η γωνία (**S**) ονομάζεται *παραλλακτική γωνία* p (*parallactic angle*)
- Η γωνία (**P**) είναι ίση με την *ωριαία γωνία* h του άστρου (δυτικό τρίγωνο θέσης) ή ίση με $24^h - h$ (ανατολικό τρίγωνο θέσης)
- Η γωνία (**Z**) είναι ίση με το *αζιμούθιο* A του άστρου (ανατολικό τρίγωνο θέσης) ή ίση με $360^\circ - A$ (δυτικό τρίγωνο θέσης)



Σχήμα 3.1

Αφού τα στοιχεία του τριγώνου έχουν τώρα εκφραστεί συναρτήσει των συντεταγμένων, οι σχέσεις μετατροπής συντεταγμένων μεταξύ του οριζόντιου και του ισημερινού συστήματος προκύπτουν εύκολα με εφαρμογή των τύπων της σφαιρικής τριγωνομετρίας (βλέπε στο Παράρτημα). Από την μεγάλη ποικιλία τύπων που μπορεί να γράψει κανείς, αξιοσημείωτοι είναι εκείνοι που προκύπτουν από τον νόμο των ημιτόνων, το νόμο των συνημιτόνων και τον τύπο των 5 στοιχείων:

$$\sin z \cdot \sin A = -\cos \delta \cdot \sinh$$

$$\cos z = \sin \delta \cdot \sin \Phi + \cos \delta \cdot \cos \Phi \cdot \cosh$$

$$\sin z \cdot \cos A = \sin \delta \cdot \cos \Phi - \cos \delta \cdot \sin \Phi \cdot \cosh$$

$$\sin \delta = \cos z \cdot \sin \Phi + \sin z \cdot \cos \Phi \cdot \cos A$$

$$\cos \delta \cdot \cosh = \cos z \cdot \cos \Phi - \sin z \cdot \sin \Phi \cdot \cos A$$

Ας σημειωθεί ότι οι παραπάνω τύποι ισχύουν σε κάθε περίπτωση, δηλαδή και για ανατολικό και για δυτικό τρίγωνο θέσης.

Απλούστερες σχέσεις μεταξύ των διαφόρων συντεταγμένων προκύπτουν στις ειδικές θέσεις των άστρων (ανατολή, δύση, μεσουρανήσεις, διάβαση από τον πρωτεύοντα κατακόρυφο, μέγιστη αποχή κλπ).

Ασκήσεις κατανόησης

- 1) Προσδιορίστε τις σχέσεις που δίνουν το αζιμούθιο και την ωριαία γωνία της ανατολής ενός άστρου συναρτήσει των Φ και δ .
- 2) Προσδιορίστε τις σχέσεις που δίνουν το αζιμούθιο, το ύψος και την ωριαία γωνία ενός άστρου, συναρτήσει των Φ και δ , στην θέση της μέγιστης αποχής του.
- 3) Προσδιορίστε τις σχέσεις που δίνουν το ύψος και την ωριαία γωνία ενός άστρου, συναρτήσει των Φ και δ , στην θέση της διάβασής του από τον πρωτεύοντα κατακόρυφο κύκλο.

Ανακεφαλαίωση

- Το τρίγωνο θέσης ενός άστρου σχηματίζεται με κορυφές το άστρο, τον ορατό πόλο και το ζενίθ του τόπου.
- Τα κύρια στοιχεία του τριγώνου θέσης (πλευρές και γωνίες) σχετίζονται με τις συντεταγμένες διαφόρων συστημάτων.
- Οι σχέσεις μεταξύ των διαφόρων συντεταγμένων μπορούν να προσδιοριστούν με εφαρμογή των τύπων της σφαιρικής τριγωνομετρίας στο τρίγωνο θέσης.

