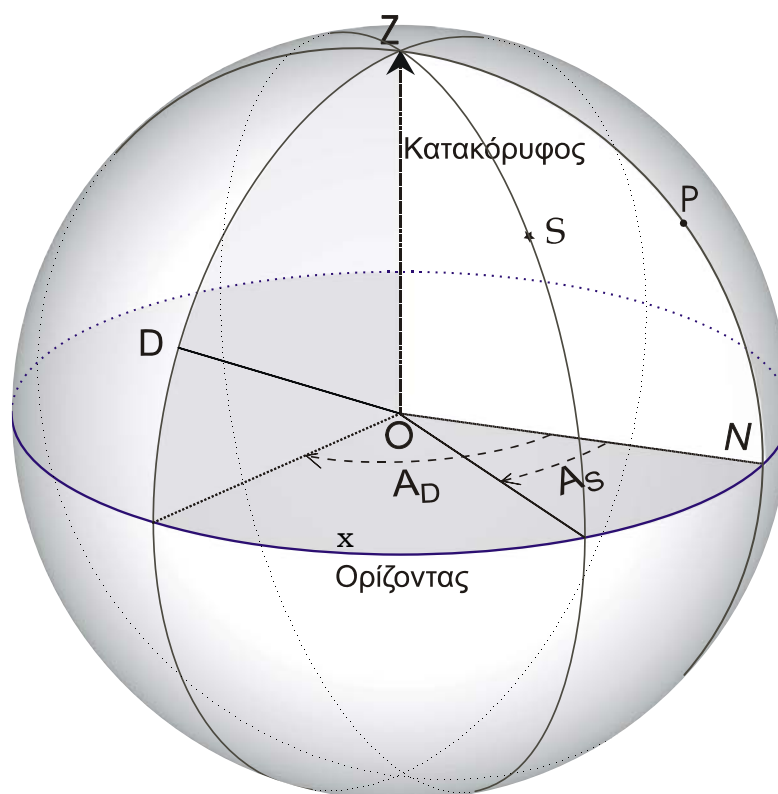


## 7. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΖΙΜΟΥΘΙΟΥ

Υπενθυμίζεται ότι αστρονομικό αζιμούθιο  $A_D$  μιας διεύθυνσης  $D$ , ως προς το σημείο (τόπο)  $O$ , ονομάζεται το μέτρο της διεδρής γωνίας που σχηματίζεται μεταξύ του επιπέδου του αστρονομικού μεσημβρινού του τόπου και του κατακορύφου επιπέδου που περιέχει το  $D$ . Η γωνία αυτή μετριέται κατά την ανάδρομη φορά (από το Βορρά προς την Ανατολή).



Σχήμα 7.1

Αν ήταν υλοποιημένη η διεύθυνση του μεσημβρινού, το αζιμούθιο  $A_D$  θα μπορούσε να μετρηθεί απευθείας. Επειδή αυτό δεν συμβαίνει συνήθως, πρέπει είτε

- να προσδιοριστεί η διεύθυνση του μεσημβρινού, είτε
- να μετρηθεί η γωνία  $x$  που σχηματίζεται μεταξύ του κατακορύφου κύκλου του  $D$  και του κατακορύφου κύκλου ενός ουρανίου σώματος (π.χ. άστρου)  $S$  κάποια χρονική στιγμή και, ταυτόχρονα, να προσδιοριστεί το αζιμούθιο  $A_S$  του ουρανίου σώματος για την ίδια χρονική στιγμή, οπότε:

