



ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

**ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΑΠΟ ΜΕΜΟΝΩΜΕΝΕΣ ΕΙΚΟΝΕΣ
ΣΤΗΝ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΟΡΑΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΛΑΖΑΡΟΣ ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΟΠΟΥΛΟΣ

ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2007



ΣΧΟΛΗ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΑΠΟ ΜΕΜΟΝΩΜΕΝΕΣ ΕΙΚΟΝΕΣ ΣΤΗΝ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΟΡΑΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΛΑΖΑΡΟΣ ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΟΠΟΥΛΟΣ

Αγρονόμος Τοπογράφος Μηχανικός ΕΜΠ

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή

Γιώργος Καρράς (επιβλέπων)
Ανδρέας Γεωργόπουλος
Έλλη Πέτσα

Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ
Καθηγητής ΕΜΠ
Καθηγήτρια ΤΕΙ Αθήνας

ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2007



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ

ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

The project is co-funded by the European Social Fund (75%) and National Resources (25%) – ΕΡΕΑΕΚ II – ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ.

Η εκπόνηση της διατριβής συγχρηματοδοτήθηκε από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο (75%) και Εθνικούς Πόρους (25%) στο πλαίσιο του ΕΠΕΑΕΚ II, πρόγραμμα ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ “Υποτροφίες έρευνας με κατεύθυνση την βασική έρευνα”.

Πρόλογος

Το θέμα της διατριβής και η Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή ορίστηκαν το 2002. Η διατριβή χρηματοδοτήθηκε στο πλαίσιο του ΕΠΕΑΕΚ II (πρόγραμμα *ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ: Υποτροφίες Έρευνας με Κατεύθυνση την Βασική Έρευνα*).

Το 2005 επισκέφθηκα την ερευνητική ομάδα MOVI (Modeling for Computer Vision) του γαλλικού ερευνητικού κέντρου INRIA (Rhône-Alpes), όπου συνεργάστηκα με τον Dr. P. Sturm για θέματα της διατριβής μου, ενώ έκανα και παρουσίαση για την μέχρι τότε εξέλιξη της στους καθηγητές, ερευνητές και υποψήφιους διδάκτορες της ομάδας.

Κατά την διάρκεια εκπόνησης της διατριβής έχουν πραγματοποιηθεί οι ακόλουθες επιστημονικές δημοσιεύσεις, οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν πρόδρομες δημοσιεύσεις της διατριβής (σε αυτές υπάρχουν 12 αναφορές στην διεθνή βιβλιογραφία):

Grammatikopoulos L., Karras G., Petsa E., 2002.
Geometric information from single uncalibrated images of roads.
International Archives of Photogrammetry & Remote Sensing, 34(B5), pp. 21-26.

Grammatikopoulos L., Karras G., Petsa E., 2003.
Camera calibration approaches using single images of man-made objects.
Proc. XIX CIPA International Symposium, Antalya, Turkey, pp. 328-332.

Grammatikopoulos L., Karras G., Petsa E., 2004.
Camera calibration combining images with two vanishing points.
International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences, 35(5), pp. 99-104.

Grammatikopoulos L., Karras G., Petsa E., 2005.
Automatic estimation of vehicle speed from uncalibrated video sequences.
Proc. FIG-ISPRES-ICA International Symposium "Modern Technologies, Education & Professional Practice in Geodesy & Related Fields", Sofia, pp. 332-338.

Grammatikopoulos L., Karras G., Petsa E., Kalisperakis I., 2006.
A unified approach for automatic camera calibration from vanishing points.
International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences, Vol. XXXVI, Part 5 (in CD).

Grammatikopoulos L., Karras G., Petsa E., 2007.
An automatic approach for camera calibration from vanishing points.
ISPRES Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, vol. 62, pp. 64-76.

Ευχαριστίες

Κατ' αρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω την γυναίκα μου Δέσποινα, για την βοήθεια και την υποστήριξή της όλα αυτά τα χρόνια. Τους γονείς μου και την υπόλοιπη οικογένειά μου για την ενίσχυση και την συμπαράστασή τους. Το μέλος της τριμελούς επιτροπής καθηγητή Ανδρέα Γεωργόπουλο και τον ερευνητή του ιδρύματος INRIA Peter Sturm για τις συμβουλές και τις παρατηρήσεις τους. Τον φίλο μου Ηλία, επίσης υποψήφιο διδάκτορα στην Φωτογραμμετρία, που μοιράστηκε μαζί μου όλες τις “φωτογραμμετρικές” ανησυχίες και προβληματισμούς. Την φίλη μου Αλεξάνδρα για την βοήθειά της στην συγγραφή της διατριβής. Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ σε δύο μου φίλους – κι ας με συγχωρέσουν που δεν τους αποκαλώ καθηγητές αφού η προσφορά τους ξεπερνάει κατά πολύ τις υποχρεώσεις αυτού του όρου – τον Γιώργο και την Έλλη που με την καταλυτική τους παρουσία μου έμαθαν το πραγματικό νόημα των λέξεων μελετώ, ερευνώ, βοηθάω.

Περίληψη

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΑΠΟ ΜΕΜΟΝΩΜΕΝΕΣ ΕΙΚΟΝΕΣ ΣΤΗΝ ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΟΡΑΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Λάζαρος Γραμματικόπουλος

Διδακτορική Διατριβή

Δεκέμβριος 2007

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής είναι η διερεύνηση της γεωμετρίας της μεμονωμένης προοπτικής εικόνας, με έναν τριπλό στόχο. Κατ' αρχάς, να κατανοηθεί περαιτέρω η γεωμετρία αυτή με την διατύπωση εναλλακτικών προσεγγίσεων για ορισμένα σημαντικά προβλήματα, ιδιαίτερα όσον αφορά την γεωμετρία των σημείων φυγής της εικόνας και την σχέση τους αφενός με το πρόβλημα της βαθμονόμησης μηχανής και αφετέρου με ζητήματα ανακατασκευής του χώρου. Ο δεύτερος σημαντικός στόχος ήταν η έρευνα αυτή να πραγματοποιηθεί μεν στο τυπικά ευκλείδειο εννοιολογικό πλαίσιο της Φωτογραμμετρίας, αλλά παράλληλα να εξηγηθεί με σαφήνεια η σχέση όσων αλγορίθμων διατυπώνονται εδώ με ανάλογες προσεγγίσεις από τον χώρο της γεωμετρικής (ή υπολογιστικής) Όρασης Υπολογιστών, όπου και κυρίως μελετάται η γεωμετρία της μεμονωμένης εικόνας. Με την έννοια αυτή, η διατριβή διατυπώνει ταυτόχρονα ευκλείδειες ερμηνείες, χρήσιμες για την Φωτογραμμετρία, μεθόδων της Όρασης Υπολογιστών, οι οποίες κατά κανόνα στηρίζονται στην προβολική γεωμετρία. Κύριος στόχος της διατριβής, τέλος, ήταν βέβαια και να υλοποιηθεί η θεωρητική διερεύνηση σε συγκεκριμένους αυτόματους αλγορίθμους, ώστε με αυτόν τόν τρόπο να φανεί και η άμεση πρακτική χρησιμότητά της.

Έτσι, στην διατριβή υπάρχουν αρχικά ορισμένες εισαγωγικές παρατηρήσεις για τις ομοιότητες και διαφορές Φωτογραμμετρίας – Όρασης Υπολογιστών και την θεωρητική αλλά και πρακτική σημασία της προβολικής γεωμετρίας, ενώ ακόμα παρουσιάζονται ορισμένες θεμελιώδεις ιδιότητες της τελευταίας που είναι αναγκαίες για την συνέχεια της διατριβής. Κατόπιν μελετάται η γεωμετρία εικόνας με σημεία φυγής που αντιστοιχούν σε τρεις ορθογώνιες διευθύνσεις του χώρου, η σχέση της με την γεωμετρία της μηχανής και την ομογραφία, ενώ αξιολογούνται (συγκρινόμενοι με δεδομένα από πολυεικονική συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση) διαφορετικοί αλγόριθμοι για την βαθμονόμηση μηχανής μέσω σημείων φυγής, ένας από τους οποίους επιτρέπει να εκτιμάται και η ακτινική διαστροφή του φακού σε ενιαία συνόρθωση.

Στην συνέχεια διατυπώνονται οι γεωμετρικές ιδιότητες και οι εξισώσεις που συνδέουν τον εσωτερικό προσανατολισμό εικόνας με τα σημεία φυγής δύο ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου. Ως έκφραση αυτής της σχέσης εισάγεται ο γεωμετρικός τόπος του σημείου λήψης (“σφαίρας βαθμονόμησης”) και συγκρίνεται με αντίστοιχες προβολικές εκφράσεις από την Όραση Υπολογιστών. Βάσει αυτού διατυπώνεται και αξιολογείται πειραματικά αλγόριθμος βαθμονόμησης που επιτρέπει να συνδυάζονται διαφορετικές εικόνες με δύο σημεία φυγής από την ίδια μηχανή. Εν συνεχεία, ο αλγόριθμος γενικεύεται για την αυτόματη βαθμονόμηση μηχανής από μία εικόνα με τρία σημεία φυγής ορθογωνικών διευθύνσεων ή από περισσότερες ανεξάρτητες εικόνες με τουλάχιστον ένα ζεύγος σημείων φυγής. Η μέθοδος αυτοματοποιείται πλήρως με τον αυτόματο εντοπισμό σημείων φυγής σε μία ή και περισσότερες εικόνες μέσω μιας νέας

τεχνικής και την ελαχιστοτετραγωνική συνόρθωση σε ένα βήμα των παρατηρήσεων από όλες τις εικόνες μέσω εξισώσεων παρεμβολής ευθείας και “σφαιρών βαθμονόμησης”. Αποτελέσματα της αυτόματης βαθμονόμησης από πραγματικά δεδομένα θεωρήθηκαν ικανοποιητικά, από άποψη βαθμονόμησης αλλά και 3D ανακατασκευής, συγκρινόμενα με εκείνα από συνόρθωση δέσμης.

Κατόπιν, η διατριβή πραγματεύεται την αφινική ανακατασκευή επιπέδου. Εξηγείται η γεωμετρία και οι εξισώσεις που επιτρέπουν να επανασυσταθούν αφινικά μέσω ενός μοναδικού σημείου φυγής μη βαθμονομημένες εικόνες, μετωπικές και πλάγιες με διαφορετική γεωμετρία. Ο αλγόριθμος (με μοναδική εξωτερική πληροφορία ένα γνωστό μήκος στην διεύθυνση του άξονα του δρόμου) αξιολογείται με μετρήσεις ταχύτητας οχημάτων από διαδοχικές εικόνες ψηφιακών λήψεων βίντεο. Στον αλγόριθμο αυτόν τα κινούμενα οχήματα εντοπίζονται και παρακολουθούνται εντελώς αυτόματα σε αφινικά ανηγμένες εικόνες, ενώ ενσωματώνεται και τεχνική για να ανιχνεύεται η σκιά κινούμενων αντικειμένων. Έτσι, δείχνεται ότι αμιγώς προβολικές προσεγγίσεις έχουν επίσης άμεσο πρακτικό ενδιαφέρον για την Φωτογραμμετρία.

Η εργασία ολοκληρώνεται με τα συμπεράσματα της διατριβής σχετικά με την θεωρητική σημασία όσο και την πρακτική χρησιμότητα μονοεικονικών μεθόδων σε διαφορετικά φωτογραμμετρικά προβλήματα. Τέλος, επισημαίνονται ορισμένα ενδιαφέροντα ερωτήματα για περαιτέρω μελέτη, ιδίως όσον αφορά την διερεύνηση θεμάτων σχετικών με την ακρίβεια των μεθόδων.

GEOMETRIC INFORMATION FROM SINGLE IMAGES IN PHOTOGRAMMETRY AND COMPUTER VISION

Lazaros Grammatikopoulos

Ph.D. Dissertation

Department of Surveying, School of Rural and Agricultural Surveying,
National Technical University, Athens, Greece

December 2007

Abstract

Motivation of this thesis is to investigate the geometry of single perspective images in three main aspects. First, the aim is to further understand this geometry by formulating alternative approaches for certain significant problems, regarding particularly the geometry of the image vanishing points and their relation with the question of camera calibration, on the one hand, and with issues of object reconstruction, on the other. A second important aspect was to carry out this research in the typically Euclidean conceptual framework of Photogrammetry, but at the same time to clearly interpret the relation of the algorithms developed here with corresponding approaches from the field of geometric (computational) Computer Vision, where single images are mainly studied. In this sense, the thesis at the same time presents Euclidean interpretations, useful to Photogrammetry, of methods Computer Vision which, as a rule, rely on projective geometry. Finally, of course, an important goal of this thesis was to implement the theoretical investigation in the form of specific automatic algorithms, in order to thereby demonstrate its direct practical usefulness.

Thus, the thesis starts with certain introductory comments regarding similarities and differences between Photogrammetry and Computer Vision, as well as the theoretical and practical significance of projective geometry, while certain fundamental properties of projective geometry, necessary for the following, are also presented. Next, the geometry of an image with three vanishing points of orthogonal space directions and its relation to intrinsic camera geometry as well as to homography are studied, while different algorithms for camera calibration via vanishing points – one of which allows simultaneous estimation of radial-symmetric lens distortion – are evaluated against self-calibrating multi-image bundle adjustment.

After this, the geometric properties and the equations which relate camera interior orientation with the vanishing points of two orthogonal directions are formulated. This relation is expressed by the introduction of a geometric locus for the projection centre (“calibration sphere”), which is compared to corresponding projective representations from Computer Vision. On this basis a camera calibration algorithm is formulated and evaluated experimentally, which allows combining different single images with two vanishing points from the same camera. Then the algorithm is generalized for automatic camera calibration using one image with three vanishing points of orthogonal directions or more independent images with at least one pair of vanishing points. The approach is fully automated with the automatic localization of vanishing points on one or more images via a novel technique and a unified least-squares adjustment of ob-

servations on all participating images through the line-fitting and “calibration sphere” equations. Results from such automatic calibrations using real data were regarded as satisfactory compared to those from multi-images self-calibration as regards both calibration as well as 3D object reconstruction.

The thesis addresses next the question of affine reconstruction of planar objects. The geometry and equations are explained which allow affine reconstruction of uncalibrated images, both frontal and oblique with different orientation, through one single vanishing point. The algorithm (with exclusive metric information a dimension in the direction of the road) is applied and evaluated in cases of vehicle speed measurement from video sequences. In this algorithm moving vehicles are detected and tracked automatically on affine image rectifications, while a shadow detection technique is also incorporated. In this way, it is demonstrated that purely projective approaches have also a direct practical relevance for Photogrammetry.

The thesis closes with the conclusions from this research regarding the theoretical and practical significance of single images in different photogrammetric tasks. Finally, certain interesting questions for further investigation are indicated, particularly regarding accuracy issues of the approaches.

