

9. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗΚΟΥΣ

9.1 Εισαγωγή

Υπενθυμίζεται ότι το αστρονομικό μήκος ενός τόπου είναι η διεδρη γωνία μεταξύ του αστρονομικού μεσημβρινού του τόπου και του μεσημβρινού του Greenwich. Η γωνία αυτή μπορεί να μετρηθεί στο επιπέδου του ουράνιου Ισημερινού.

Ο προσδιορισμός του μήκους ισοδυναμεί με τον προσδιορισμό του τοπικού αστρικού χρόνου θ_0 και την συσχέτισή του με τον αστρικό χρόνο Greenwich θ την ίδια στιγμή:

$$\Lambda = \theta_0 - \theta$$

Ο αστρικός χρόνος Greenwich θ υπολογίζεται, συνήθως, από τον Συντονισμένο Παγκόσμιο Χρόνο την στιγμή της παρατήρησης, ο οποίος μπορεί να προκύψει με ακρίβεια από τις ενδείξεις ενός συγχρονισμένου χρονομέτρου. Απομένει λοιπόν ο προσδιορισμός του τοπικού αστρικού χρόνου θ_0 , που γίνεται από την ωριαία γωνία h ενός άστρου με γνωστή ορθή αναφορά a , με την βοήθεια της σχέσης: $\theta_0 = a + h$

Η ωριαία γωνία υπολογίζεται από το τρίγωνο θέσης του άστρου, στο οποίο είναι γνωστά τα στοιχεία: πλάτος Φ , απόκλιση δ και είτε η ζενίθια απόσταση z είτε το αζιμούθιο A . Συνήθως μετράται η ζενίθια απόσταση και η ωριαία γωνία δίνεται από την σχέση:

$$\cosh = \frac{\cos z - \sin \delta \cdot \sin \Phi}{\cos \delta \cdot \cos \Phi}$$

Για τον προσδιορισμό των ευνοϊκότερων συνθηκών παρατήρησης πρέπει να εξεταστούν οι επιδράσεις των συστηματικών σφαλμάτων, που στην περίπτωση αυτή προέρχονται από τα σφάλματα δz και $\delta \Phi$. Για τον υπολογισμό τους, σχηματίζουμε τα μερικά διαφορικά της παραπάνω σχέσης και, μετά από κάποιες αντικαταστάσεις, προκύπτουν οι τύποι:

$$\delta h_\Phi = -\frac{1}{\tan A \cdot \cos \Phi} \cdot \delta \Phi \quad \text{και} \quad \delta h_z = -\frac{1}{\sin A \cdot \cos \Phi} \cdot \delta z$$

Από τις σχέσεις αυτές βγαίνει το συμπέρασμα ότι η επίδραση των σφαλμάτων γίνεται ελάχιστη όταν $A = 90^\circ$ ή $A = 270^\circ$, δηλαδή όταν οι παρατηρήσεις γίνονται στον πρωτεύοντα κατακόρυφο κύκλο. Επιπλέον, το πρόσημο των και των δύο σφαλμάτων αλλάζει εκατέρωθεν του μεσημβρινού. Επομένως, ο προσδιορισμός του μήκους (μέσω ωριαίας γωνίας) με μέτρηση της ζενίθιας απόστασης πρέπει να γίνεται σε ζεύγη άστρων, ανατολικά και δυτικά του μεσημβρινού, την στιγμή της διάβασής τους από τον πρωτεύοντα κατακόρυφο κύκλο.

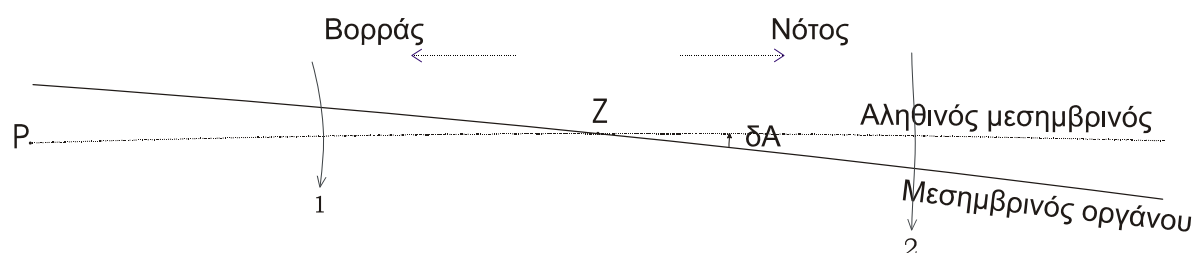
Η διαδικασία αυτή μπορεί να οδηγήσει σε ικανοποιητικό προσδιορισμό μήκους (δευτέρας τάξεως). Όταν χρειάζεται μεγαλύτερη ακρίβεια (προσδιορισμός πρώτης τάξεως), τότε ο προσδιορισμός του τοπικού αστρικού χρόνου γίνεται με χρονομέτρηση των μεσημβρινών διαβάσεων των άστρων, οπότε ισχύει $h = 0^h$ ή $h = 12^h$ (εξ ορισμού) και, φυσικά, $\delta h = 0$.