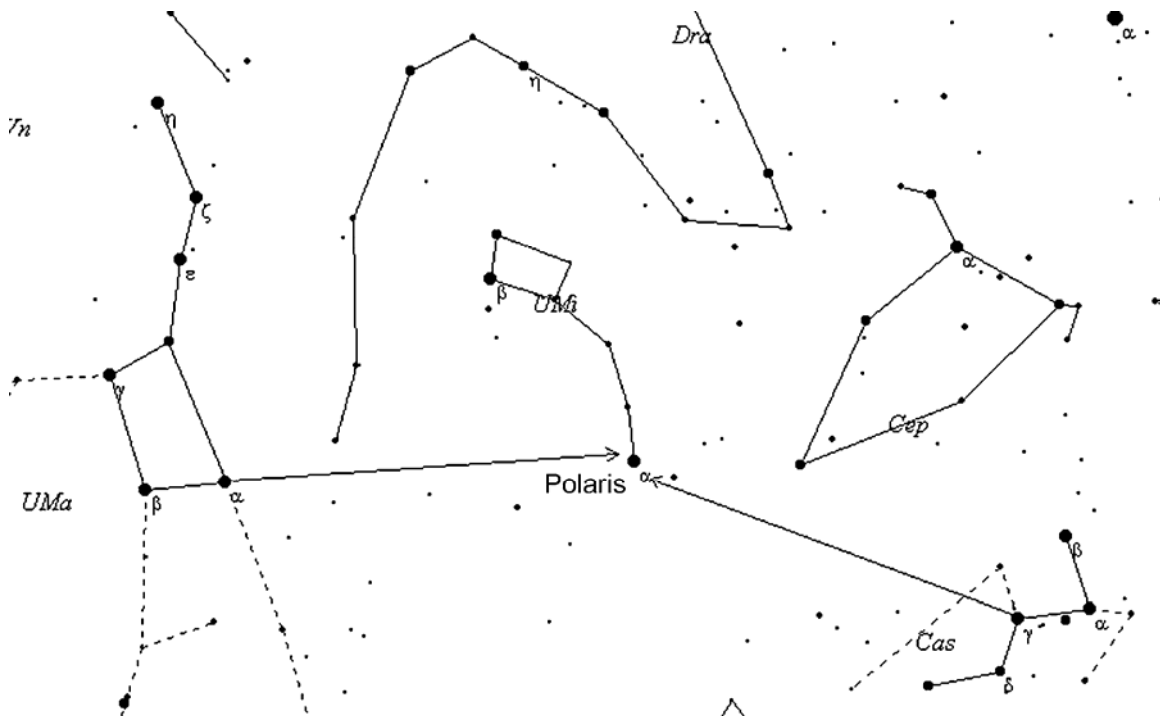
$$A_D = A_S + x \quad (\text{προφανώς με αυτόν τον τρόπο προσδιορίζεται έμμεσα ο μεσημβρινός}).$$

Στην πράξη, χρησιμοποιείται η δεύτερη μέθοδος, εκτός της περίπτωσης προσεγγιστικού μόνο προσανατολισμού, οπότε και η πρώτη είναι ικανοποιητική.

## 7.1 Προσδιορισμός της διεύθυνσης του μεσημβρινού

### 7.1.1 Από τον Πολικό αστέρα

Επειδή ο Πολικός αστέρας (α UMi) βρίσκεται πολύ κοντά στον Βόρειο ουράνιο πόλο, το αζιμούθιο του είναι πάντα μικρό, με ακρότατες τιμές περίπου  $\pm 1^\circ \text{sec}\Phi$ . Επομένως, η οριζόντια ανάγνωση του Πολικού αντιστοιχεί στην οριζόντια ανάγνωση του μεσημβρινού με την παραπάνω ακρίβεια. Αυτή η ακρίβεια δεν αρκεί για τις απαιτήσεις της γεωδαισίας, παρά μόνο αν χρησιμοποιείται για να δώσει μια αρχική τιμή και πρόκειται ν' ακολουθήσει ακριβέστερος προσδιορισμός με άλλη μέθοδο.



Σχήμα 7.2

Στο σχήμα 7.2 παρουσιάζεται μια αναπαράσταση του βορινού τμήματος του ουρανού, όπως φαίνεται από την Ελλάδα ένα καλοκαιρινό βράδυ. Για τον εντοπισμό του Πολικού αστέρα (α UMi) μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι αστερισμοί της Μεγάλης Άρκτου (UMa) ή της Κασσιόπης (Cas), που είναι αειφανείς.