Περιεχόμενα

Πρόλογος	1
Ευχαριστίες	2
Περίληψη	3
Abstract	5

Εισαγωγή

Το πλαίσιο της διατριβής	10
Φωτογραμμετρία και Όραση Υπολογιστών	10
Η σημασία της προβολικής γεωμετρίας	12
Φωτογραμμετρία και προβολική γεωμετρία	14
Αντικείμενο και στόχος της διατριβής	15
Διάρθρωση της διατριβής	17

Κεφάλαιο 1

Στοιχεία προβολικής γεωμετρίας

Εισαγωγικά	19
1.1 Το δισδιάστατο προβολικό επίπεδο	20
1.1.1 Ομογενείς συντεταγμένες σημείων και ευθειών	20
1.1.2 Ιδεατά σημεία και ευθεία του απείρου	21
1.1.3 Κωνικές τομές	22
1.1.4 Προβολικοί μετασχηματισμοί	22
1.1.5 Η ιεραρχία των μετασχηματισμών	24
1.1.5.1 Ισομετρικός μετασχηματισμός	25
1.1.5.2 Μετασχηματισμός ομοιότητας	25
1.1.5.3 Αφινικός μετασχηματισμός	26
1.1.5.4 Προβολικός μετασχηματισμός	26
1.2 Προβολική γεωμετρία μίας διάστασης και διπλός λόγος	27
1.3 Σημεία φυγής και ευθεία φυγής	28
1.4 Κυκλικά σημεία	31
1.5 Προβολική γεωμετρία του τρισδιάστατου χώρου	31
1.6 Κεντρική προβολή βάσει ομογενών συντεταγμένων	33
1.7 Η εικόνα ω της απόλυτης κωνικής	34

Κεφάλαιο 2

Βαθμονόμηση από τρία σημεία φυγής

2.1 Μέθοδοι βαθμονόμησης μηχανής από τρία σημεία φυγής	35
2.2 Βαθμονόμηση κατά Gracie	38
2.3 Σημεία φυγής και αναγωγή επίπεδων αντικειμένων	41
2.4 Σημεία φυγής και γωνίες στροφής της μηχανής	42
2.5 Εναλλακτικές μέθοδοι βαθμονόμησης	44
2.5.1 Αλγόριθμος βαθμονόμησης βάσει σημείων φυγής (A)	44
2.5.2 Αλγόριθμος βαθμονόμησης βάσει των παραμέτρων των ευθειών (B)	45
2.5.3 Αλγόριθμος βαθμονόμησης βάσει των εικονοσημείων (C)	47
2.5.4 Πειραματική αξιολόγηση	48

2.5.4.1 Αποτελέσματα από τις μονοεικονικές μεθόδους	48
2.5.4.2 Σύγκριση μονοεικονικών – πολυεικονικών μεθόδων βαθμονόμησης ..	50
2.5.4.3 Εισαγωγή ακτινικής διαστροφής στη συνόρθωση	52
2.6 Σχολιασμός	55

Κεφάλαιο 3

Η Σφαίρα Βαθμονόμησης

3.1 Σφαίρα Βαθμονόμησης και Εσωτερικός Προσανατολισμός	57
3.2 Εισαγωγή διαφορετικής κλίμακας κατά x και y	60
3.3 Σφαίρα βαθμονόμησης και η εικόνα της απόλυτης κωνικής	62
3.4 Σφαίρα βαθμονόμησης και βαθμονόμηση βάσει επιπέδων	62
3.5 Αλγόριθμος βαθμονόμησης	63
3.6 Πρακτική αξιολόγηση	65
3.6.1 Προσομοιωμένα δεδομένα	65
3.6.2 Πραγματικά δεδομένα	67
3.7 Η σημασία της γεωμετρίας των λήψεων	69
3.8 Σχολιασμός	71

Κεφάλαιο 4

Αυτόματη Βαθμονόμηση Μηχανής από Σημεία Φυγής

4.1 Αλγόριθμος αυτόματης βαθμονόμησης από σημεία φυγής	73
4.2 Μέθοδοι αυτόματης ανίχνευσης σημείων φυγής	75
4.2.1 Η μέθοδος του Rother	77
4.2.2 Βελτιστοποίηση της μεθόδου του Rother	79
4.3 Αναλυτική περιγραφή της μεθόδου	81
4.3.1 Αυτόματη εξαγωγή ακμών	81
4.3.2 Αυτόματος αρχικός εντοπισμός σημείων φυγής	82
4.3.3 Ταυτόχρονη συνόρθωση παρατηρήσεων	82
4.3.3.1 Παρεμβολή ευθείας	82
4.3.3.2 Σημεία φυγής και εσωτερικός προσανατολισμός	83
4.3.3.3 Συνόρθωση σε ένα βήμα	83
4.4 Πειραματικά αποτελέσματα	85
4.4.1 Λήψη εικόνων	85
4.4.2 Εξαγωγή και ομαδοποίηση ακμών	87
4.4.3 Αποτελέσματα βαθμονόμησης και αξιολόγησή τους	88
4.4.3.1 Σταθερά μηχανής και ακτινική διαστροφή φακού	90
4.4.3.2 Πρωτεύον σημείο της εικόνας	93
4.4.3.3 Αξιολόγηση μεθόδου βαθμονόμησης μέσω 3D ανακατασκευής	94
4.5 Σχολιασμός	95

Κεφάλαιο 5

Αφινική ανακατασκευή επιπέδων από ένα σημείο φυγής

Εισαγωγικά	97
5.1 Αναγωγή επίπεδου αντικειμένου από δύο σημεία φυγής	98
5.2 Αναγωγή επίπεδου αντικειμένου από ένα σημείο φυγής	101

5.2.1 Μετωπικές εικόνες	103
5.2.2 Πλάγιες εικόνες με οριζόντια ευθεία φυγής	105
5.2.3 Πλάγιες εικόνες με τυχαία γεωμετρία λήψης	106
5.3 Μέτρηση της ταχύτητας οχημάτων από μεμονωμένες εικόνες	108
5.3.1 Βιβλιογραφική επισκόπηση	108
5.3.2 Το πλαίσιο της εφαρμογής	109
5.3.3 Αξιολόγηση εκτιμήσεων ταχύτητας από χειρωνακτικές μετρήσεις	111
5.3.4 Μέθοδος αυτόματου υπολογισμού ταχύτητας οχημάτων	112
5.3.4.1 Αυτόματη αναγωγή εικόνων με ένα σημείο φυγής	112
5.3.4.2 Αυτόματος εντοπισμός οχημάτων	114
5.3.4.3 Ανίχνευση οχημάτων σε διαδοχικές εικόνες	116
5.3.4.4 Πρακτική αξιολόγηση αυτόματης μεθόδου	119
5.3.5 Αλγόριθμος εντοπισμού σκιάς οχημάτων	122
5.4 Σχολιασμός.....	123
6. Συμπεράσματα και Προοπτικές	125
Βιβλιογραφία	128

Εισαγωγή

Το πλαίσιο της διατριβής

• Φωτογραμμετρία και Όραση Υπολογιστών

Την τελευταία δεκαετία, η Φωτογραμμετρία αρχίζει να αναγνωρίζει ότι η ώσμωση με την επιστημονική περιοχή της Όρασης Υπολογιστών (computer vision) είναι πλέον μάλλον αναπόφευκτη – αν όχι και ευκαταία. Πιο ευαίσθητη σε τέτοια θέματα, η Επιτροπή III της Διεθνούς Εταιρείας Φωτογραμμετρίας και Τηλεπισκόπησης (ISPRS) έχει ήδη από το 2000 αλλάξει το όνομά της από “Θεωρία και Αλγόριθμοι” σε “Φωτογραμμετρική Όραση Υπολογιστών”. Η προσέγγιση αυτή δεν εξελίσσεται χωρίς σοβαρές δυσκολίες, οι οποίες κυρίως οφείλονται σε αντιστάσεις, κάποτε ίσως και με “σοβινιστική” χροιά, των επιστημόνων και από τις δύο κοινότητες – ιδίως όμως από την μεριά της Φωτογραμμετρίας που είναι ο παλαιότερος χώρος, με πλήθος εμπεδωμένες τεχνικές. Για παράδειγμα, ο F. Leberl, πρόεδρος της Επιτροπής III της ISPRS κατά την περίοδο 2000-2004, εκτιμά ότι οι νέες εξελίξεις που προέρχονται από την Όραση Υπολογιστών και συγκεντρώνονται στα δύο πρόσφατα εγχειρίδια των Hartley and Zisserman (2000) και Faugeras et al. (2001) αντιπροσωπεύουν εν πολλοίς μία “νέα Φωτογραμμετρία”. Αυτό, συνεχίζει, δεν αντιμετωπίστηκε με μεγάλο ενθουσιασμό από όσους ασκούν την Φωτογραμμετρία, παρά τα πολλά πλεονεκτήματα που υπάρχουν στις νέες προσεγγίσεις (Leberl, 2001).

Από μία άποψη, αυτή η “επιφυλακτικότητα” είναι κατανοητή. Όπως έχουν διαμορφωθεί η θεωρία, οι τεχνικές και οι εφαρμογές στους δύο χώρους, υπάρχουν όντως σημαντικές διαφορές. Τις διαφορές αυτές επισημαίνουν άλλωστε και οι ίδιοι οι θιασώτες της προσέγγισης, τόσο από την Όραση Υπολογιστών (Hartley and Mundy, 1993) όσο και από την Φωτογραμμετρία (Förstner, 2002). Για παράδειγμα, και πέραν των προφανών ζητημάτων ασύμβατης ορολογίας:

- οι μεν δίνουν, γενικά, περισσότερο βάρος στις εφαρμογές πραγματικού χρόνου και ίσως λιγότερο σε ζητήματα ακρίβειας, τα οποία συνήθως συγκεντρώνουν το κύριο ενδιαφέρον των δε,
- οι πρώτοι αντιμετωπίζουν τα θέματα προσανατολισμών και 3D ανακατασκευής του χώρου (σε πρώτη φάση τουλάχιστον) κατά κύριο λόγο μέσω της προβολικής γεωμετρίας και των συναφών γραμμικών αλγορίθμων, ενώ οι δεύτεροι κατά κανόνα λειτουργούν, απευθείας και αποκλειστικά, στο πλαίσιο της ευκλείδειας λογικής,
- οι μεν – εξ ανάγκης – προϋποθέτουν, γενικά, μηχανές άγνωστης γεωμετρίας, εκεί που οι άλλοι χρησιμοποιούν κατά βάση μετρικές, και εν πάση περιπτώσει βαθμονομημένες, μηχανές λήψης,
- οι πρώτοι θεωρούν γενικά ότι υπάρχει διαθέσιμος επαρκής εξωτερικός έλεγχος (φωτοσταθερά σημεία), ενώ οι δεύτεροι – πάλι εξ ανάγκης – επιδιώκουν να εξαντλήσουν τις υπάρχουσες δυνατότητες σε περιπτώσεις μερικής, ή ακόμα και πλήρους, απουσίας εξωτερικού ελέγχου,
- τελικά, το τυπικό αντικείμενο των δευτέρων είναι η χαρτογράφηση (συλλογή 3D μοντέλων επιφάνειας, ορθή προβολή), ενώ οι πρώτοι έχουν διαφορετικές προτεραιότητες, με απώτερο στόχο να επιτευχθεί ανθρώπινου επιπέδου ικανότητα για αυτόματη εξαγωγή πληροφορίας από εικόνες (πχ. αυτόματη μοντελοποίηση και αναγνώριση αντικειμένων, αυτόνομη πλοήγηση).

Αυτά από μία άποψη. Γιατί από μία άλλη γενικότερη σκοπιά, η Φωτογραμμετρία και η Όραση Υπολογιστών έχουν σε τελική ανάλυση έναν κοινό στόχο: την (με τρόπο κατά το δυνατόν αξιόπιστο και αυτόματο υπό ποικιλία συνθηκών) εξαγωγή γεωμετρικής και σημασιολογικής πληροφορίας από εικόνες. Και εδώ διαισθάνεται κανείς ότι απέναντι στις προκλήσεις που προέρχονται από την Όραση Υπολογιστών, αρκετοί από τον χώρο της Φωτογραμμετρίας, εκλαμβάνοντας αυτό ως ένα είδος “απειλής”, αντιπαραθέτουν από την πλευρά τους μια αδράνεια ή και μια αμυντική άρνηση. Χαρακτηριστικός για την “ανατροπή” κατεστημένων πεποιθήσεων είναι ο ακόλουθος αυθεντικός διάλογος ενός ερευνητή από την Όραση Υπολογιστών και ενός έμπειρου φωτογραμμέτη, όπως τον παραθέτουν οι Hartley and Mundy (1993):

“Η συζήτηση έφθασε στον αριθμό των δυνατών λύσεων που έχει το πρόβλημα του εξωτερικού προσανατολισμού μιας προοπτικής απεικόνισης με τρία γνωστά σημεία του χώρου. Αυτό το παράδειγμα έχει σημαντικό θεωρητικό ενδιαφέρον για την κοινότητα της Όρασης Υπολογιστών, όμως πρακτικά δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον για τους φωτογραμμέτες. Είναι γνωστό ότι, γενικά, υπάρχουν πολλαπλές λύσεις για τους έξι βαθμούς ελευθερίας του εξωτερικού προσανατολισμού μίας λήψης στο σύστημα αναφοράς που ορίζει το τρίγωνο των γνωστών σημείων. Μολαταύτα, ο φωτογραμμέτης αρνήθηκε να δεχτεί ακόμα και την δυνατότητα ότι θα μπορούσαν να υπάρχουν περισσότερες από μία λύσεις. Και τα δύο μέρη εγκατέλειψαν τον διάλογο εκνευρισμένα και δίχως κανένα αμοιβαίο όφελος”.

Παρεμένοντας στο παράδειγμα, θα επεσήμανε κανείς ότι το πρόβλημα του εξωτερικού προσανατολισμού μίας λήψης (pose estimation στην ορολογία της Όρασης Υπολογιστών) είναι όντως το θεμελιώδες μονοεικονικό πρόβλημα της Φωτογραμμετρίας. Όμως στην φωτογραμμετρική πρακτική – ιδίως δε στην τυποποιημένη γεωμετρία των από αέρα λήψεων – οι αυτονόητες προεγγιστικές τιμές των παραμέτρων είναι τόσο κοντά στις “αληθείς” ώστε η επίλυση συγκλίνει πάντοτε στην αναμενόμενη λύση. Με την έννοια αυτή, όλα τα εγχειρίδια Φωτογραμμετρίας (ενδεικτικά: Hallert, 1960, Wolf and DeWitt, 2000, Mikhail et al., 2001) διαβεβαιώνουν ότι το πρόβλημα απαιτεί τουλάχιστον τρία φωτοσταθερά σημεία μη κείμενα επ’ ευθείας (ή επί συγκεκριμένων επικίνδυνων γεωμετρικών τόπων). Αλλά στην Όραση Υπολογιστών, όπου η συνθετότητα πολλών αλγορίθμων υπαγορεύει την ανάγκη για “ελάχιστες” λύσεις, δηλαδή με τον ελάχιστο αριθμό δεσμεύσεων (Förstner, 2002), και επιπλέον η θέση και ο προσανατολισμός μίας κινούμενης μηχανής είναι κατ’ αρχήν τυχαίοι (αδυναμία για αξιόπιστες αρχικές τιμές), το ερώτημα είναι όντως σημαντικό. Έτσι, στην Όραση Υπολογιστών αποδίδεται γενικά στους Fischler and Bolles (1981) ότι, πρώτοι αυτοί, απέδειξαν πως το πρόβλημα της ένταξης μιας δέσμης ακτίνων στο σύστημα του χώρου βάσει τριών γνωστών σημείων έχει, στην γενική περίπτωση, τέσσερις λύσεις. Στην πραγματικότητα, ωστόσο, αυτή η πολλαπλότητα λύσεων είχε γίνει γνωστή στην Φωτογραμμετρία ήδη προ 100 περίπου ετών, έχοντας όμως εν τω μεταξύ επισκιαστεί από πολλές δεκαετίες χαρτογραφικών εφαρμογών ρουτίνας, για τις οποίες αυτή η γνώση φαινόταν ουσιαστικά άχρηστη. Έτσι, νέα ερωτήματα οδήγησαν στην εκ νέου “ανακάλυψη” εκείνου που ο Sebastian Finsterwalder, καταλήγοντας σε μια εξίσωση 4^{ου} βαθμού, είχε πράγματι αποδείξει πολύ παλαιότερα (Finsterwalder, 1899).

