1.0 Η μέτρηση του χρόνου

Είναι γνωστό οτι ισχύει

$$f = \frac{1}{t} \tag{0.1}$$

όπου f η συχνότητα σε Hz και t η περίοδος σε sec

$$f = t^{-1} \tag{0.2}$$

$$df = -t^{-2}dt = -\frac{dt}{t^2} = -\frac{dt}{t}\frac{1}{t} = -\frac{dt}{t}f$$

$$\frac{df}{f} = -\frac{dt}{T} \tag{0.3}$$

και επειδή η φάση σε ένα επαναλαμβανόμενο σήμα μπορεί να αντιστοιχιστεί ανάλογα με τον χρόνο

$$F = \frac{df}{f} = -\frac{dt}{T} = -\frac{d\varphi}{\varphi} \tag{0.4}$$

ενώ εξ ορισμού

$$F = \frac{f - f_n}{f_n} \tag{0.5}$$

όπου f η πραγματική συχνότητα σε Hz, Δf η διαφορά συχνότητας σε Hz, f_n η ονομαστική συχνότητα σε Hz και F η σχετική συχνότητα.

2.0 Η απόδοση των πηγών χρόνου.

Το σ της σταθερότητας του χρόνου δίνεται ως

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \delta\tau^2}{2\cdot\nu}} \tag{0.6}$$

όπου $\sum \delta\tau^2$ το άθροισμα τετραγώνων των διαφορών μεταξύ διαδοχικών αναγνώσεων, ν ο συνολικός αριθμός των διαφορών που χρησιμοποιήθηκανκαι όπου αυτή η διαφορά αναγνώσεων λαμβάνεται για σταθερό χρονικό διάστημα τ. Η παράμετρος σ είναι η τετραγωνική ρίζα της μεταβλητότητας Allan (Allan Variance).

Αν η τιμή που έχει ληφθεί για την σταθερότητα της συχνότητας είναι (πχ) $\sigma_{\delta f} = 10\,\text{Hz}$ και μετρήθηκε επάνω σε μία φέρουσα συχνότητα 5 MHz τότε

$$\sigma_y = \sigma_{\frac{\delta f}{f}} = 2 \cdot 10^{-6} \tag{0.7}$$

με

$$\frac{\delta f}{f} = y \tag{0.8}$$

Χρησιμοποιείται γενικά η σχετική σταθερότητα συχνότητας σ_y (αδιάστατη), αντί της $\sigma_{\delta f}$ που έχει διάσταση, γιατί τότε μπορούν να συγκριθούν διαφορετικοί ταλαντωτές με άλλη παραγόμενη συχνότητα.

Πολλοί ταλαντωτές έχουν έξοδο 1, 5, 10 MHz (ή όπως στο σύστημα GPS 10.23 MHz). Αν αυτός ο ταλαντωτής χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή άλλης συχνότητας (πχ 3.58 MHz) χωρίς να αλλάξει η σταθερότητα, τότε η σχετική σταθερότητα θα ισχύει για κάθε συχνότητα.

3.0 Χρήση δεδομένων σταθερότητας συχνότητας

Έστω ένα χρονόμετρο κρυστάλλου. Με αρκετή γνώση του ταλαντωτή, μπορεί να υπολογίσει κανείς το σφάλμα του χρονομέτρου και ακόμη να προβλέψει (με αρκετή ακρίβεια) και πόσο θα είναι μετά από κάποιο χρόνο.

Η ανάγνωση του χρονομέτρου θα έχει ένα σταθερό αρχικό σφάλμα $\Delta\tau_0$, είτε γιατί το χρονόμετρο δεν συγχρονίστηκε καθόλου, ή γιατί συγχρονίστηκε λάθος. Μέχρι να διορθωθεί μπορεί να χρησιμοποιείται ως σταθερό.

Θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η σταθερότητα δηλαδή η συνάρτηση $\sigma_y(\tau)\cdot t$ και επειδή ξέρουμε την χρονική στιγμή που συγχρονίστηκε το χρονόμετρο τότε θα έχουμε

$$\sigma_y(\tau = t)\cdot t \qquad (0.9)$$

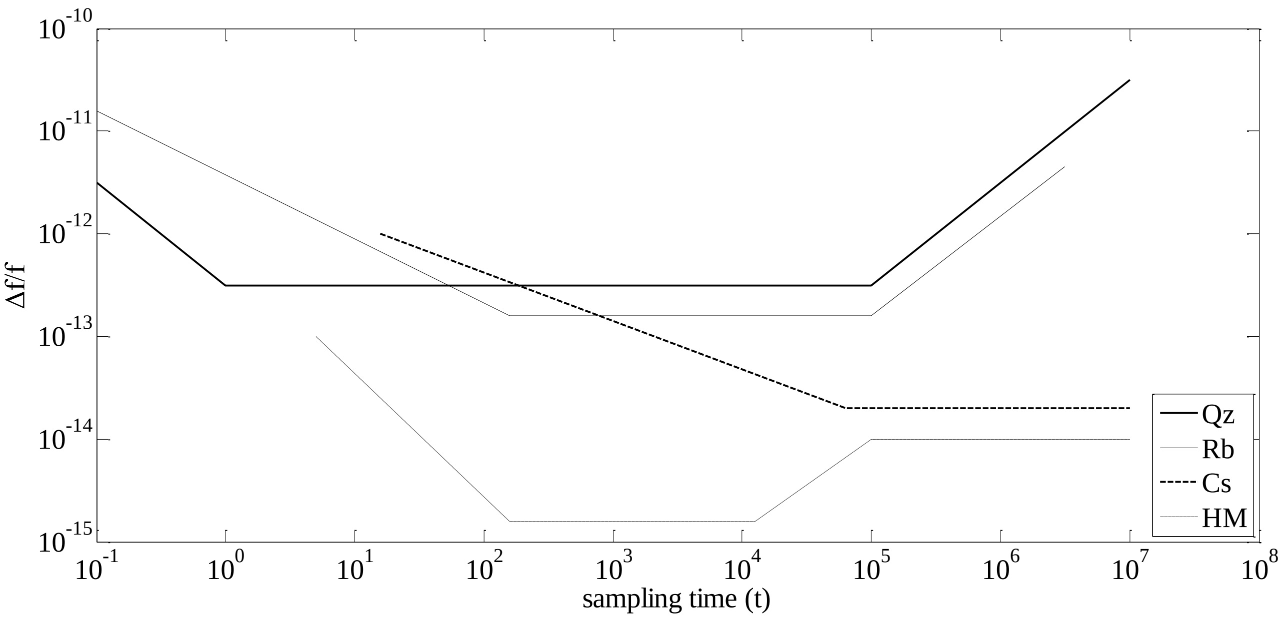
Ο όρος αυτός λαμβάνει υπόψη την αστάθεια του ταλαντωτή.

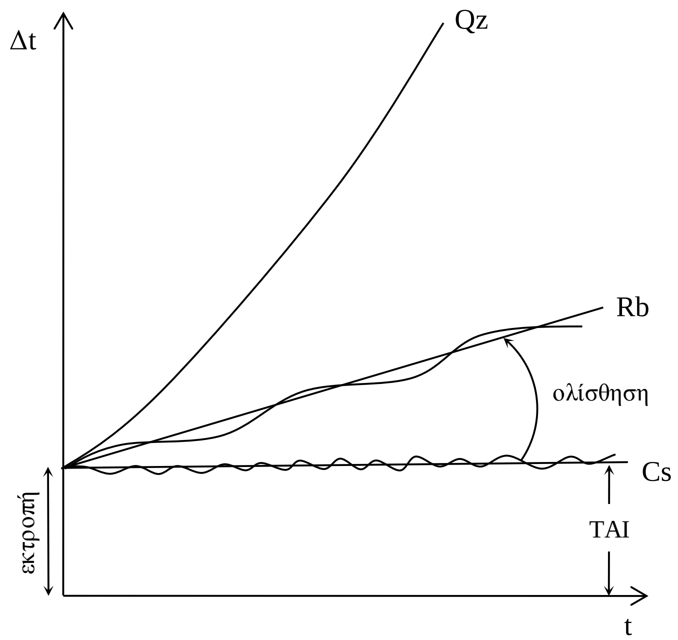
Υπάρχει ακόμα ένα πιθανό σφάλμα. Αν ο ταλαντωτής την ώρα που συγχρονίστηκε δεν ήταν στη σωστή συχνότητα και εάν πάρουμε την εκτροπή (offset) με τη βοήθεια της σχετικής συχνότητας $\frac{\Delta f}{f}t$, τότε το χρονόμετρο θα έχει συνολικό σφάλμα στο χρόνο t:

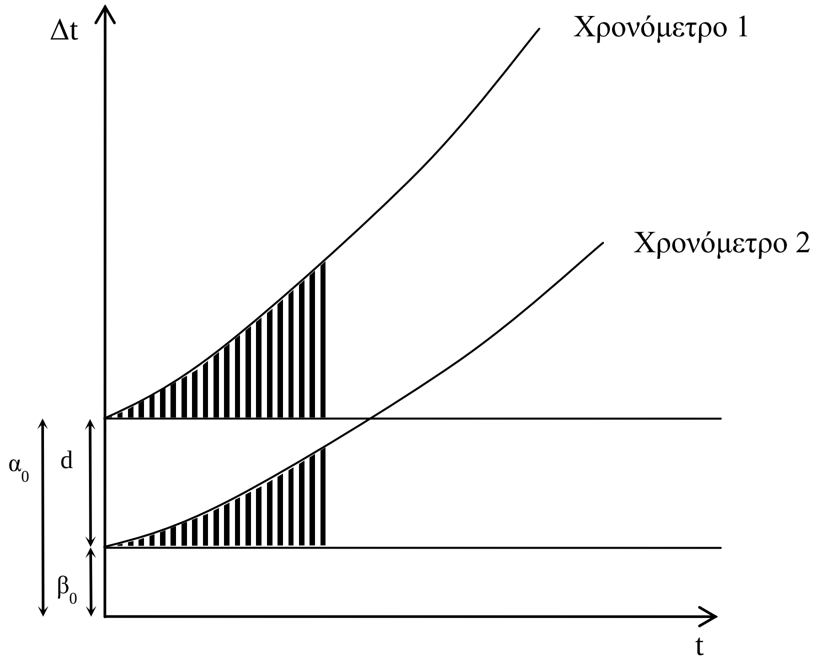
$$\Delta t = \Delta t_0 + \sigma_y(\tau = t)\cdot t + \frac{\Delta f}{f}t + \frac{\Delta f}{f}t^2 \qquad (0.10)$$

όπου $\frac{\Delta f}{f}t^2$, είναι η γήρανση του ταλαντωτή.

4.0 Χρονόμετρα







$$T_1 = a_0 + a_1 t + a_2 t_2$$

$$T_2 = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t_2$$

Όπου: a_0, β_0 η εκτροπή

a_1, β_1 το drift

a_2, β_2 η γήρανση

Αν στα δύο άκρα μιας βάσης Α, Β βρίσκονται δύο όργανα είναι πιθανό να έχουν διαφορετική συμπεριφορά κατά τη διάρκεια των παρατηρήσεων.

Έτσι, στο σύνολο των παρατηρήσεων, ένα μοντέλο $a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ επιτρέπει τη διόρθωση των παρατηρήσεων και τη βελτίωση της χρονικής στιγμής της παρατήρησης.

Τέλος στην επίλυση της βάσης επιλύεται ο άγνωστος d, πόσο διαφέρουν κατά την εκτροπή τα δύο χρονόμετρα.