Η Μεγάλη Άρκτος αναγνωρίζεται αμέσως από το χαρακτηριστικό της σχήμα “κατσαρόλας”. Στην προέκταση του ευθυγράμμου τμήματος που συνδέει τα λαμπρά πλευρικά άστρα και σε 5πλάσια περίπου απόσταση βρίσκεται ο Πολικός αστέρας (Polaris), που είναι το πιο ευδιάκριτο άστρο της περιοχής και ορίζει το άκρο της “ουράς” της Μικρής Άρκτου.

Εύκολα αναγνωρίζεται και ο αστερισμός της Κασσιόπης, με το χαρακτηριστικό σχήμα ανοικτού W. Η ευθεία που ξεκινά από το κεντρικό άστρο του W, περίπου κάθετα στο μικρότερο σκέλος του, οδηγεί στον Πολικό.

### 7.1.2. Από τα ίσα ύψη ενός άστρου

Κάθε άστρο βρίσκεται στο ίδιο ύψος δυο φορές κάθε 24ωρο και μάλιστα οι δυο αντίστοιχες θέσεις είναι συμμετρικές ως προς τον μεσημβρινό. Αν λοιπόν για δυο θέσεις ίσου ύψους διαβάσουμε τις αναγνώσεις του οριζοντίου δίσκου του θεοδόλιχου, η μέση τιμή τους δίνει την οριζόντια ανάγνωση της διεύθυνσης του μεσημβρινού.

Πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι δεν χρειάζεται γνώση των συντεταγμένων ( $\Phi, \Lambda$ ) του τόπου ούτε των συντεταγμένων ( $\alpha, \delta$ ) του άστρου. Επειδή όμως το ύψος ενός άστρου μεταβάλλεται αισθητά μόνο σε διευθύνσεις μακριά από τον μεσημβρινό, το μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι πρέπει να μεσολαβήσει μεγάλο χρονικό διάστημα (μερικές ώρες) ανάμεσα στις παρατηρήσεις, με συνέπεια να μη μπορεί να ελεγχθεί η μεταβολή της διάθλασης και να μειώνεται η ακρίβεια του προσδιορισμού.

## 7.2 Προσδιορισμος απο το αζιμουθιο ενος ουρανιου σωματος

Για να προσδιοριστεί το αστρονομικό αζιμούθιο ενός σημείου μέσω του αζιμουθίου ενός ουρανού σώματος, πρέπει το τελευταίο να υπολογιστεί από το τρίγωνο θέσης. Για το σκοπό αυτό απαιτείται να είναι γνωστό το αστρονομικό πλάτος  $\Phi$  του σημείου στάσης, η απόκλιση  $\delta$  του παρατηρούμενου ουρανού σώματος και να προσδιοριστεί ένα ακόμη στοιχείο, που μπορεί να είναι είτε η ωριαία γωνία του  $h$ , είτε η ζενίθια απόστασή του  $z$  κάποια χρονική στιγμή. Στην πρώτη περίπτωση απαιτείται, κατ' αρχήν, γνώση του αστρονομικού μήκους  $\Lambda$  του τόπου και της ορθής αναφοράς  $\alpha$  του σώματος, καθώς επίσης και ακριβής προσδιορισμός της χρονικής στιγμής της παρατήρησης. Στην δεύτερη περίπτωση χρειάζεται μέτρηση των μετεωρολογικών συνθηκών, για την διόρθωση της αστρονομικής διάθλασης.

### 7.2.1 Προσδιορισμός του αζιμουθίου από την ωριαία γωνία

Η ωριαία γωνία δεν μετριέται κατευθείαν. Το μετρούμενο μέγεθος είναι ο χρόνος τη στιγμή της διάβασης του άστρου από το κατακόρυφο νήμα, δηλαδή όταν το άστρο περνάει από γνωστή οριζόντια ανάγνωση. Τότε η ωριαία γωνία είναι, ως γνωστόν:

$$h = \theta + \Lambda - \alpha$$

Από την επίλυση του τριγώνου θέσης προκύπτει ότι το αστρονομικό αζιμούθιο  $A_s$  του άστρου δίνεται από τη σχέση:

$$\tan A_s = \frac{-\sin h}{\cos \Phi \cdot \tan \delta - \sin \Phi \cdot \cos h}$$