Αυτό το παράδειγμα είναι πολλαπλά χρήσιμο. Κατ’ αρχάς, αναφέρεται σε ένα τυπικά μονοεικονικό αλλά θεμελιώδες πρόβλημα, υποδηλώνοντας ότι ακόμα και η φαινομε-

νικά απλή περίπτωση της μεμονωμένης εικόνας (single image) – που συνιστά το αντικείμενο της παρούσας διατριβής – παραμένει πεδίο θεωρητικού, όσο και πρακτικού, ενδιαφέροντος. Παράλληλα, αναδεικνύει μια διπλή πρόκληση που η Όραση Υπολογιστών εκ των πραγμάτων απευθύνει στην Φωτογραμμετρία. Αφενός, να διευρύνει τα δυνατά πεδία εφαρμογής, άρα και την γενικότερη οπτική της. Αυτό λοιπόν αφορά την θεματολογία των εφαρμογών, η οποία όντως υπήρξε πολύ ευρύτερη κατά το πρώτο ήμισυ του 20^{ου} αιώνα αλλά στην συνέχεια επικεντρώθηκε σε χαρτογραφικές εφαρμογές, αφήνοντας έτσι από την δεκαετία του '70 και έπειτα το πεδίο ελεύθερο στην Όραση Υπολογιστών (Leberl, 2001). Αφετέρου δε, να “ανακτήσει” προσεγγίσεις και εργαλεία από το θεωρητικό της οπλοστάσιο – οι οποίες αναπτύχθηκαν στα αρχικά χρόνια της εξέλιξής της και έκτοτε έχουν απωθηθεί – αλλά, τελικά, και από εννοιολογικά πλαίσια που προηγούνται ακόμα και της ίδιας της εμφάνισης της φωτογραφίας. Η αναφορά είναι εδώ ειδικότερα στο εννοιολογικό πλαίσιο της προβολικής γεωμετρίας.

• Η σημασία της προβολικής γεωμετρίας

Πράγματι, η εκτεταμένη χρήση της προβολικής γεωμετρίας στην (γεωμετρική) Όραση Υπολογιστών συνιστά ένα από τα βασικά σημεία απόκλισης, ή και ασυνεννοησίας, μεταξύ των δύο επιστημονικών κοινοτήτων (όπως πχ. προκύπτει από τον εκτεταμένο φανταστικό διάλογο που παραθέτει ο Förstner, 2002). Πρέπει πάντως να πει κανείς εξ αρχής ότι και από τον ίδιο τον χώρο της Όρασης Υπολογιστών ακούγονται κριτικές φωνές απέναντι σε μια ορισμένη τάση να “απολυτοποιείται” η χρήση της προβολικής γεωμετρίας. Έτσι, ο Horn (1999) υπογραμμίζει πως οι προβολικές μέθοδοι (παρά την κομψότητα του φορμαλισμού και τους γραμμικούς αλγορίθμους που επιτρέπουν) παρουσιάζουν και σημαντικά μειονεκτήματα συγκρινόμενες με τις προοπτικές μεθόδους: δεν μοντελοποιούν σωστά την φυσική διαδικασία σχηματισμού της εικόνας, απαιτούν περισσότερες αντιστοιχίες σημείων, είναι ευαίσθητες στον θόρυβο των μετρήσεων.

Πρέπει όμως να αναγνωριστεί ότι η χρήση προβολικών μεθόδων δεν είναι απαραίτητα μια θεωρητική επιλογή (ούτε η Όραση Υπολογιστών εξαντλείται σε αυτές), όσο κυρίως ένας μονόδρομος υπαγορευόμενος από νέες εφαρμογές που εισήγαγε η Όραση Υπολογιστών, οι οποίες σε μεγάλο βαθμό εξακολουθούν να παραμένουν ξένες προς την συμβατική Φωτογραμμετρία. Με τα λόγια του φωτογραμμέτη Förstner (2000):

“Οι διαδικασίες προσανατολισμού θεωρούνται κεντρικό αντικείμενο της Φωτογραμμετρίας. Κατά την τελευταία δεκαετία το πρόβλημα προσδιορισμού του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού μίας ή περισσότερων μηχανών έχει προσελκύσει μεγάλο ενδιαφέρον στην Όραση Υπολογιστών. Το πρόβλημα διατυπώθηκε πρόσφατα σε ένα προβολικό πλαίσιο για διάφορους λόγους: (1) συχνά η γεωμετρία των χρησιμοποιούμενων μηχανών δεν ήταν γνωστή ούτε μπορούσε να προσδιοριστεί – (2) συχνά δεν ήταν διαθέσιμες προσεγγιστικές τιμές για τις παραμέτρους βαθμονόμησης και προσανατολισμού – (3) συχνά η αυτοβαθμονόμηση αποδεικνυόταν ασταθής, ειδικά στις περιπτώσεις σειράς εικόνων (image sequences) ή μεταβαλλόμενης εστιακής απόστασης – (4) ειδικές δεσμεύσεις, πχ. επίπεδα αντικείμενα ή η συνεπιπεδότητα των προβολικών κέντρων, επέτρεπαν προσανατολισμό και βαθμονόμηση με λιγότερες ομολογίες σημείων – (5) η δημιουργία νέων εικόνων από υπάρχουσες αποδείχθηκε δυνατή χωρίς βαθμονόμηση – (6) η χρήση περισσότερων από δύο μηχανές με ίδιο εσωτερικό προσανατολισμό αποδείχθηκε ότι επιτρέπει την αυτοβαθμονόμηση, μετά από προβολική ανακατασκευή (projective reconstruction) – (7) η επιπολική δέσμευση για στερεοζεύγη

αποδείχθηκε πως δεν ήταν επαρκής για τριάδες εικόνων σε περιπτώσεις με πρακτική σημασία – και τελευταίο αλλ’ όχι έσχατο: (8) οι διαδικασίες προσανατολισμού δεν είχαν τεκμηριωθεί για μη φωτογραμμετρικές στην φωτογραμμετρική βιβλιογραφία”.

Ή με τα λόγια ερευνητών από την Όραση Υπολογιστών (Hartley and Mundy, 1993):

“Μια ακόμα διαφορά μεταξύ Όρασης Υπολογιστών και Φωτογραμμετρίας έγκειται στην έμφαση που δίνεται στις εφαρμογές της πρώτης σε ταχείες, κατά προτίμηση γραμμικές, μεθόδους. Παρόμοιες τεχνικές θυσιάζουν ενίοτε κάποια ακρίβεια χάριν της ταχύτητας. Αντίθετα, η Φωτογραμμετρία δίνει έμφαση στις δοκιμασμένες ελαχιστοτετραγωνικές τεχνικές που, μολονότι αργές, συνήθως αποδίδουν βέλτιστα αποτελέσματα. Η ανάγκη για ταχύτητα στις εφαρμογές της Όρασης Υπολογιστών πηγάζει από την ανάγκη να ελέγχονται μεγάλο πλήθος υποθέσεων συχνά σε πραγματικό χρόνο. Στην πλοήγηση ρομπότ, για παράδειγμα, η θέση του πρέπει συνεχώς να υπολογίζεται από την εικόνα της περιβάλλουσας σκηνής που αυτό παίρνει. Συνήθως δεν απαιτείται υψηλότερη ακρίβεια. Επιπλέον, σε αυτές τις εφαρμογές είναι συχνά αδύνατον να υποτεθούν a priori πληροφορίες για της παραμέτρους της μηχανής, ιδίως του εξωτερικού προσανατολισμού της. Για τον λόγο αυτό, η Όραση Υπολογιστών έχει δώσει έμφαση στην ανάπτυξη αλγορίθμων που δεν απαιτούν γνώση για την θέση της μηχανής”.

Πράγματι, λοιπόν, δεν είναι τόσο θέμα θεωρητικής επιλογής όσο κυρίως ανελαστικών αναγκών που προέρχονται από την διεύρυνση του πεδίου εφαρμογών.

Γιά αντίστοιχους όμως λόγους, η χρήση της προβολικής γεωμετρίας δεν περιορίζεται στα θέματα προσανατολισμών που προαναφέρθηκαν, αλλά αφορά και τα θέματα της 3D και 2D ανακατασκευής. Στην συμβατική Φωτογραμμετρία το ζητούμενο είναι σαφές: η μετρική (ευκλείδεια) ανακατασκευή του αντικειμένου. Δεν συμβαίνει όμως κατ’ ανάγκην το ίδιο στην Όραση Υπολογιστών, όπου ο Faugeras (1995) έχει διατυπώσει την σημαντική έννοια της “επαλληλίας” (stratification) ή “επάλληλης ανακατασκευής” (stratified reconstruction). Η έννοια αυτή της “επάλληλης ανακατασκευής” (βλ. ενδεικτικά και Criminisi et al., 2000, Liebowitz, 2001) αναφέρεται σε μια διαδοχή ιεραρχημένων ανακατασκευών του 3D χώρου: αρχικά προβολική (αποκατάσταση διπλού λόγου), κατόπιν αφινική (αποκατάσταση σχετικών αποστάσεων ανά διεύθυνση, παραλληλίας), εν συνεχεία μετρική (αποκατάσταση γωνιών, σχετικών αποστάσεων) και τελικά ευκλείδεια (αποκατάσταση κλίμακας). Ο Faugeras (1995) επισημαίνει επ’ αυτού:

“Συνήθως σκεπτόμαστε τον φυσικό χώρο ως ενταγμένο σε έναν 3D ευκλείδειο χώρο, όπου η μέτρηση αποστάσεων και γωνιών πράγματι έχει νόημα. Προκύπτει όμως ότι για τα τεχνητά συστήματα, όπως τα ρομπότ, αυτή δεν είναι υποχρεωτική αντιμετώπιση και ότι ορισμένες φορές αρκεί να σκεπτόμαστε τον φυσικό χώρο ως ενταγμένο σε έναν αφινικό ή ακόμα και προβολικό χώρο”.

Η οπτική αυτή μοιάζει μάλλον αδιανόητη στο πλαίσιο της τρέχουσας φωτογραμμετρικής αντίληψης. Πρέπει όμως να λάβει κανείς υπόψη του δύο πράγματα. Πρώτον, ότι και αυτή η λογική (όπως έδειξαν οι Kalisperakis et al., 2006) κάθε άλλο παρά νέα είναι στην θεωρητική κληρονομιά της Φωτογραμμετρίας – τουλάχιστον από την εποχή και πάλι του Finsterwalder (1899), ο οποίος είχε τεκμηριώσει την έννοια της προβολικής ανακατασκευής από μη βαθμονομημένες λήψεις. Και δεύτερον, ότι όντως υπάρχουν ενδιαφέρουσες πρακτικές εφαρμογές που είναι εφικτό να αντιμετωπιστούν στον χώρο της “λιγότερο δομημένης και άρα απλούστερης” προβολικής γεωμετρίας (Pollefeys, 2002), ανάλογα με τις γεωμετρικές ιδιότητες του εκάστοτε “στρώματος” της ανα-

κατασκευής. Μια προβολική ανακατασκευή, για παράδειγμα, επιτρέπει να διαπιστωθεί εάν κάποια επίπεδα του χώρου είναι παράλληλα (συντρέχουν στην ευθεία φυγής της διεύθυνσης), εάν ένα αντικείμενο βρίσκεται μπροστά από κάποιο άλλο κ.λπ. Από την άλλη μεριά, εάν σε μία 3D προβολική ανακατασκευή είναι γνωστό το επ' άπειρον επίπεδο (ή σε μία 2D απεικόνιση είναι γνωστή η επ' άπειρον ευθεία), η προβολική ανακατασκευή αναβαθμίζεται σε αφινική. Το 5^ο Κεφάλαιο της παρούσας διατριβής είναι ακριβώς αφιερωμένο στην αφινική ανακατασκευή επιπέδου και την αντιμετώπιση, βάσει της ελάχιστης δυνατής εξωτερικής πληροφορίας, ενός αμιγώς μετρητικού προβλήματος με πραγματοποίηση (ευκλείδειων) 1D μετρήσεων σε μεμονωμένες εικόνες.

• **Φωτογραμμετρία και προβολική γεωμετρία**

Από τα προηγηθέντα προκύπτει κατ' αρχάς ότι υπάρχει ανάγκη για μια πιο συστηματική προσέγγιση Φωτογραμμετρίας και Όρασης Υπολογιστών, έστω και αν – προς το παρόν τουλάχιστον – κάθε χώρος διατηρεί κατά βάση τα αποκλειστικά χαρακτηριστικά του. Αυτό ισχύει κατ' αρχάς για την Όραση Υπολογιστών. Οι ερευνητές του χώρου οφείλουν να λάβουν υπόψη επισημάνσεις όπως η προαναφερθείσα του Horn (1999), αλλά και την παρατήρηση των Hartley and Mundy (1993) ότι έχει σημασία να κατανοήσουν και να υιοθετήσουν τους υπάρχοντες φωτογραμμετρικούς αλγορίθμους. Γιατί όντως, όπως σημειώνει ο Förstner (2002), στην βιβλιογραφία της (γεωμετρικής) Όρασης Υπολογιστών κατά κανόνα εμφανίζονται μάλλον τυπικές αναφορές στην Φωτογραμμετρία, και κυρίως στο *Manual of Photogrammetry* του 1980 (δηλαδή σε κείμενο προ ψηφιακής εποχής). Ακόμη, έχει ήδη επισημανθεί στα προηγούμενα ότι παρουσιάζεται κάποια άγνοια σχετικά με την – ιστορικά τουλάχιστον – κατακτημένη γνώση της φωτογραμμετρικής θεωρίας, συνεπώς και την γενικότερη σημασία που έχει η φωτογραμμετρική προσέγγιση και πρακτική για την Όραση Υπολογιστών.

Πιο σημαντικό όμως, στο πλαίσιο της παρούσας διατριβής, είναι να υπογραμμιστεί η ανάγκη να εμπλουτιστεί η προβληματική της ίδιας της Φωτογραμμετρίας. Αυτό έχει δύο, κατά βάση αλληλένδετες, όψεις: αφορά τόσο το πεδίο των εφαρμογών όσο και την θεωρητική έρευνα. Όμως αυτά δεν συμβαδίζουν απόλυτα. Γιατί εκείνο που φαίνεται να έχει κατακτηθεί στον χώρο της Όρασης των Υπολογιστών, όμως όχι ακόμα και στην Φωτογραμμετρία, είναι ότι μια θεωρητική διερεύνηση έχει αξία από μόνη της:

- *Γιατί χρησιμοποιείτε μη βαθμονομημένες μηχανές;*
- *Αρχίζουμε με την γενικότερη περίπτωση: ας υποθέσουμε ότι παίρνουμε μια ή δύο εικόνες, τι μπορούμε να πούμε για τον χώρο του αντικειμένου;*

Ωστόσο αυτή η απάντηση (Förstner, 2002) δεν νοείται ως απλή “πνευματική άσκηση” αλλά, τελικά, ως μια προετοιμασία για νέες εφαρμογές. Γιατί η πείρα έχει δείξει ότι, στην σημερινή ψηφιακή εποχή των ραγδαίων εξελίξεων, δεν είναι μόνο οι υπαρκτές εφαρμογές που καλούν για νέες θεωρητικές προσεγγίσεις αλλά και αντίστροφα: η θεωρητική εμβάθυνση αναδεικνύει δυνατότητες για νέες εφαρμογές. Ποιός φωτογραμμέτρης, για παράδειγμα, θα πίστευε πριν από λίγα χρόνια πως είναι πράγματι κατ' αρχήν δυνατό να κινείται απλώς κανείς με μια βιντεοκάμερα στο χέρι και, χωρίς κανένα απολύτως άλλο δεδομένο πέρα από τις ίδιες τις εικόνες, να ανακατασκευάζει αυτόματα το μοντέλο του 3D χώρου (πχ. Pollefeys and van Gool, 2002, Pollefeys et al., 2004); Και με αυτή την έννοια η “επιστροφή” σε φωτογραμμέτρες (και σε μαθηματικούς) του παρελθόντος, που επισημάνθηκε στα προηγούμενα, είναι κάτι πολύ περισ-

σότερο από απλή θεωρητική περιέργεια.