Στην περίπτωση αυτή, το κύριο συστηματικό σφάλμα είναι το σφάλμα προσανατολισμού δA του θεοδολίκου στον μεσημβρινό. Αυτό έχει σαν συνέπεια την

λανθασμένη εκτίμηση του τοπικού αστρικού χρόνου και μάλιστα με μη γραμμικό τρόπο. Το σφάλμα $\delta\theta$ που οφείλεται στο σφάλμα δA υπολογίζεται κατά τα γνωστά με διαφορίση και, τελικά, δίνεται από την σχέση:

$$\delta\theta = \pm \frac{\sin z}{\cos \delta} \cdot \delta A \quad , \quad \begin{bmatrix} +South \\ -North \end{bmatrix}$$

Το σφάλμα αυτό, μαζί με άλλα σφάλματα των μετρήσεων (όπως είναι η κλίση του άξονα του θεοδόλιχου, η κακή ευθυγράμμιση του τηλεσκοπίου κλπ), υπολογίζεται μαζί με το αστρονομικό μήκος κατά την συνόρθωση των παρατηρήσεων. Η διαδικασία αυτή αναφέρεται ως μέθοδος Mayer και χρησιμοποιείται συνήθως για προσδιορισμό ακριβείας.



Σχήμα 9.1

Ειδικότερα, γίνονται παρατηρήσεις (χρονομετρήσεις) της άνω μεσημβρινής διάβασης άστρων, και βόρεια και νότια του ζενίθ, βασισμένες σε έναν προσεγγιστικό προσανατολισμό του θεοδόλιχου στον μεσημβρινό. Θεωρώντας το λάθος προσανατολισμού δA θετικό αν το μηδέν των αναγνώσεων του θεοδόλιχου βρίσκεται *ανατολικά* του αστρονομικού Βορρά (όπως στο σχήμα 9.1), τότε η χρονομέτρηση των διαβάσεων γίνεται νωρίτερα (για βόρεια μεσουράνηση) ή αργότερα (για νότια μεσουράνηση) από την πραγματική χρονική στιγμή (εκείνη δηλαδή που αντιστοιχεί στην αληθινή θέση του μεσημβρινού του τόπου).

Υπολογίζοντας, επομένως, μια τιμή $\Lambda_i = a_i - \theta_i$ για το μήκος από κάθε μεσουράνηση, θα υπάρχει συστηματική αλλά μεταβλητή επίδραση του σφάλματος $\delta\theta_i$, όπως περιγράφηκε παραπάνω. Η καλύτερη εκτίμηση για το μήκος Λ , όπως και για το σφάλμα προσανατολισμού δA , δίνεται από συνόρθωση των εξισώσεων παρατήρησης:

$$\Lambda_i = a_i - \theta_i = \Lambda + A_i \delta A$$

Οι εξισώσεις αυτές έχουν τη μορφή εξίσωσης ευθείας. Σ' ένα διάγραμμα (A_i, Λ_i) τα σημεία που εκφράζουν τις μετρήσεις βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία, η κλίση της οποίας δίνει το σφάλμα προσανατολισμού δA . Η τομή της ευθείας αυτής με τον άξονα των Λ_i (δηλαδή όταν $A_i=0$) δίνει την καλύτερη εκτίμηση του μήκους Λ .