Κατά τον υπολογισμό του αζιμουθίου από την σχέση αυτή μπορεί να υπάρχουν συστηματικά σφάλματα από διάφορες πηγές. Συνήθως, οι ουρανογραφικές συντεταγμένες ( $\alpha, \delta$ ) του άστρου είναι γνωστές με αρκετή ακρίβεια. Πιθανόν όμως να υπάρχει μικρότερη ακρίβεια (δηλαδή άγνωστο συστηματικό σφάλμα) στις αστρονομικές συντεταγμένες ( $\Phi, \Lambda$ ) ή/και σφάλμα χρονομέτρου. Η τυχόν ύπαρξη τέτοιων σφαλμάτων προκαλεί σφάλμα  $\delta A$  στην τιμή του αζιμουθίου.

Επειδή τα μεγέθη  $\Phi$  και  $h$  είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα, το  $\delta A$  προκύπτει, από τον νόμο μετάδοσης των σφαλμάτων, από την σχέση:

$$\delta A = \pm \sqrt{(\delta A_{\Phi}^2 + \delta A_h^2)}$$

όπου τα  $\delta A_{\Phi}$  και  $\delta A_h$  αντιστοιχούν στο σφάλμα του αζιμουθίου μόνο εξ αιτίας του πλάτους  $\Phi$  και της ωριαίας γωνίας  $h$ , αντίστοιχα. Τα επιμέρους αυτά σφάλματα υπολογίζονται με την υπόθεση ότι οι μικρές αυτές ποσότητες σχετίζονται μεταξύ τους με την **ίδια** συνάρτηση που συνδέει τα αντίστοιχα διαφορικά (απειροστές ποσότητες). Επομένως, η διαφορίση των καταλλήλων σχέσεων του τριγώνου θέσης οδηγεί στους ακόλουθους τύπους για τα σφάλματα (μετά και από μετατροπή ορισμένων μεγεθών):

$$\delta A_{\Phi} = \sin A \cdot \cot z \cdot \delta \Phi$$

$$\delta A_h = \cos \Phi \cdot (\tan \Phi - \cos A \cdot \cot z) \cdot \delta h$$

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Η επίδραση του σφάλματος  $\delta \Phi$  στον υπολογισμό του αζιμουθίου εξαρτάται από το αζιμούθιο και το ύψος στα οποία παρατηρείται το άστρο. Το σφάλμα  $\delta A_{\Phi}$  μεγαλώνει όσο μικραίνει η ζενίθια απόσταση του άστρου, ενώ μηδενίζεται για  $A=0^\circ$  ή  $180^\circ$ , δηλαδή όταν το άστρο περνάει από τον μεσημβρινό.
- Το μέγεθος της επίδρασης του σφάλματος  $\delta h$  στην ακρίβεια του αζιμουθίου εξαρτάται και από τη θέση στην οποία παρατηρείται το άστρο και από το πλάτος του τόπου. Το σφάλμα  $\delta A_h$  μηδενίζεται όταν  $\tan \Phi = \cos A \cdot \cot z$ , που ισχύει όταν η παραλλακτική γωνία του άστρου είναι  $90^\circ$ , δηλαδή όταν παρατηρείται κατά τη μέγιστη αποχή του.

Οι δύο παραπάνω συνθήκες είναι αντιφατικές και δεν μπορεί να πληρούνται ταυτόχρονα. Όμως με παρατήρηση δύο αστέρων ίδιας, κατά το δυνατόν, απόκλισης  $\delta$  στην θέση μέγιστης αποχής (ενός στην ανατολική και ενός στη δυτική θέση) τα σφάλματα  $\delta A_{\Phi}$  είναι αντίθετα και τα σφάλματα  $\delta A_h$  μηδενίζονται. Επομένως, ο μέσος όρος του αζιμουθίου που προσδιορίζεται από το ζεύγος των άστρων δεν έχει συστηματικό σφάλμα.