Θα πρέπει πάντως να αναγνωριστεί ότι ήδη από ορισμένες πλευρές υιοθετείται στην Φωτογραμμετρία μια διαφοροποιημένη σκοπιά. Έτσι, η πρόσφατη 5^η έκδοση του *Manual of Photogrammetry* (McGlone, 2004) επανεισάγει σε μεγάλη έκταση έννοιες της προβολικής γεωμετρίας, φθάνοντας μάλιστα στο σημείο να ορίζει κάποια θεμελιώδη φωτογραμμετρικά προβλήματα σε αυτό το εννοιολογικό πλαίσιο. Κάτι τέτοιο είναι μεν ευπρόσδεκτο, ενέχει όμως και κινδύνους σοβαρών παρεξηγήσεων. Τα βασικά φωτογραμμετρικά εγχειρίδια (πχ. Wolf & DeWitt, 2000, Mikhail et al., 2001), για παράδειγμα, ορίζουν τυπικά το πρόβλημα του σχετικού προσανατολισμού στερεοζεύγους ως την εύρεση των 5 παραμέτρων που ορίζουν την σχετική θέση δύο – ήδη σχηματισμένων – δεσμών ακτίνων, η οποία αποτελεί προϋπόθεση για τον προσδιορισμό των επιπολικών γραμμών και επιτρέπει την 3D ανακατασκευή του μοντέλου. Προφανώς, ο εσωτερικός προσανατολισμός των εικόνων αποτελεί, σε αυτό το πλαίσιο, αναγκαία *a priori* πληροφορία. Αντίθετα, η προαναφερθείσα νέα έκδοση – αξιοποιώντας τις προ 150 ετών θεωρητικές επεξεργασίες του M. Chasles – ορίζει ότι “ο σχετικός προσανατολισμός δύο μη βαθμονομημένων μηχανών που διατηρούν τις ευθείες (straight-line-preserving cameras) χαρακτηρίζεται από 7 ανεξάρτητες παραμέτρους. Μέσω αυτών, το αντικείμενο είναι δυνατόν να ανακατασκευαστεί προβολικά” (McGlone, 2004). Σαφώς, ο όρος “σχετικός προσανατολισμός” έχει εδώ μια έννοια (γνωστή στον Finsterwalder, 1899) πολύ γενικότερη της συμβατικής αφού δεν ορίζεται μονοσήμαντα ούτε η θέση των δεσμών στον χώρο αλλά ούτε καν οι ίδιες οι δέσμες: στην ουσία σημαίνει εύρεση των επιπολικών γραμμών, δηλαδή αποκατάσταση της 2D επιπολικής γεωμετρίας μέσω του “επιπολικού πίνακα” (fundamental matrix). Η Φωτογραμμετρία έχει λοιπόν ανάγκη να “γεφυρώσει” τις δύο διαφορετικές προσεγγίσεις, εν προκειμένω της 2D επιπολικής γεωμετρίας (προβολική γεωμετρία) και της 3D επιπολικής γεωμετρίας (ευκλείδεια). Ας σημειωθεί ότι το συγκεκριμένο ζήτημα το αντιμετωπίζει ο H. Καλησπεράκης στην υπό εκπόνηση διδακτορική διατριβή του, όπου μεταξύ άλλων δίδεται μια ευκλείδεια ερμηνεία της 2D επιπολικής γεωμετρίας (Kalisperakis et al., 2006).

Αντικείμενο και στόχος της διατριβής

Στο πλαίσιο που σκιαγραφήθηκε στα προηγούμενα, αντικείμενο της διατριβής είναι η γεωμετρία της μεμονωμένης εικόνας (single image geometry). Στην συμβατική φωτογραμμετρική πρακτική, η μεμονωμένη εικόνα έχει δύο κυρίως χρήσεις: την βαθμονόμηση μηχανής βάσει πεδίου ελέγχου και την αναγωγή επίπεδων αντικειμένων βάσει φωτοσταθερών σημείων, ή γενικότερα την απόδοση εφόσον η γεωμετρία του αντικειμένου είναι γνωστή, για παράδειγμα από ένα ψηφιακό μοντέλο αναγλύφου (βλ. ενδεικτικά, Γραμματικόπουλος, 1999). Όμως η πλούσια πρόσφατη βιβλιογραφία της Όρασης Υπολογιστών – της οποίας αναγκαστικά μέρος μόνο περιλαμβάνει η Βιβλιογραφία της διατριβής – έχει αναδείξει και άλλες δυνατότητες για την αξιοποίηση της γεωμετρικής πληροφορίας που είναι εγγεγραμμένη σε μια εικόνα. Στόχος της διατριβής ήταν, έτσι, να διερευνήσει περαιτέρω τέτοιες δυνατότητες που – αν και πολύ χρήσιμες – παραμένουν εν πολλοίς ανεκμετάλλευτες αν όχι και άγνωστες στην Φωτογραμμετρία. Βασικό στοιχείο της προσέγγισης είναι ότι δεν προϋποτίθεται χρήση εξωτερικού (γεωδαιτικού) ελέγχου. Είναι βέβαια σαφές ότι η μεμονωμένη εικόνα δεν είναι σε

θέση να παρέχει γεωμετρική πληροφορία εάν απεικονίζει αντικείμενα τυχαίας μορφολογίας. Προϋπόθεση, λοιπόν, για την παρούσα διατριβή είναι πως οι απεικονιζόμενες σκηνές μπορούν να θεωρηθούν “δομημένες”, όπως εκείνες που συναντώνται σε ανθρωπογενή περιβάλλοντα, και συνεπώς είναι δυνατόν να γίνουν βάσιμες υποθέσεις σχετικά με την γεωμετρική δομή τους.

Η έρευνα δεν αποσκοπούσε εδώ, κατ’ αρχήν, στην αντιμετώπιση κάποιου συγκεκριμένου προβλήματος όσο σε μια βαθύτερη διερεύνηση της “εσωτερικής λογικής” της βασικής οντότητας που αξιοποιεί η Φωτογραμμετρία (της μεμονωμένης εικόνας). Φυσικά, η σχετική θεωρητική γνώση αφορά πλήθος εφαρμογές σε μετρητικά προβλήματα, τα οποία καλύπτουν ένα ευρύτατο φάσμα – από αμιγώς φωτογραμμετρικά, όπως είναι η βαθμονόμηση της μηχανής, έως συγκεκριμένες πρακτικές εφαρμογές (λόγου χάρη στην τεκμηρίωση της πολιτιστικής κληρονομιάς, την μελέτη της κυκλοφορίας, την εγκληματολογία ή την αυτόματη πλοήγηση και την ρομποτική). Βέβαια, η διατριβή προφανώς περιλαμβάνει και πρακτικές εφαρμογές.

Ειδικότερα, στόχος της διατριβής ήταν η εξαγωγή γεωμετρικής πληροφορίας από μεμονωμένες εικόνες, κυρίως εσωτερικής (γεωμετρία της μηχανής) αλλά και εξωτερικής (ανακατασκευή). Όσον αφορά το πρώτο, η βαθμονόμηση μηχανής συνιστά κεντρικό πρόβλημα της Φωτογραμμετρίας όσο και της Όρασης Υπολογιστών, πολύ δε περισσότερο που η ευρύτατη πλέον χρήση κοινών ψηφιακών μηχανών χαμηλού κόστους, με δυνατότητες μάλιστα αυτόματης εστίασης και zoom, φέρνει εκ νέου σήμερα στο προσκήνιο την ανάγκη για αυτόνομες μεθόδους βαθμονόμησης και για “φρέσκια ματιά” στα σχετικά θέματα (Grün and Huang, 2001, Remondino and Fraser, 2006). Αξιοποιώντας σημεία φυγής κάθετων διευθύνσεων του χώρου, η διατριβή αναπτύσσει και ελέγχει αλγόριθμους για τον προσδιορισμό της γεωμετρίας μηχανών. Αυτοί βασίζονται, μεταξύ άλλων, στην διατύπωση ενός γεωμετρικού τόπου για το σημείο λήψης και ενσωμάτωσή του σε έναν αμιγή αλγόριθμο βαθμονόμησης, ο οποίος δηλαδή δεν εμπλέκει καθόλου τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού της εικόνας. Ταυτόχρονα, στόχος ήταν η όλη διαδικασία βαθμονόμησης να είναι πλήρως αυτόματη. Με τον αλγόριθμο αυτό είναι επίσης δυνατή η βαθμονόμηση μηχανής με τον συνδυασμό εικόνων με ελλιπή πληροφορία (μόνο δύο σημεία φυγής).

Επιλογή, ακόμα, της διατριβής ήταν να μελετηθεί από φωτογραμμετρική σκοπιά (η εικόνα ως προοπτική απεικόνιση – κεντρική προβολή) ένα θέμα που ερευνάται κυρίως στο πνεύμα της γεωμετρικής Όρασης Υπολογιστών (η εικόνα ως 3D–2D ή και 2D–2D προβολική απεικόνιση) και άρα η σχετική βιβλιογραφία προέρχεται κατά βάση από εκείνο τον χώρο. Στο πνεύμα όσων έχουν αναφερθεί σε προηγούμενες ενότητες, ένας παράλληλος στόχος της διατριβής ήταν, έτσι, αφενός μεν να εκτίθεται και η αντίστοιχη προβολική θεωρία, αφετέρου δε να αποδεικνύεται η ισοδυναμία των γεωμετρικών ερμηνειών και των σχετικών αλγορίθμων της διατριβής με αντίστοιχες μεθόδους από την Όραση Υπολογιστών, όπως είναι η βαθμονόμηση μέσω της “εικόνας της απόλυτης κωνικής” (image of the absolute conic) ή η βαθμονόμηση μέσω επιπέδων (plane-based calibration). Αντίστροφα, αυτό μπορεί να ειπωθεί και ως μια ευκλείδεια ερμηνεία προβολικών μεθόδων.

Το τελευταίο Κεφάλαιο της διατριβής, αντίθετα, υιοθετεί πλήρως την προβολική λογική σε ένα πρόβλημα που δεν είναι, κατ’ αρχήν, αντιμετώπισιμο στον ευκλείδειο χώ-

ρο, εκείνο της 2D αφινικής ανακατασκευής. Δείχνεται έτσι ότι, υπό προϋποθέσεις και για συγκεκριμένα προβλήματα, είναι πράγματι δυνατόν να πραγματοποιηθούν ακριβείς μετρήσεις και εκτός πλαισίου κεντρικής προβολής. Ένας τελευταίος, λοιπόν, στόχος της διατριβής ήταν να δείξει με αυτό το παράδειγμα ότι όσο προβληματική μπορεί να είναι η προκατάληψη υπέρ της χρήσης της προβολικής γεωμετρίας, άλλο τόσο επιζήμια μπορεί να αποβεί η παραγνώριση του ότι οι δύο γεωμετρικές προσεγγίσεις τελικά δεν είναι απολύτως ισοδύναμες, και ότι συνεπώς η προβολική γεωμετρία έχει να συνεισφέρει όχι μόνο θεωρητικές προσεγγίσεις αλλά και συγκεκριμένες πρακτικές λύσεις στην Φωτογραμμετρία.

Διάρθρωση της διατριβής

Το εισαγωγικό **Κεφάλαιο 1** παρουσιάζει ορισμένες ιδιότητες του προβολικού χώρου (κυρίως του δισδιάστατου), οι οποίες αξιοποιούνται κατά βάση στην γεωμετρική Όραση Υπολογιστών αλλά αφορούν άμεσα και την Φωτογραμμετρία, και αποτελούν απαραίτητο υπόβαθρο για τα επόμενα κεφάλαια της διατριβής.

Το **Κεφάλαιο 2** μελετά την βασική γεωμετρία εικόνων με τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου. Μετά από μια εκτενή αναφορά σε μεθόδους βαθμονόμησης μηχανής βάσει τριών σημείων φυγής που έχουν διατυπωθεί στην Φωτογραμμετρία όσο και την Όραση Υπολογιστών, περιγράφεται η μέθοδος βαθμονόμησης κατά Gracie, η οποία αποτελεί την πρώτη προσπάθεια να μοντελοποιηθεί μαθηματικά η γεωμετρική σχέση ανάμεσα στα τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων και τις παραμέτρους εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής. Στην συνέχεια, αναλύεται και αναπαριστάται ο γεωμετρικός τόπος του προβολικού κέντρου της εικόνας, όπως αυτό δεσμεύεται από δεδομένο πίνακα ομογραφίας (αναγωγής) μεταξύ επιπέδου του χώρου και απεικόνισής του, καθώς και η σχέση που συνδέει την ομογραφία με την θέση των σημείων φυγής. Τέλος, διατυπώνονται και συγκρίνονται πειραματικά (με την μέθοδο της δέσμης) τρεις εναλλακτικοί αλγόριθμοι βαθμονόμησης μηχανής από σημεία φυγής, ενώ μελετάται και η περίπτωση να προσδιορίζονται οι συντελεστές της ακτινικής διαστρόφης του φακού ταυτόχρονα με την εκτίμηση των βασικών εσωτερικών παραμέτρων της μηχανής.

Το επόμενο **Κεφάλαιο 3** παρουσιάζει τις βασικές γεωμετρικές ιδιότητες και διατυπώνει τις εξισώσεις που συνδέουν τις παραμέτρους εσωτερικού προσανατολισμού μιας εικόνας με τα σημεία φυγής δύο μεταξύ τους κάθετων διευθύνσεων του χώρου. Εδώ εισάγεται η έννοια της “σφαίρας βαθμονόμησης”, η οποία αποτελεί την βασική (γεωμετρική και αναλυτική) έκφραση αυτής της σχέσης, και συγκρίνεται με αντίστοιχες εκφράσεις της προβολικής γεωμετρίας που εφαρμόζονται τα τελευταία χρόνια στον χώρο της Όρασης Υπολογιστών. Τέλος, αναπτύσσεται και αξιολογείται πειραματικά αλγόριθμος βαθμονόμησης, ο οποίος επιτρέπει να συνδυάζει κανείς διαφορετικές εικόνες από την ίδια μηχανή που απεικονίζουν δύο ορθογώνιες διευθύνσεις του χώρου.

Στο **Κεφάλαιο 4** αναπτύσσεται αλγόριθμος για την αυτόματη βαθμονόμηση μηχανής από μία εικόνα με τουλάχιστον τρία σημεία φυγής αμοιβαίως κάθετων διευθύνσεων ή και από περισσότερες ανεξάρτητες εικόνες με τουλάχιστον ένα ζεύγος σημείων φυγής κάθετων διευθύνσεων. Η μέθοδος στηρίζεται στον πλήρως αυτόματο εντοπισμό

σημείων φυγής σε μία ή και περισσότερες εικόνες μέσω ενός νέου αλγόριθμου, και την ταυτόχρονη ελαχιστοτετραγωνική συνόρθωση των παρατηρήσεων από όλες τις εικόνες μέσω εξισώσεων παρεμβολής ευθείας και “σφαιρών βαθμονόμησης”. Αναλύονται, τέλος, τα αποτελέσματα της αυτόματης βαθμονόμησης από πραγματικά δεδομένα και συγκρίνονται με εκείνα από την μέθοδο της συνόρθωσης δέσμης.