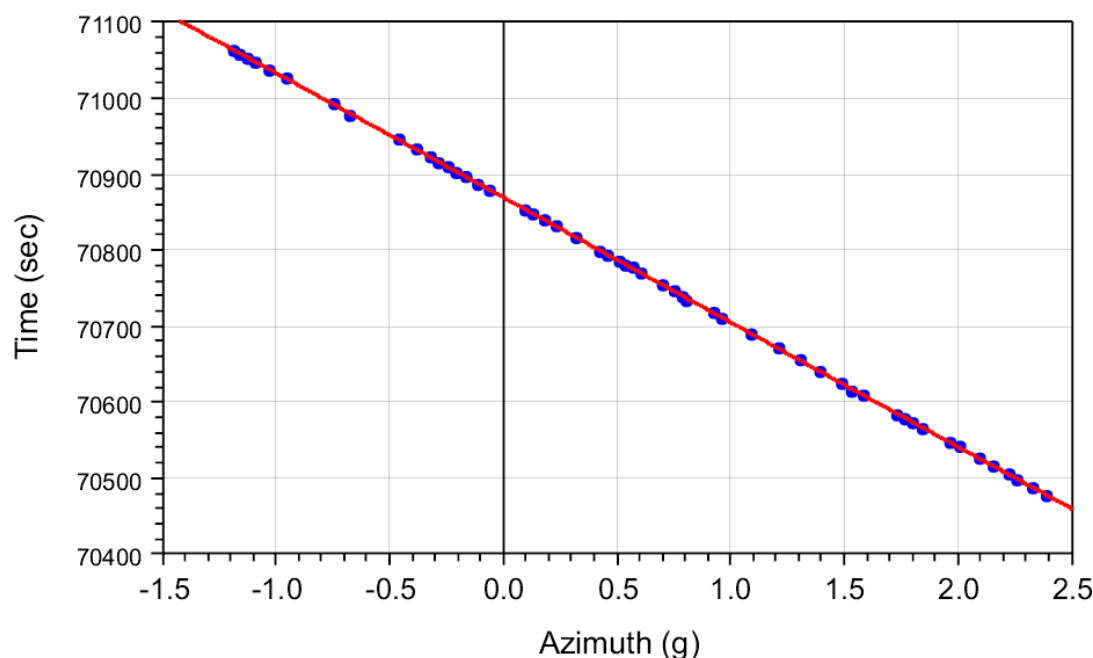
Ο συντελεστής A_i (συντελεστής Mayer) δίνεται από την σχέση

$$A_i = \pm \frac{\sin z_i}{\cos \delta_i}$$

όπου το πρόσημο + αναφέρεται σε μεσουράνηση νότια του ζενίθ, ενώ το - σε μεσουράνηση βόρεια του ζενίθ.

Ας σημειωθεί, τέλος, πως η ύπαρξη συστηματικού σφάλματος στην εκτίμηση του αστρικού χρόνου Greenwich θ της μεσουράνησης κάθε άστρου, που μπορεί να προέλθει από σφάλμα του χρονομέτρου, προκαλεί ένα ισόποσο σφάλμα στην τιμή του μήκους που δεν είναι δυνατόν να απαλειφθεί.

Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο προσδιορισμού του πλάτους, οι σύγχρονοι ψηφιακοί γεωδαιτικοί σταθμοί επιτρέπουν τη λήψη μεγάλου πλήθους παρατηρήσεων κάθε άστρου γύρω από την μεσημβρινή του διάβαση. Αν ο γεωδαιτικός σταθμός μπορεί να καταγράψει με ακρίβεια και τον χρόνο κάθε παρατήρησης (π.χ. στην κλίμακα του Συντονισμένου Παγκόσμιου Χρόνου), τότε η χρονική στιγμή της μεσουράνησης μπορεί να υπολογιστεί με προσαρμογή κατάλληλου πολυωνύμου στα ζεύγη τιμών (ΟΓ, χρόνος), όπως φαίνεται στο σχήμα 9.2. Με τον τρόπο αυτό μειώνονται δραστικά τα τυχαία σφάλματα της χρονομέτρησης κάθε μεσουράνησης και η μέθοδος μπορεί να δώσει την τιμή του μήκους με ακρίβεια πρώτης τάξης (σφάλμα μικρότερο από $0''.1$).



Σχήμα 9.2

Ανακεφαλαίωση

- Ο προσδιορισμός του αστρονομικού μήκους ενός τόπου βασίζεται στον προσδιορισμό του τοπικού αστρικού χρόνου και την συσχέτισή του με τον αστρικό χρόνο Greenwich την ίδια στιγμή.
- Κατ' αρχήν, ο προσδιορισμός του τοπικού αστρικού χρόνου μπορεί να γίνει με την βοήθεια της ωριαίας γωνίας και της ζηνίθιας απόστασης ενός άστρου. Οι ευνοϊκότερες συνθήκες προσδιορισμού υπάρχουν κατά την διάβαση του άστρου από τον πρωτεύοντα κατακόρυφο κύκλο (ανατολικά και δυτικά).

- Η ακριβέστερη μέθοδος προσδιορισμού μήκους βασίζεται στην χρονομέτρηση των μεσημβρινών διαβάσεων (μέθοδος Mayer). Το σημαντικότερο σφάλμα στην περίπτωση αυτή είναι το σφάλμα προσανατολισμού του θεοδόλιχου στον μεσημβρινό. Η επίδρασή του εξαιρείται με την συνόρθωση των εξισώσεων παρατήρησης των διαβάσεων πολλών άστρων.
- Τυχόν συστηματικό σφάλμα χρονομέτρου δεν μπορεί να απαλειφθεί και επηρεάζει αυτούσιο την τιμή του υπολογιζόμενου μήκους.