Μια άλλη ειδική περίπτωση είναι ο προσδιορισμός του αζιμουθίου με παρατήρηση του Πολικού. Ο Πολικός αστέρας έχει το πλεονέκτημα ν' αναγνωρίζεται πολύ εύκολα. Επειδή διαγράφει ένα μικρό κύκλο γύρω από το Βόρειο ουράνιο πόλο, για τόπους του βορείου ημισφαιρίου με μικρά και μεσαία πλάτη, το αζιμούθιο του είναι πάντα κοντά στο 0. Επομένως, όταν και η ζενίθια απόστασή του είναι μεγάλη (πράγμα που συμβαίνει επίσης σε μικρά και μεσαία πλάτη) η επίδραση του  $\delta \Phi$  στο σφάλμα του αζιμουθίου είναι αμελητέα. Επιπλέον, για μικρά πλάτη (οπότε και ο πόλος βρίσκεται σε μικρό ύψος), η επίδραση του  $\delta h$  στο σφάλμα του αζιμουθίου είναι επίσης μικρή. Τέλος, επειδή ο Πολικός διαγράφει μικρό κύκλο, κινείται πολύ αργά και, κατά συνέπεια, διευκολύνεται η σκόπευση. Συνεπώς, ο Πολικός είναι ιδιαίτερα κατάλληλος στόχος για τον προσδιορισμό του αζιμουθίου από τόπους όπως η Ελλάδα.

Εκτός από τα συστηματικά σφάλματα των δεδομένων, σε κάθε διαδικασία παρατήρησης υπεισέρχονται και άλλα σφάλματα, όπως τα ακόλουθα:

1. Τα σφάλματα του οργάνου (συνθήκες θεοδόλικου, οριζοντίωση, βαθμονόμηση δίσκου)

2. Το σφάλμα λήψης του χρόνου από το χρονόμετρο
3. Το σφάλμα σκόπευσης  $\delta s$ , που προκαλεί σφάλμα στον υπολογισμό του αζιμουθίου ίσο με

$$\delta A = \frac{\delta s}{\sin z}$$

Τα σφάλματα αυτά μπορούν να απαλειφθούν ή να ελαττωθούν με τις γνωστές, από τις τοπογραφικές μετρήσεις, μεθόδους και με την αύξηση του πλήθους των παρατηρήσεων.

### 7.2.2. Προσδιορισμός του αζιμουθίου από τη ζενίθια απόσταση

Όταν δεν μπορεί να προσδιοριστεί με ακρίβεια ο χρόνος παρατήρησης ή δεν είναι γνωστό το αστρονομικό μήκος  $\Lambda$ , αντί να χρησιμοποιηθεί η ωριαία γωνία μπορεί να μετρηθεί η ζενίθια απόσταση  $z$  του ουρανίου σώματος  $S$ . Σ' αυτή την περίπτωση, το αζιμούθιο του  $S$  δίνεται από τη σχέση:

$$\cos A_s = \frac{\sin \delta - \sin \Phi \cdot \cos z}{\cos \Phi \cdot \sin z}$$

Στην περίπτωση αυτή, οι κύριες πηγές συστηματικών σφαλμάτων είναι το σφάλμα  $\delta\Phi$  στο πλάτος και το σφάλμα  $\delta R$  στην εκτίμηση της διάθλασης, που δημιουργεί ένα συστηματικό σφάλμα  $\delta z$  στη διορθωμένη για διάθλαση ζενίθια απόσταση. Το συνολικό σφάλμα υπολογίζεται από την σχέση:

$$\delta A = \pm \sqrt{(\delta A_\Phi^2 + \delta A_z^2)}$$

Αντίστοιχα με όσα αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, με διαφόριση της σχέσης υπολογισμού του αζιμουθίου, προκύπτουν οι εξής τύποι για τα σφάλματα:

$$\delta A_\Phi = \frac{1}{\sin A} \cdot (\cot z - \cos A \cdot \tan \Phi) \cdot \delta\Phi$$

$$\delta A_z = \frac{-1}{\sin A} \cdot (\tan \Phi - \cos A \cdot \cot z) \cdot \delta z$$