Τέλος, το **Κεφάλαιο 5** αρχίζει με αναφορά στην μέθοδο προβολικής αναγωγής της εικόνας επίπεδου αντικειμένου από δύο σημεία φυγής κάθετων διευθύνσεων του χώρου. Στην συνέχεια αναπτύσσεται η γεωμετρία και οι εξισώσεις που επιτρέπουν αφινική επανασύσταση της εικόνας μέσω ενός μοναδικού σημείου φυγής, υπό την παραδοχή συγκεκριμένων γεωμετριών λήψης οι οποίες περιλαμβάνουν τις περιπτώσεις εικόνων μετωπικών, πλάγιων με οριζόντια ευθεία φυγής και πλάγιων με τυχαία γεωμετρία λήψης. Η μέθοδος εφαρμόζεται εδώ και αξιολογείται στην μέτρηση της ταχύτητας οχημάτων από διαδοχικές εικόνες ψηφιακών λήψεων βίντεο. Μοναδική εξωτερική πληροφορία είναι ένα γνωστό μήκος στην διεύθυνση του άξονα του δρόμου. Παράλληλα, περιγράφεται ένας αλγόριθμος για τον πλήρως αυτόματο εντοπισμό και παρακολούθηση κινούμενων οχημάτων σε αφινικά ανηγμένες εικόνες με στόχο τον υπολογισμό της ταχύτητάς τους. Τα αποτελέσματα των αυτόματων μετρήσεων αξιολογούνται σε σχέση με τα αντίστοιχα από χειρωνακτικές μετρήσεις σε εικόνες προβολικά ανηγμένες μέσω φωτοσταθερών. Τέλος, ο αλγόριθμος επεκτείνεται ώστε να συμπεριλάβει αυτόματες τεχνικές για την ανίχνευση της σκιάς κινούμενων αντικειμένων.

Το κείμενο της διατριβής ολοκληρώνει το κεφάλαιο **Συμπεράσματα και Προοπτικές**. Εκεί συγκεντρώνονται τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν από όσα έχουν αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια. Ακόμα, επισημαίνονται πλευρές του θέματος που είναι άξιες περαιτέρω μελέτης. Οι επιστημονικές εργασίες που έχουν αναφερθεί στο κείμενο της διατριβής τεκμηριώνονται αναλυτικά στην **Βιβλιογραφία**.

Κεφάλαιο 1

Στοιχεία προβολικής γεωμετρίας

Στο εισαγωγικό αυτό κεφάλαιο συγκεντρώνονται ορισμένες ιδιότητες κυρίως του 2D προβολικού χώρου, οι οποίες χρησιμοποιούνται κατά βάση στην γεωμετρική Όραση Υπολογιστών αλλά αφορούν άμεσα και την Φωτογραμμετρία, και αποτελούν απαραίτητο υπόβαθρο για τα επόμενα κεφάλαια της διατριβής.

Εισαγωγικά

Η προβολική γεωμετρία συνιστά μία μη μετρική μορφή γεωμετρίας και ασχολείται κατά βάση με τις ιδιότητες γεωμετρικών σχημάτων υπό προβολή. Αρχικά αναπτύχθηκε από τον G. Desargues (1591-1661) ως εναλλακτικός τρόπος για την κατασκευή προοπτικών σχεδίων και εξελίχθηκε στον χώρο των μαθηματικών από τον J. V. Poncelet τον 19^ο αιώνα (http://en.wikipedia.org/wiki/Projective_geometry). Η έννοια *μη μετρική* γεωμετρία, σε αντίθεση με την Ευκλείδεια, έγκειται στο ότι κατά την κεντρική προβολή γεωμετρικών σχημάτων δεν διατηρούνται μεγέθη όπως τα μήκη πλευρών και οι γωνίες μεταξύ πλευρών. Αντίστοιχα, ευθείες παράλληλες (μη τεμνόμενες) προβάλλονται ως συγκλίνουσες σε συγκεκριμένο σημείο (σημείο φυγής). Η προβολική γεωμετρία μπορεί, κατά μία έννοια, να θεωρηθεί ως προέκταση της ευκλείδειας εάν η διεύθυνση ευθείας θεωρηθεί ως ένα πρόσθετο σημείο της, οπότε όλες οι διευθύνσεις που αντιστοιχούν σε συνεπίπεδες ευθείες σχηματίζουν μια νέα ευθεία. Συνεπώς, δύο παράλληλες ευθείες θα τέμνονται επί του ορίζοντα (στο σημείο του απείρου), δεδομένου ότι έχουν την ίδια διεύθυνση.

Η προβολική γεωμετρία αποτελεί βασικό εργαλείο για την μοντελοποίηση και ανάλυση προβλημάτων που σχετίζονται με προβολές (πχ. κεντρική προβολή που παράγεται από φωτογραφική μηχανή). Η χρήση των προβολικών ιδιοτήτων έχει σημαντικά πλεονεκτήματα, μεταξύ των οποίων συγκαταλέγεται το γεγονός ότι σημεία του απείρου σε έναν προβολικό χώρο είναι δυνατόν να αντιμετωπίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως και τα υπόλοιπα σημεία, δηλαδή χωρίς ανάγκη για περιορισμούς και διερεύνηση ειδικών περιπτώσεων. Έτσι η προβολική γεωμετρία συμπεριλαμβάνει μεγαλύτερο πλήθος μετασχηματισμών (προβολικό και αφινικό) από την ευκλείδεια, οι οποίοι είναι χρήσιμοι για να περιγραφεί πληρέστερα η διαδικασία απεικόνισης σχημάτων μέσω φωτογραφικής μηχανής. Επίσης, σε αυτήν δεν γίνεται διάκριση σημείων και ευθειών, με αποτέλεσμα οι τελευταίες να χρησιμοποιούνται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο.

Ορισμένα θεμελιώδη αξιώματα της προβολικής γεωμετρίας είναι τα ακόλουθα:

- Κάθε ευθεία του επιπέδου θεωρείται πως περιλαμβάνει τουλάχιστον τρία σημεία, όπου το τρίτο σημείο είναι η διεύθυνσή της,

- Δύο διακριτά σημεία του επιπέδου ανήκουν σε μία και μόνο ευθεία
- Δύο τυχαίες ευθείες επιπέδου έχουν τουλάχιστον ένα κοινό σημείο.

Στην ενότητα αυτή περιγράφονται βασικές έννοιες της προβολικής γεωμετρίας και αναπτύσσονται αναλυτικά οι δυνατοί μετασχηματισμοί του 2D όσο και του 3D προβολικού χώρου. Βασική πηγή αποτέλεσαν το βιβλίο των Hartley and Zisserman (2000) και οι διδακτορικές διατριβές των Liebowitz (2001) και Criminisi (2001) από το Visual Geometry Group (Πανεπιστήμιο Οξφόρδης). Για περισσότερες πληροφορίες όσον αφορά έννοιες, ιδιότητες και μετασχηματισμούς στην προβολική γεωμετρία, μπορεί κανείς να ανατρέξει στο βιβλίο αναφοράς των Semples and Kneebone (1952).

1.1 Το δισδιάστατο προβολικό επίπεδο

Ως γνωστόν, ένα σημείο επί επιπέδου περιγράφεται στον δισδιάστατο ευκλείδειο χώρο $\mathbb{R}^2$ από ζεύγος συντεταγμένων (x, y) . Έτσι, έχει καθιερωθεί να συμβολίζεται το επίπεδο με $\mathbb{R}^2$. Συνεπώς, αν θεωρηθεί ο $\mathbb{R}^2$ ως διανυσματικός χώρος, τότε ένα σημείο (x, y) αποτελεί διάνυσμά του. Στην συνέχεια θα γίνει αναφορά στον συμβολισμό γεωμετρικών οντοτήτων, όπως σημεία και ευθείες, μέσω ομογενών συντεταγμένων.

1.1.1 Ομογενείς συντεταγμένες σημείων και ευθειών

Είναι γνωστό πως μία ευθεία του επιπέδου είναι δυνατόν να περιγραφεί από την εξίσωση $ax + by + c = 0$. Διαφορετικές επιλογές των a , b και c αντιπροσωπεύουν διαφορετικές ευθείες. Έτσι, η ευθεία μπορεί να αναπαρασταθεί από το διάνυσμα $(a, b, c)^T$. Παρατηρείται όμως ότι δεν υπάρχει μονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ των ευθειών και διανυσμάτων $(a, b, c)^T$, αφού οι ευθείες $ax + by + c = 0$ και $(ka)x + (kb)y + (kc) = 0$ είναι ίδιες για κάθε μη μηδενική σταθερά k . Έτσι, τα διανύσματα $(a, b, c)^T$ και $k(a, b, c)^T$ θεωρούνται ισοδύναμα αφού περιγράφουν την ίδια ευθεία και καλούνται ομογενή διανύσματα. Το σύνολο των ομογενών διανυσμάτων του $\mathbb{R}^3$, εξαιρούμενου του διανύσματος $(0, 0, 0)^T$ το οποίο δεν αντιστοιχεί σε κάποια ευθεία, σχηματίζει τον προβολικό χώρο $\mathbb{P}^2$.

Ένα σημείο $\mathbf{x} = (x, y)^T$ κείται επ' ευθείας $\mathbf{l} = (a, b, c)^T$ μόνο εάν $ax + by + c = 0$. Η εξίσωση αυτή είναι δυνατόν να γραφεί ως το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $(x, y, 1)^T \cdot (a, b, c)^T = (x, y, 1) \cdot \mathbf{l} = 0$. Συνεπώς, το σημείο $(x, y)^T$ του $\mathbb{R}^2$ αναπαριστάται από ένα διάνυσμα τριών συντεταγμένων με την μονάδα ως τελευταία συντεταγμένη. Όπως και με τις ευθείες, το σύνολο των διανυσμάτων $(kx, ky, k)^T$ για διαφορετικές τιμές της σταθεράς k αποτελεί την ομογενή περιγραφή του σημείου $(x, y)^T$ του $\mathbb{R}^2$. Κατά συνέπεια, ένα ομογενές διάνυσμα της μορφής $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ αντιστοιχεί στο σημείο $\mathbf{x} = (x_1/x_3, x_2/x_3)^T$ στο $\mathbb{R}^2$. Τα σημεία ως ομογενή διανύσματα αποτελούν επίσης στοιχεία του $\mathbb{P}^2$. Συμπερασματικά, ένα σημείο $\mathbf{x}$ ανήκει σε μία ευθεία $\mathbf{l}$ εάν το εσωτερικό τους γινόμενο ισούται με μηδέν, δηλαδή ισχύει η ακόλουθη εξίσωση:

$$\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{l} = 0 \quad (1.1)$$

Επίσης, το σημείο τομής $\mathbf{x}$ δύο ευθειών $\mathbf{l} = (a, b, c)^T$ και $\mathbf{l}' = (a', b', c')^T$ δίδεται από το

εξωτερικό τους γινόμενο και γράφεται ως:

$$\mathbf{x} = \mathbf{l} \times \mathbf{l}' \quad (1.2)$$

Αντίστοιχα, η ευθεία που διέρχεται από δύο σημεία εκφράζεται ως:

$$\mathbf{l} = \mathbf{x} \times \mathbf{x}' \quad (1.3)$$

Προκειμένου να οριστεί ένα σημείο απαιτούνται δύο τιμές, οι συντεταγμένες του $\mathbf{x}$ και $\mathbf{y}$, ενώ ο προσδιορισμός ευθείας εξαρτάται από δύο παραμέτρους, τους δύο ανεξάρτητους λόγους $\{\alpha : b : c\}$. Κατά συνέπεια, σημεία και ευθείες έχουν ίδιους βαθμούς ελευθερίας.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι οι Εξ. (1.2), (1.3) αποτελούν χαρακτηριστικό παράδειγμα για τον δυϊσμό που παρατηρείται μεταξύ σημείων και ευθειών στο προβολικό επίπεδο. Ο δυϊσμός αποτελεί βασική ιδιότητα της προβολικής γεωμετρίας, σύμφωνα με την οποία σε κάθε θεώρημα δισδιάστατης προβολικής γεωμετρίας αντιστοιχεί ένα δυϊκό θεώρημα που μπορεί να προκύψει από αμοιβαία αλλαγή των σημείων και των ευθειών στο αρχικό θεώρημα.

1.1.2 Ιδεατά σημεία και ευθεία του απείρου

Τα ομογενή διανύσματα $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ με $x_3 \neq 0$ αντιστοιχούν σε πεπερασμένα σημεία του $\mathbb{R}^2$. Εάν στον $\mathbb{R}^2$ προστεθούν και τα σημεία με μηδενική τιμή του x_3 , προκύπτει ο προβολικός χώρος $\mathbb{P}^2$, δηλαδή ο χώρος που περιλαμβάνει το σύνολο των ομογενών διανυσμάτων με τρία στοιχεία. Τα σημεία με συντεταγμένες $x_3 = 0$ είναι γνωστά ως ιδεατά σημεία ή σημεία του απείρου. Το σύνολο όλων των ιδεατών σημείων μπορεί να γραφεί ως $(x_1, x_2, 0)^T$. Ένα τέτοιο ιδεατό σημείο μπορεί εύκολα να προκύψει από την τομή δύο παράλληλων ευθειών $\mathbf{l} = (\alpha, b, c)^T$ και $\mathbf{l}' = (\alpha, b, c')^T$ μέσω του εξωτερικού τους γινομένου (Εξ. 1.2). Το προκύπτον σημείο $\mathbf{x} = (b, -\alpha, 0)^T$, εάν γραφεί με μη ομογενείς συντεταγμένες, δίνει το σημείο $(b/0, -\alpha/0)^T$, το οποίο δεν έχει νόημα πλέον του να υποδηλώσει πως το σημείο τομής βρίσκεται στο άπειρο.

Γενικώς, σημεία με ομογενείς συντεταγμένες $(x, y, 0)^T$, δηλαδή σημεία του απείρου, δεν αντιστοιχούν σε κανένα πεπερασμένο σημείο του $\mathbb{R}^2$. Όλα αυτά τα σημεία κείνται επί μιας ευθείας, της ευθείας του απείρου, η οποία γράφεται ως $\mathbf{l}_\infty = (0, 0, 1)^T$ αφού αποδεικνύεται ότι $(0, 0, 1)(x_1, x_2, 0)^T = 0$ (βλ. Εξ. 1.1). Κάθε ευθεία της μορφής $\mathbf{l} = (\alpha, b, c)^T$ τέμνει την ευθεία του απείρου $\mathbf{l}_\infty$ στο ιδεατό σημείο $(b, -\alpha, 0)^T$. Μία ευθεία $\mathbf{l}' = (\alpha, b, c')^T$ παράλληλη με την $\mathbf{l}$ τέμνει την ευθεία του απείρου στο ίδιο ιδεατό σημείο $(b, -\alpha, 0)^T$ ανεξάρτητα από την τιμή του c' . Το διάνυσμα $(b, -\alpha)^T$ αποτελεί το εφαπτόμενο διάνυσμα της ευθείας δηλαδή εκφράζει την διεύθυνσή της. Καθώς η διεύθυνση της ευθείας αλλάζει, το ιδεατό σημείο της $(b, -\alpha, 0)^T$ κινείται επί της $\mathbf{l}_\infty$. Κατ' αυτό τον τρόπο η ευθεία του απείρου μπορεί να θεωρηθεί ως το σύνολο των διευθύνσεων των ευθειών ενός επιπέδου. Με βάση τα προηγούμενα, οι παράλληλες ευθείες στο προβολικό επίπεδο $\mathbb{P}^2$ μπορούν να χρησιμοποιούνται με ίδιο τρόπο όπως και οι υπόλοιπες ευθείες του επιπέδου, πράγμα που δεν ισχύει στην ευκλείδεια γεωμετρία του $\mathbb{R}^2$ όπου δύο παράλληλες ευθείες αποτελούν ειδική περίπτωση.

1.1.3 Κωνικές τομές

Η κωνική τομή αποτελεί καμπύλη η οποία περιγράφεται από εξίσωση δευτέρου βαθμού στο επίπεδο. Στην ευκλείδεια γεωμετρία οι κωνικές τομές διακρίνονται σε υπερβολές, ελλείψεις και παραβολές, μπορούν δε να προκύψουν από την τομή ενός κύβου με επίπεδα διαφορετικών προσανατολισμών. Η εξίσωση της κωνικής τομής μέσω μη ομογενών συντεταγμένων δίδεται ως:

$$\alpha x^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \quad (1.4)$$

Θεωρώντας $x = x_1/x_3$ και $y = x_2/x_3$, καταλήγει κανείς στην ακόλουθη εξίσωση:

$$\alpha x_1^2 + bx_1x_2 + cx_2^2 + dx_1x_3 + ex_2x_3 + fx_3^2 = 0 \quad (1.5)$$

η οποία σε μορφή πινάκων δίδεται ως:

$$\mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x} = 0 \quad (1.6)$$

όπου $\mathbf{C}$ ο πίνακας των συντελεστών της κωνικής τομής που είναι:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \alpha & b/2 & d/2 \\ b/2 & c & e/2 \\ d/2 & e/2 & f \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Από την Εξ. (1.7) παρατηρεί κανείς ότι ο πίνακας συντελεστών της κωνικής τομής είναι συμμετρικός. Όπως και στην περίπτωση ομογενούς απεικόνισης σημείων και ευθειών, σημαντικοί είναι μόνο οι λόγοι των στοιχείων του πίνακα εφόσον ο πολλαπλασιασμός του $\mathbf{C}$ με μη μηδενική σταθερά δεν επηρεάζει τις παραπάνω εξισώσεις. Έτσι ο πίνακας $\mathbf{C}$ συνιστά μια ομογενή έκφραση της κωνικής τομής. Η κωνική έχει πέντε βαθμούς ελευθερίας, οι οποίοι εκφράζονται από τους λόγους $\{\alpha : b : c : d : e : f\}$ ή, ισοδύναμα, από τα έξι στοιχεία του συμμετρικού πίνακα 3×3 μείον ένα για την κλίμακα. Βάσει των προηγηθέντων, για να οριστεί κωνική τομή διερχόμενη από σημεία του επιπέδου απαιτείται η γνώση πέντε διακριτών σημείων, οπότε ο πίνακας $\mathbf{C}$ της κωνικής τομής προκύπτει από την λύση των πέντε εξισώσεων της μορφής (Εξ. 1.4) που σχηματίζονται για κάθε σημείο. Τέλος, μπορεί εύκολα να δειχθεί ότι η εξίσωση της ευθείας που εφάπτεται στο σημείο $\mathbf{x}$ κωνικής τομής $\mathbf{C}$ δίδεται από την σχέση $\mathbf{l} = \mathbf{C} \times \mathbf{x}$.

1.1.4 Προβολικοί μετασχηματισμοί

Στην ενότητα αυτή μελετώνται οι ιδιότητες του προβολικού επιπέδου P^2 που παραμένουν αμετάβλητες κατά την εφαρμογή ενός συνόλου μετασχηματισμών γνωστών ως προβολικότητες (projectivities). Προβολικότητα ονομάζεται η αντιστρέψιμη απεικόνιση h από το προβολικό επίπεδο P^2 στον εαυτό του, τέτοια ώστε τρία σημεία $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ και $\mathbf{x}_3$ να κείνται επ' ευθείας εάν και μόνον εάν συμβαίνει το ίδιο και για τα $h(\mathbf{x}_1)$, $h(\mathbf{x}_2)$ και

$h(\mathbf{x}_3)$. Η αντιστροφή μιας προβολικότητας καθώς και ο συνδυασμός δύο προβολικότητων αποτελούν επίσης νέες προβολικότητες. Όροι συνώνυμοι με την προβολικότητα είναι ο προβολικός μετασχηματισμός, ο συγγραμμισμός (collineation) και ακόμα η ομογραφία (homography). Μία απεικόνιση h από τον P^2 στον εαυτό του ($P^2 \rightarrow P^2$) συνιστά προβολικότητα εάν και μόνον εάν υφίσταται ένας πίνακας $\mathbf{H}$ 3×3 τέτοιος ώστε για κάθε σημείο $\mathbf{x}$ του P^2 να ισχύει $h(\mathbf{x}) = \mathbf{H}\mathbf{x}$.

Ο επίπεδος προβολικός μετασχηματισμός είναι γραμμικός μετασχηματισμός που εφαρμόζεται σε ομογενή διανύσματα τριών στοιχείων και εκφράζεται από έναν πίνακα 3×3 σύμφωνα με την σχέση:

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{x}' = \mathbf{H}\mathbf{x} \quad (1.8)$$

Εάν στην παραπάνω εξίσωση ο πίνακας $\mathbf{H}$ πολλαπλασιαστεί με τυχαία μη μηδενική σταθερά, ο προβολικός μετασχηματισμός παραμένει ανεπηρέαστος. Συνεπώς ο $\mathbf{H}$ αποτελεί έναν ομογενή πίνακα εφόσον σημασία έχει μόνο ο λόγος των στοιχείων του πίνακα. Στον προβολικό μετασχηματισμό υπάρχουν οκτώ βαθμοί ελευθερίας, καθώς μεταξύ των εννέα στοιχείων του μπορούν να σχηματιστούν οκτώ διαφορετικοί λόγοι. Ο προβολικός μετασχηματισμός μετατρέπει κάθε σχήμα σε ένα προβολικά ισοδύναμο σχήμα, αφήνοντας όλες τις προβολικές ιδιότητες του αμετάβλητες.

Συνηθέστερη εφαρμογή του προβολικού μετασχηματισμού είναι η διόρθωση της προβολικότητας που εμφανίζουν οι προοπτικές εικόνες επιπέδων αντικειμένων. Είναι γνωστό πως η κεντρική προβολή ενός επιπέδου αντικειμένου στην εικόνα συνδέεται με το επίπεδο του χώρου μέσω ενός προβολικού μετασχηματισμού. Η εξάλειψη των προοπτικών παραμορφώσεων (αποκατάσταση μετρικών ιδιοτήτων) της εικόνας μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω του προσδιορισμού του αντίστροφου προβολικού μετασχηματισμού που συνδέει το επίπεδο του χώρου με το επίπεδο της εικόνας, διαδικασία γνωστή στην φωτογραμμετρική βιβλιογραφία ως αναγωγή. Αποτέλεσμα της αναγωγής είναι η επανασύσταση μιας νέας εικόνας στην οποία τα αντικείμενα του επιπέδου εμφανίζονται με το σωστό τους γεωμετρικό σχήμα (και υπό σωστή κλίμακα εάν η ανακατασκευή είναι πλήρης). Ο υπολογισμός του προβολικού μετασχηματισμού στηρίζεται γενικά στις ομολογίες τεσσάρων τουλάχιστον σημείων της εικόνας με τέσσερα γνωστά σημεία του επιπέδου. Για κάθε ζεύγος ομολογων σημείων γράφονται δύο εξισώσεις της μορφής:

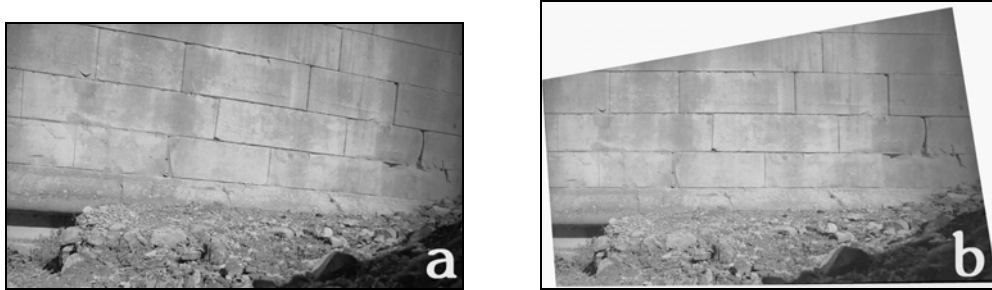
$$x' = \frac{h_{11}x + h_{12}y + h_{13}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}} \quad y' = \frac{h_{21}x + h_{22}y + h_{23}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}} \quad (1.9)$$

Οι Εξ. (1.9) αποτελούν την μη ομογενή έκφραση της Εξ. (1.8) και προκύπτουν από αυτήν εάν θεωρηθεί ότι:

$$x' = \frac{x'_1}{x'_3} \quad y' = \frac{x'_2}{x'_3} \quad \text{και} \quad x = \frac{x_1}{x_3} \quad y = \frac{x_2}{x_3} \quad (1.10)$$

Μετά από πολλαπλασιασμό με τους παρονομαστές οι Εξ. (1.9) είναι πλέον γραμμικές ως προς τα στοιχεία της ομογραφίας **H**. Τέσσερα ομόλογα σημεία δίνουν οκτώ τέτοιες εξισώσεις, οι οποίες επαρκούν για να υπολογιστεί ο πίνακας **H** (εννέα στοιχεία μείον έναν λόγο κλίμακας του ομογενούς πίνακα).

Στο Σχ. 1.1a φαίνεται η προοπτικά παραμορφωμένη εικόνα τμήματος ενός αρχαίου τοίχου. Η αναγωγή της εικόνας μέσω υπολογισμού του **H** από τέσσερα σημεία γνωστών συντεταγμένων αποκαθιστά τις μετρικές ιδιότητες του επιπέδου και δίνει μια νέα εικόνα (Σχ. 1.1b) με ενιαία κλίμακα. Αν οι συντεταγμένες των σημείων του χώρου δοθούν σε άγνωστη κλίμακα, η ανηγμένη εικόνα προφανώς θα έχει άγνωστη αλλά ενιαία κλίμακα.



Σχήμα 1.1. Αρχική (a) και προβολικά ανηγμένη (b) εικόνα επιπέδου αντικειμένου.

Στην Φωτογραμμετρία είθισται, κατά την επίλυση των Εξ. (1.9), το ένατο στοιχείο του πίνακα **H** να τίθεται εκ των προτέρων ίσο με την μονάδα ($h_{33} = 1$). Αυτή η θεώρηση οδηγεί σε εσφαλμένα αποτελέσματα όταν η αρχή του συστήματος αναφοράς της εικόνας απεικονίζεται μέσω του **H** στο άπειρο, όπως σε περίπτωση εικόνας όπου ο ορίζοντας του απεικονιζόμενου επιπέδου (ευθεία φυγής) διέρχεται από το κέντρο της.

Αυτή η διαδικασία υπολογισμού του πίνακα **H** από τέσσερα τουλάχιστον γνωστά σημεία (φωτοσταθερά) αξιοποιείται στο Κεφάλαιο 5 της διατριβής, όπου η προβολική επανασύσταση εικόνων βίντεο ενός αυτοκινητόδρομου χρησιμεύει προκειμένου να ελεγχθεί άλλη απλούστερη μέθοδος για τον προσδιορισμό της ταχύτητας οχημάτων.

Αξίζει να σημειωθεί, τέλος, ότι ενώ τα σημεία μετασχηματίζονται μέσω της ομογραφίας **H** σύμφωνα με την Εξ. (1.9), οι ευθείες του επιπέδου μετασχηματίζονται μέσω της αντίστροφης ομογραφίας, ισχύει δηλαδή η σχέση:

$$\mathbf{l}' = \mathbf{H}^{-T} \cdot \mathbf{l} \quad (1.11)$$

ενώ οι κωνικές τομές μετασχηματίζονται ως εξής:

$$\mathbf{C}' = \mathbf{H}^{-T} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{H}^{-1} \quad (1.12)$$

1.1.5 Η ιεραρχία μετασχηματισμών

Στην ενότητα αυτή περιγράφονται οι βασικοί προβολικοί μετασχηματισμοί και οι ιδιότητές τους. Παράλληλα θα αναφερθούν οι διαφορετικές παραμορφώσεις που προκα-

λεί ο κάθε μετασχηματισμός, καθώς και τα στοιχεία που διατηρούνται αμετάβλητα.

1.1.5.1 Ισομετρικός μετασχηματισμός

Οι ισομετρίες είναι μετασχηματισμοί του επιπέδου R^2 οι οποίες διατηρούν την ευκλείδεια απόσταση και αναπαριστώνται από την σχέση:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \cos \theta & -\sin \theta & t_x \\ \varepsilon \sin \theta & \cos \theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

όπου $\varepsilon = \pm 1$. Εάν $\varepsilon = 1$ η ισομετρία διατηρεί τον προσανατολισμό του σχήματος και καλείται ευκλείδειος μετασχηματισμός (συμπεριλαμβάνει μόνο μετάθεση και στροφή), ενώ στην αντίθετη περίπτωση ο προσανατολισμός αντιστρέφεται.

Ο επίπεδος ευκλείδειος μετασχηματισμός δίδεται με μορφή πινάκων ως εξής:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{H}_\varepsilon \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (1.14)$$

όπου $\mathbf{R}$ πίνακας στροφής διαστάσεων 2×2 , $\mathbf{t}$ διάνυσμα μετάθεσης δύο στοιχείων και $\mathbf{0}$ μηδενικό διάνυσμα δύο στοιχείων. Επίσης, διακρίνονται οι ειδικές περιπτώσεις όπου εφαρμόζεται μόνο στροφή ($\mathbf{t} = 0$) και μόνο μετάθεση ($\mathbf{R} = \mathbf{I}$).

Ο ευκλείδειος μετασχηματισμός στο επίπεδο έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας (έναν για την στροφή και δύο για την μετάθεση) και μπορεί να υπολογιστεί από μετρήσεις σε δύο σημεία. Κατά την πραγματοποίησή του παραμένουν αμετάβλητες οι γωνίες μεταξύ ευθειών, τα μήκη (απόσταση μεταξύ δύο σημείων) και τα εμβαδά.

1.1.5.2 Μετασχηματισμός ομοιότητας

Ο μετασχηματισμός ομοιότητας συντίθεται από έναν μετασχηματισμό ισομετρίας συν μία πρόσθετη παράμετρο ιστροπικής κλίμακας και δίδεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} s \cos \theta & -s \sin \theta & t_x \\ s \sin \theta & s \cos \theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

ή αντίστοιχα σε μορφή πινάκων:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{H}_s \mathbf{x} = \begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (1.16)$$

όπου η σταθερά s αντιπροσωπεύει την ιστροπική κλίμακα. Βασικό χαρακτηριστικό του μετασχηματισμού ομοιότητας είναι ότι κατά την εφαρμογή του τα σχήματα παρα-

μένουν ανεπηρέαστα. Κάθε μετασχηματισμός ομοιότητας στο επίπεδο έχει τέσσερις βαθμούς ελευθερίας, έναν περισσότερο (κλίμακα) από τον ευκλείδειο μετασχηματισμό και μπορεί να υπολογιστεί από την αντιστοιχία δύο σημείων.

Τα στοιχεία που διατηρούνται υπό μετασχηματισμό ομοιότητας είναι οι γωνίες μεταξύ των ευθειών, οι λόγοι των μηκών και οι λόγοι των εμβαδών. Ο όρος *μετρική ανακατασκευή* που συναντάται σε επόμενα σημεία της διατριβής (πχ. Κεφάλαιο 5) έχει τους βαθμούς ελευθερίας του μετασχηματισμού ομοιότητας.

1.1.5.3 Αφινικός μετασχηματισμός

Ο αφινικός (ομοπαράλληλος) μετασχηματισμός σε μορφή πινάκων εκφράζεται ως:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & t_x \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

ή ισοδύναμα:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{H}_A \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (1.18)$$

όπου $\mathbf{A}$ αντιστρέψιμος πίνακας. Κάθε αφινικός μετασχηματισμός επιπέδου διαθέτει έξι βαθμούς ελευθερίας, που αντιστοιχούν στα έξι στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}_A$ και μπορεί να υπολογιστεί από τις αντιστοιχίες τριών σημείων. Από τις έξι παραμέτρους, δύο αφορούν την μετάθεση, μία την στροφή στο επίπεδο, ενώ, σε αντίθεση προς τον μετασχηματισμό ομοιότητας όπου υπάρχει μία ενιαία κλίμακα, ο αφινικός εισάγει δύο διαφορετικές κλίμακες λ_1 και λ_2 για τους άξονες x και y , αντίστοιχα, καθώς και μια επιπλέον στροφή που αναφέρεται στην γωνία που σχηματίζουν οι άξονες μεταξύ τους.