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- όταν  $\cot z = \cos A \cdot \tan \Phi$ , που ισχύει όταν η ωριαία γωνία του άστρου είναι  $6^h$  ( $90^\circ$ ) ή  $18^h$  ( $270^\circ$ ), μηδενίζεται η επίδραση του σφάλματος  $\delta\Phi$  στον υπολογισμό της τιμής του αζιμουθίου
- όταν  $\tan \Phi = \cos A \cdot \cot z$ , που ισχύει όταν το άστρο παρατηρείται στη μέγιστη αποχή του, ένα σφάλμα  $\delta z$  στη ζενίθια απόσταση (που μπορεί να προέρχεται από σφάλμα δείκτη του οργάνου αλλά, κυρίως, από σφάλμα στη διόρθωση για την αστρονομική διάθλαση) δεν επιδρά στην υπολογιζόμενη τιμή του αζιμουθίου.
- Σε κάθε περίπτωση, το σφάλμα  $\delta A$  είναι ελάχιστο όταν το  $\sin A$  είναι απόλυτα μέγιστο, δηλαδή όταν  $A=90^\circ$  ή  $270^\circ$  (παρατήρηση στον πρωτεύοντα κατακόρυφο κύκλο).

Οι δύο πρώτες συνθήκες πληρούνται ταυτόχρονα μόνο στην ειδική περίπτωση που παρατηρείται ένα άστρο στον ορίζοντα τόπου που βρίσκεται στον Ισημερινό. Σε άλλους τόπους, για να εξαλειφθεί η επίδραση και των δύο σφαλμάτων ( $\delta A_z$  και  $\delta A_\phi$ ), εκλέγονται και παρατηρούνται δύο άστρα σε ειδικές σχετικές θέσεις ( $z_1 = z_2$  και  $A_1 = 360^\circ - A_2$ ). Λόγω της ύπαρξης του όρου  $\sin A$  στα σφάλματα, σχηματίζοντας το μέσο όρο των τιμών των δύο αζιμουθίων από τις συμμετρικές ως προς τον μεσημβρινό θέσεις, εξαλείφεται η επίδραση των σφαλμάτων.

### **Ανακεφαλαίωση**

- Ο προσδιορισμός του αζιμουθίου μιας διεύθυνσης γίνεται έμμεσα, με την βοήθεια του αζιμουθίου ενός ουρανού σώματος, όπως αυτό παρατηρείται κάποια χρονική στιγμή.
- Για τον υπολογισμό του αζιμουθίου ενός άστρου πρέπει να είναι γνωστά, τουλάχιστον, το πλάτος του τόπου και η απόκλιση του άστρου. Επιπλέον, πρέπει να υπολογιστεί η ωριαία γωνία του άστρου ή να μετρηθεί η ζενίθια απόστασή του σε κάποια χρονική στιγμή.
- Αν χρησιμοποιηθεί η ωριαία γωνία (που είναι η συνηθέστερη περίπτωση), πρέπει να είναι επιπλέον γνωστά το μήκος του τόπου και η ορθή αναφορά του άστρου και να μετρηθεί ο χρόνος παρατήρησης. Τυχόν συστηματικά σφάλματα στην ωριαία γωνία ή το πλάτος αντιμετωπίζονται με συμμετρικές, ως προς τον μεσημβρινό, παρατηρήσεις άστρων στη μέγιστη αποχή τους.
- Ειδική περίπτωση της μεθόδου αυτής είναι η παρατήρηση του Πολικού αστέρα.
- Αν μετρηθεί η ζενίθια απόσταση, χρειάζεται διόρθωση για την επίδραση της διάθλασης. Τυχόν συστηματικά σφάλματα στο πλάτος ή την ζενίθια απόσταση αντιμετωπίζονται με συμμετρικές, ως προς τον μεσημβρινό, παρατηρήσεις άστρων κοντά στον πρωτεύοντα κατακόρυφο κύκλο.