Σε αυτήν την περίπτωση δεν διατηρούνται οι λόγοι μηκών και οι γωνίες μεταξύ ευθειών, όπως συμβαίνει κατά την εφαρμογή μετασχηματισμού ομοιότητας. Οι ιδιότητες των σχημάτων που παραμένουν αμετάβλητες είναι η παραλληλία των ευθειών, οι λόγοι μηκών σε παράλληλες ευθείες, αλλά και οι λόγοι εμβαδών.

1.1.5.4 Προβολικός μετασχηματισμός

Η έννοια του προβολικού μετασχηματισμού, που αναπτύχθηκε στην ενότητα 1.1.4, αναφέρεται σε έναν γενικό αντιστρέψιμο γραμμικό μετασχηματισμών ομογενών συντεταγμένων. Αποτελεί γενίκευση της έννοιας του αφινικού μετασχηματισμού, ο οποίος προκύπτει από την σύνθεση ενός αντιστρέψιμου γραμμικού μετασχηματισμού μη ομογενών συντεταγμένων και μιας μετάθεσης. Εναλλακτικό τρόπο έκφρασης του προβολικού μετασχηματισμού αποτελεί η παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{H}_p \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{v}^T & u \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (1.19)$$

όπου $\mathbf{v}$ διάνυσμα δύο στοιχείων της μορφής $\mathbf{v} = (v_1, v_2)^T$. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, ο πίνακας έχει εννέα στοιχεία, όπου σημαντικοί είναι μόνο οι λόγοι τους, με συνέπεια ο μετασχηματισμός να ορίζεται από οκτώ παραμέτρους.

Η σημαντικότερη ιδιότητα που παραμένει αμετάβλητη υπό έναν προβολικό μετασχηματισμό είναι ο διπλός λόγος τεσσάρων συνευθειακών σημείων (βλ. ενότητα 1.2). Ο λόγος μηκών επί μιας ευθείας παραμένει ανεπηρέαστος κατά τον αφινικό μετασχηματισμό αλλά όχι και κατά τον προβολικό.

Η πιο σοβαρή διαφορά μεταξύ προβολικού και αφινικού μετασχηματισμού είναι ότι το διάνυσμα $\mathbf{v}$ δεν είναι μηδενικό στον προβολικό μετασχηματισμό. Χάρη σε αυτή την ιδιαιτερότητα, ο προβολικός μετασχηματισμός μπορεί να μετατρέψει σημεία του απείρου σε πεπερασμένα, ενώ στον αφινικό τα ιδεατά σημεία παραμένουν ιδεατά.

Τέλος, ο προβολικός μετασχηματισμός μπορεί να αποσυντεθεί σε μια αλληλουχία διαδοχικών μετασχηματισμών, όπου κάθε πίνακας της αλληλουχίας αντιπροσωπεύει ένα μετασχηματισμό ιεραρχικά ανώτερο από τον προηγούμενο:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s \mathbf{H}_A \mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{v}^T & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{v}^T & u \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

όπου $\mathbf{A}$ αντιστρέψιμος πίνακας που δίδεται ως $\mathbf{A} = s\mathbf{R}\mathbf{K} + \mathbf{t}\mathbf{v}^T$ και $\mathbf{K}$ άνω τριγωνικός πίνακας με ορίζουσα ίση με τη μονάδα. Έτσι, κατά την εφαρμογή ενός προβολικού μετασχηματισμού σε μια προοπτική εικόνα, πρώτα μεταφέρεται η ευθεία του απείρου στο άπειρο ($\mathbf{H}_p$ με δύο βαθμούς ελευθερίας), στην συνέχεια διορθώνονται οι αφινικές παραμορφώσεις ($\mathbf{H}_A$ με δύο βαθμούς ελευθερίας) χωρίς να επηρεάζεται η θέση της ευθείας του απείρου και, τέλος, αποκαθίσταται η γεωμετρία του σχήματος με έναν μετασχηματισμό ομοιότητας ($\mathbf{H}_s$ με τέσσερις βαθμούς ελευθερίας), αφήνοντας ανεπηρέαστες τις αποκατεστημένες αφινικές και προβολικές ιδιότητες.

Η Εξ. (1.20) μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις όπου τα δεδομένα δεν επαρκούν για πλήρη προσδιορισμό του προβολικού μετασχηματισμού και η γεωμετρία αποκαθίσταται μερικώς (στο πλαίσιο της “επάλληλης ανακατασκευής” που έχει αναφερθεί στην Εισαγωγή). Η δυνατότητα αυτή βρίσκει εφαρμογή στο Κεφάλαιο 5, όπου πραγματοποιείται αφινική επανασύσταση εικόνων από ένα σημείο φυγής.

1.2 Προβολική γεωμετρία μίας διάστασης και διπλός λόγος

Ένα σημείο $\mathbf{x}$ σε μία ευθεία αναπαρίσταται από τις ομογενείς συντεταγμένες $(x_1, x_2)^T$, ενώ ένα σημείο με $x_2 = 0$ αποτελεί ιδεατό σημείο της ευθείας. Ο μονοδιάστατος προβολικός μετασχηματισμός εκφράζεται με έναν ομογενή πίνακα 2×2

$$\mathbf{x}' = \mathbf{H}_{2 \times 2} \mathbf{x} \quad (1.21)$$

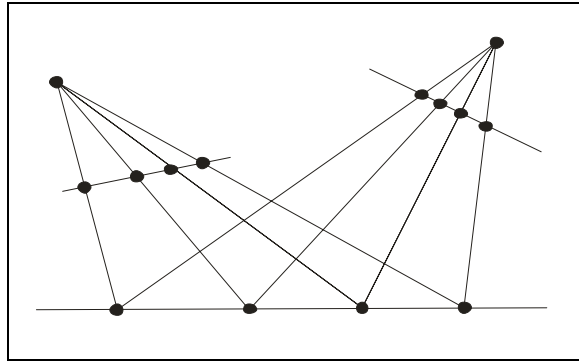
τριών βαθμών ελευθερίας, που αντιστοιχούν στα τέσσερα στοιχεία του πίνακα μείον ένα για την κλίμακά του. Σε αυτήν την περίπτωση, ο προβολικός μετασχηματισμός εί-

ναι δυνατόν να προσδιοριστεί από την αντιστοιχία τριών σημείων.

Ο διπλός λόγος είναι μια βασική ιδιότητα του μονοδιάστατου προβολικού χώρου (P^1) που παραμένει αμετάβλητη κατά την εφαρμογή προβολικού μετασχηματισμού. Ο διπλός λόγος ορίζεται για τέσσερα συνευθειακά σημεία $\mathbf{x}_i$ ($i = 1, 4$) ως εξής:

$$\text{Cross}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) = \frac{|\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2| |\mathbf{x}_3 \mathbf{x}_4|}{|\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_3| |\mathbf{x}_2 \mathbf{x}_4|} \quad \text{με} \quad |\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j| = \det \begin{bmatrix} x_{i1} & x_{j1} \\ x_{i2} & x_{j2} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Σημαντική ιδιότητα του διπλού λόγου αποτελεί το γεγονός ότι μπορεί να γραφεί ακόμα και σε περίπτωση όπου ένα εκ των τεσσάρων σημείων βρίσκεται στο άπειρο. Τέλος, η τιμή του διπλού λόγου μένει ανεπηρέαστη υπό οποιονδήποτε προβολικό μετασχηματισμό της ευθείας.



Σχήμα 1.2. Προβολικός μετασχηματισμός μεταξύ ευθειών.

Το Σχ. 1.2 αποτελεί ένα παράδειγμα προβολικών μετασχηματισμών ευθειών με κοινό διπλό λόγο. Οι τρεις τετράδες των συνευθειακών σημείων συνδέονται μεταξύ τους με προβολικό μετασχηματισμό ευθείας. Εφόσον ο διπλός λόγος μένει ανεπηρέαστος υπό κάθε προβολικότητα, έχει την ίδια τιμή και στις τρεις περιπτώσεις.

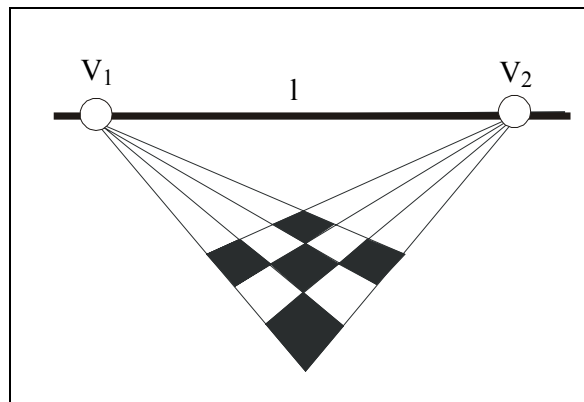
1.3 Σημεία φυγής και ευθεία φυγής

Στην ενότητα 1.1.2 παρουσιάστηκε η δυνατότητα που έχει η προβολική γεωμετρία να εκφράζει μέσω ομογενών συντεταγμένων σημεία του απείρου (ιδεατά σημεία), όπως σημεία που προκύπτουν από την τομή παράλληλων ευθειών του επιπέδου. Το σύνολο των ιδεατών σημείων ενός επιπέδου μπορεί να γραφεί με ομογενείς συντεταγμένες ως $\mathbf{x} = (x_1, x_2, 0)^T$, όπου δηλαδή το τρίτο στοιχείο των συντεταγμένων είναι μηδενικό. Όλα αυτά τα σημεία ανήκουν στην ευθεία του απείρου για το συγκεκριμένο επίπεδο, η οποία δίδεται από την σχέση $\mathbf{l}_\infty = (0, 0, 1)^T$.

Η κεντρική προβολή δύο τέτοιων παράλληλων ευθειών μέσω φωτογραφικής μηχανής απεικονίζει συνήθως τις δύο αυτές ευθείες του χώρου στην εικόνα ως τεμνόμενες. Το σημείο τομής τους, που καλείται σημείο φυγής της διεύθυνσης, αποτελεί την προβολή του ιδεατού σημείου τομής των δύο ευθειών στο επίπεδο της εικόνας. Ουσιαστικά, έτσι, το σημείο φυγής αποτελεί την απεικόνιση της κοινής διεύθυνσης των ευ-

θειών αυτών. Πιο εποπτικά, σημείο φυγής μιας διεύθυνσης του χώρου είναι το εικονοσημείο στο οποίο η ευθεία που διέρχεται από το κέντρο προβολής και είναι παράλληλη στη συγκεκριμένη διεύθυνση, τέμνει το επίπεδο της εικόνας (Πατιάς και Καρράς, 1995). Τα σημεία φυγής που αντιστοιχούν σε συνεπίπεδες διευθύνσεις – διευθύνσεις που εφαρμοζόμενες σε σημείο ορίζουν επίπεδο – ανήκουν σε μια ευθεία, η οποία καλείται ευθεία φυγής του συγκεκριμένου επιπέδου του χώρου. Πρακτικά, η ευθεία φυγής επιπέδου είναι η απεικόνιση της αντίστοιχης ευθείας του απείρου $\mathbf{l}_\infty = (0, 0, 1)^T$, και, συνεπώς, η προβολή όλων των διευθύνσεων του επιπέδου στην εικόνα. Επίπεδα παράλληλα στο χώρο μοιράζονται την ίδια ευθεία απείρου $\mathbf{l}_\infty$, με συνέπεια να χαρακτηρίζονται από κοινή ευθεία φυγής. Τα σημεία αλλά και οι ευθείες φυγής μπορούν να είναι πεπερασμένα όπως επίσης και ιδεατά. Χαρακτηριστικό παράδειγμα απειρικού σημείου φυγής αποτελεί η περίπτωση απεικόνισης παράλληλων ευθειών του χώρου που είναι και παράλληλες με το επίπεδο της εικόνας. Οι προβολές των ευθειών εξακολουθούν να είναι παράλληλες και στο επίπεδο της εικόνας, οπότε το σημείο φυγής που ορίζουν ανήκει στο άπειρο. Κατ' αντιστοιχία, όταν το επίπεδο της εικόνας είναι παράλληλο με επίπεδο του χώρου, τότε από την απεικόνιση $\mathbf{l}_\infty$ της ευθείας του απείρου προκύπτει ιδεατή ευθεία φυγής.

Στο Σχ. 1.3 απεικονίζονται δύο σημεία φυγής V_1 και V_2 κάθετων διευθύνσεων, τα οποία ορίζονται από την τομή παράλληλων ευθειών του επιπέδου. Κάθε διεύθυνση του επιπέδου ορίζει και ένα διαφορετικό σημείο φυγής επί της ευθείας φυγής l .



Σχήμα 1.3. Δύο σημεία φυγής V_1 και V_2 κάθετων διευθύνσεων και η ευθεία φυγής l επιπέδου αντικειμένου.

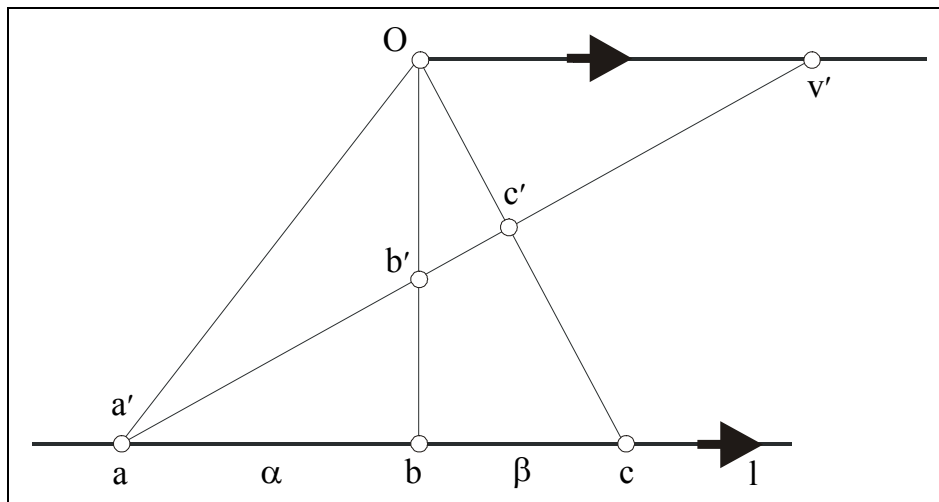
Γενικά, ο προσδιορισμός σημείων φυγής μέσω του εντοπισμού παράλληλων ευθειών του χώρου αποτελεί την επικρατέστερη μέθοδο προσδιορισμού σημείων φυγής σε εικόνες. Εντοπισμός ευθύγραμμων τμημάτων μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε χειρωνακτικά (όπως γίνεται στο Κεφάλαιο 2) είτε με αυτόματες μεθόδους, στις οποίες αξιοποιούνται φίλτρα αυτόματης εξαγωγής ακμών (όπως ο ανιχνευτής ακμών Canny που εφαρμόστηκε στα Κεφάλαια 4 και 5). Οι εξαχθείσες ακμές μπορούν έπειτα να ομαδοποιηθούν αυτόματα ως προς βασικές διευθύνσεις του χώρου, γεγονός που αυτοματοποιεί πλήρως τη διαδικασία εύρεσης σημείων φυγής. Ένας τέτοιος αλγόριθμος αυτόματου εντοπισμού σημείων φυγής αναπτύσσεται στο Κεφάλαιο 4, εφαρμόζεται δε τόσο για την αυτόματη βαθμονόμηση ερασιτεχνικών λήψεων (στο ίδιο κεφάλαιο) όσο και για την αφινική ανακατασκευή αυτοκινητόδρομου από διαδοχικές εικόνες βίντεο

(Κεφάλαιο 5). Στο Σχ. 1.4 φαίνονται ευθύγραμμα τμήματα της εικόνας ομαδοποιημένα αυτόματα ως προς τις τρεις κύριες διευθύνσεις X , Y , Z του χώρου, από τα οποία μπορούν να προκύψουν (με ελαχιστοτετραγωνική συνόρθωση) τρία αντίστοιχα σημεία φυγής. Τα σημεία αυτά (πρωτεύοντα σημεία φυγής) επιτρέπουν να προσδιορίζονται οι εσωτερικές παράμετροι μη βαθμονομημένων εικόνων (Κεφάλαιο 2).



Σχήμα 1.4. Αυτόματη ομαδοποίηση ακμών κατά τις τρεις κύριες διευθύνσεις του χώρου.

Ένας εναλλακτικός τρόπος εντοπισμού σημείων φυγής βασίζεται στην εφαρμογή της ιδιότητας του διπλού λόγου. Γνώση δύο ευκλείδειων αποστάσεων μεταξύ τριών απεικονιζόμενων σημείων επ' ευθείας, ή ισοδύναμα γνώση του λόγου των μηκών μεταξύ αυτών των σημείων, μπορεί να επιτρέψει να προσδιοριστεί το σημείο του απείρου για την συγκεκριμένη ευθεία. Η μέθοδος αυτή περιγράφεται γεωμετρικά από το Σχ. 1.5.



Σχήμα 1.5. Γεωμετρική εύρεση σημείου φυγής ευθείας l από γνωστό λόγο μηκών.

Τα συνευθειακά σημεία a' , b' και c' της εικόνας αντιστοιχούν σε συνευθειακά σημεία του χώρου με γνωστό λόγο μηκών $\alpha:\beta$. Από το a' σχεδιάζεται ευθεία επί της οποίας ορίζονται σημεία $a \equiv a'$, b και c τέτοια ώστε τα ευθύγραμμα τμήματα ab και bc να έ-

χουν λόγο μηκών $\alpha:\beta$. Το σημείο O ορίζεται ως η τομή των τμημάτων bb' και cc' . Η ευθεία που διέρχεται από το O και είναι παράλληλη στην l συναντά την ευθεία $a'a'$ στο σημείο φυγής v' . Ένας παρόμοιος τρόπος κατασκευής σημείου φυγής περιγράφεται στο Κεφάλαιο 5, όπου χρησιμοποιούνται δύο γνωστά μήκη σε δύο παράλληλες ευθείες του δρόμου. Αντίστοιχα, η ευθεία φυγής επιπέδου είναι δυνατόν να υπολογιστεί από δύο σημεία φυγής του επιπέδου αυτού είτε εναλλακτικά από την απεικόνιση τριών συνεπίπεδων ισαπεχουσών ευθειών του χώρου (Hartley και Zisserman, 2000).

Αξίζει, τέλος, να σημειωθεί η σχέση που συνδέει τα στοιχεία ομογραφίας H με τα σημεία φυγής των κύριων διευθύνσεων X , Y ενός επιπέδου. Ο μετασχηματισμός των ιδεατών σημείων $(1, 0, 0)^T$ και $(0, 1, 0)^T$, που αφορούν τα σημεία του απείρου των διευθύνσεων X και Y , μέσω προβολικού πίνακα H δίνει δύο σημεία φυγής με συντεταγμένες $(h_{11}, h_{21}, h_{31})^T$ και $(h_{12}, h_{22}, h_{32})^T$, αντίστοιχα. Επομένως, οι πρώτες δύο στήλες κάθε πίνακα ομογραφίας από το χώρο στην εικόνα αποτελούν τις ομογενείς συντεταγμένες των σημείων φυγής των κύριων διευθύνσεων X και Y .

1.4 Κυκλικά σημεία

Κυκλικά σημεία ονομάζονται δύο σημεία της ευθείας του απείρου I_∞ τα οποία παραμένουν ανεπηρέαστα κατά τον σχηματισμό ομοιότητας. Συμβολίζονται με τα γράμματα I και J , οι δε συντεταγμένες τους δίδονται ως εξής:

$$I = \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \quad J = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

Τα κυκλικά σημεία αποτελούν ένα ζεύγος μιγαδικών συζυγών σημείων του απείρου. Εάν η θέση των κυκλικών σημείων I , J παραμείνει σταθερή μετά από την εφαρμογή προβολικού μετασχηματισμού H , τότε ο H αντιπροσωπεύει μετασχηματισμό ομοιότητας. Γενικά ισχύει ότι κάθε κύκλος ενός επιπέδου τέμνει την ευθεία του απείρου του επιπέδου στα δύο αυτά σημεία. Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 1.1.3, ο κύκλος ως κωνική τομή ορίζεται από πέντε σημεία. Αυτά είναι τρία πεπερασμένα σημεία (ευκλείδεια γεωμετρία) συν δύο κυκλικά σημεία. Ο προσδιορισμός των σημείων αυτών επιτρέπει να αποκατασταθούν μετρικές ιδιότητες όπως γωνίες και λόγοι μηκών (βλ. ενότητα 5.1).

1.5 Προβολική γεωμετρία του τρισδιάστατου χώρου

Στην ενότητα αυτή αναφέρονται επιγραμματικά ορισμένες ιδιότητες και οντότητες του τρισδιάστατου προβολικού χώρου P^3 , καθώς αυτός δεν αποτελεί βασικό αντικείμενο μελέτης της παρούσας διατριβής. Πολλές από τις ιδιότητες του τρισδιάστατου προβολικού χώρου αποτελούν γενίκευση εκείνων του δισδιάστατου.

Έτσι, ένα σημείο X στον 3D χώρο γράφεται μέσω ομογενών συντεταγμένων από διάνυσμα τεσσάρων στοιχείων $X = (X_1, X_2, X_3, X_4)^T$. Το σημείο αυτό στην μη ομογενή μορφή του δίδεται από την σχέση $X = (X_1/X_4, X_2/X_4, X_3/X_4, 1)^T$ με $X_4 \neq 0$. Ο προβολι-

κός μετασχηματισμός του P^3 εκφράζεται μέσω ενός αντιστρέψιμου πίνακα 4×4 και εφαρμόζεται στα σημεία βάσει της σχέσης:

$$\mathbf{X}' = \mathbf{H} \mathbf{X} \quad (1.24)$$

Ο πίνακας $\mathbf{H}$ έχει 15 βαθμούς ελευθερίας, οι οποίοι προκύπτουν από τα 16 στοιχεία του μείον ένα λόγω κλίμακας του πίνακα.

Η εξίσωση του επιπέδου στον τρισδιάστατο χώρο γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \pi_1 X_1 + \pi_2 X_2 + \pi_3 X_3 + \pi_4 X_4 &= 0 \\ \text{ή} \\ \pi^T \mathbf{X} &= 0 \end{aligned} \quad (1.25)$$

το οποίο εκφράζει ότι το σημείο $\mathbf{X}$ ανήκει στο επίπεδο $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$. Στον χώρο P^3 τα σημεία και τα επίπεδα είναι δυϊκά, όπως συμβαίνει με τα σημεία και τις ευθείες στον P^2 .

Το επίπεδο που διέρχεται από τρία σημεία $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3$ του χώρου ορίζεται μέσω της ακόλουθης εξίσωσης:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^T \\ \mathbf{X}_2^T \\ \mathbf{X}_3^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\pi} = 0 \quad (1.26)$$

Οι ευθείες του χώρου ορίζονται ως η σύνδεση δύο σημείων ή εναλλακτικά ως η τομή δύο επιπέδων, και διακρίνονται από 4 βαθμούς ελευθερίας. Μία ευθεία $\mathbf{L}$ γράφεται μέσω συντεταγμένων Plücker σύμφωνα με την σχέση:

$$\mathbf{L} = \mathbf{AB}^T - \mathbf{BA}^T \quad (1.27)$$

Σε αντιστοιχία με το 2D προβολικό επίπεδο, στον τρισδιάστατο χώρο διακρίνονται οι εξής προβολικοί μετασχηματισμοί: ευκλείδειος μετασχηματισμός (6 βαθμοί ελευθερίας), μετασχηματισμός ομοιότητας (7 βαθμοί ελευθερίας), αφινικός μετασχηματισμός (12 βαθμοί ελευθερίας) και προβολικός (15 βαθμοί ελευθερίας).

Σημαντικές οντότητες του τρισδιάστατου προβολικού χώρου συνιστούν το επίπεδο του απείρου $\pi_\infty = (0, 0, 0, 1)^T$, το οποίο αντιστοιχεί στην ευθεία του απείρου $\mathbf{I}_\infty$, και η απόλυτη κωνική Ω_∞ , η οποία αντιστοιχεί στα κυκλικά σημεία. Το επίπεδο του απείρου περιλαμβάνει όλα τα ιδεατά σημεία $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3, 0)^T$ του χώρου, συνεπώς και όλες τις ευθείες του απείρου. Ο προσδιορισμός του επιτρέπει να αποκατασταθούν οι αφινικές ιδιότητες καθώς ο π_∞ παραμένει αμετάβλητος κατά την εφαρμογή αφινικού μετασχηματισμού.

Η απόλυτη κωνική Ω_∞ είναι κωνική τομή η οποία ανήκει στο π_∞ και τα σημεία που

κείνται επ' αυτής ικανοποιούν την σχέση:

$$\left. \begin{array}{l} X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 \\ X_4 \end{array} \right\} = 0 \quad (1.28)$$

Η απόλυτη κωνική έχει πέντε βαθμούς ελευθερίας και παραμένει αμετάβλητη κατά την εφαρμογή κάθε μετασχηματισμού ομοιότητας. Γενικά ισχύει ότι όλες οι σφαίρες του χώρου τέμνουν το π_∞ στην απόλυτη κωνική.

1.6 Κεντρική προβολή βάσει ομογενών συντεταγμένων

Η απεικόνιση ενός σημείου $\mathbf{X} = (X, Y, Z, 1)^T$ του χώρου στο επίπεδο της εικόνας μέσω κεντρικής προβολής γράφεται ως:

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{X} \quad (1.29)$$

όπου $\mathbf{x}$ εικονοσημείο τριών ομογενών συντεταγμένων και $\mathbf{P}$ ομογενής πίνακας 3×4 , ο οποίος καλείται προβολικός πίνακας μηχανής. Η Εξ. (1.29) γράφεται ισοδύναμα ως:

$$\mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{R}[\mathbf{I} | -\mathbf{C}]\mathbf{X} \quad (1.30)$$

Ο πίνακας $\mathbf{K}$ καλείται πίνακας της μηχανής και συμπεριλαμβάνει τις παραμέτρους της γεωμετρίας της (εσωτερικός προσανατολισμός), ο πίνακας $\mathbf{R}$ εκφράζει τον πίνακα στροφής της μηχανής και ο $\mathbf{C}$ την θέση της μηχανής ως προς το 3D σύστημα του χώρου. Οι παράμετροι των πινάκων $\mathbf{R}$ και $\mathbf{C}$ καλούνται εξωτερικοί παράμετροι της μηχανής (εξωτερικός προσανατολισμός). Στην γενική περίπτωση ο πίνακας $\mathbf{K}$ παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \alpha c & s & x_o \\ 0 & c & y_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

Με c συμβολίζεται εδώ η σταθερά της μηχανής και με x_o, y_o η θέση του πρωτεύοντος σημείου, ενώ οι σταθερές s (skew) και α (aspect ratio) αποτελούν πρόσθετες προβολικές παραμέτρους αναφερόμενες, αντίστοιχα, στην απόκλιση των αξόνων x, y της εικόνας από την καθετότητα και στην σχετική κλίμακα α μεταξύ των δύο αυτών αξόνων. Σε πολλές εφαρμογές μπορεί να υιοθετηθεί το μοντέλο της κανονικής μηχανής (natural camera) όπου η επίδραση των δύο τελευταίων παραμέτρων θεωρείται αμελητέα ($\alpha = 1$ και $s = 0$) καθώς οι εικονοψηφίδες θεωρούνται τετραγωνικές. Υπάρχουν, ωστόσο, περιπτώσεις όπου η εσωτερική γεωμετρία της μηχανής δεν είναι δυνατόν να περιγραφεί επαρκώς μόνο από τις τρεις βασικές παραμέτρους του $\mathbf{K}$ (c, x_o, y_o). Ιδιαίτερα στις ψηφιακές μηχανές με αισθητήρα CCD, όπου οι εικονοψηφίδες δεν μπορούν να θεωρηθούν τετραγωνικές, εισάγεται η παράμετρος της σχετικής κλίμακας α (λόγος μηκών των δύο πλευρών x και y ορθογώνιας εικονοψηφίδας). Η περίπτωση $s \neq 0$ α-

ναφέρεται σε εικονοψηφίδες με μη κάθετες πλευρές, γεγονός που απαντάται μάλλον σπάνια (Hartley and Zisserman, 2001).

Τέλος, μπορεί εύκολα να αποδειχθεί ότι η προβολική εξίσωση (Εξ. 1.30) είναι ισοδύναμη με τις εξισώσεις συγγραμμικότητας (βλ. Εξ. 2.1) της Φωτογραμμετρίας, υπό την παραδοχή κανονικής μηχανής.

1.7 Η εικόνα ω της απόλυτης κωνικής

Η εικόνα ω της απόλυτης κωνικής (Image of the Absolute Conic) αποτελεί μια φανταστική κωνική, η οποία περιγράφεται από συμμετρικό ομογενή πίνακα 3×3 έξι παραμέτρων με πέντε βαθμούς ελευθερίας:

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \\ \omega_2 & \omega_4 & \omega_5 \\ \omega_3 & \omega_5 & \omega_6 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Η ω συνδέεται άμεσα με τις εσωτερικές παραμέτρους της μηχανής μέσω της σχέσης:

$$\omega = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \quad (1.33)$$

Για τον λόγο αυτό, άλλωστε, αποτελεί βασικό εργαλείο βαθμονόμησης, ιδίως στην βιβλιογραφία της Όρασης Υπολογιστών. Η απόδειξη της παραπάνω σχέσης περιγράφεται αναλυτικά από τους Hartley and Zisserman (2001) και στηρίζεται στην διαπίστωση ότι η προβολή σημείων από το επίπεδο του απείρου στην εικόνα πραγματοποιείται μέσω ενός δισδιάστατου προβολικού μετασχηματισμού $\mathbf{H}$ που γράφεται:

$$\mathbf{H} = \mathbf{K} \mathbf{R} \quad (1.34)$$

(όπου $\mathbf{R}$ ο πίνακας στροφής). Είναι προφανές ότι ο υπολογισμός των στοιχείων της εικόνας της απόλυτης κωνικής επιτρέπει να προσδιοριστεί ο εσωτερικός προσανατολισμός μιας μηχανής. Μια τέτοια μέθοδος υπολογισμού της ω με σκοπό την μονοεικονική βαθμονόμηση (Liebowitz, 2001) στηρίζεται στην εξίσωση:

$$\mathbf{V}_1^T \omega \mathbf{V}_2 = 0 \quad (1.35)$$

όπου $\mathbf{V}_1$ και $\mathbf{V}_2$ είναι δύο σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου σε ομογενείς συντεταγμένες. Πέντε τέτοιες εξισώσεις επαρκούν για να προσδιοριστούν πλήρως τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{K}$ της μηχανής. Η θεώρηση κανονικής μηχανής ($\alpha = 1$ και $s = 0$) περιορίζει τις άγνωστες παραμέτρους της ω από πέντε σε τρεις, επιτρέποντας να βαθμονομούνται μηχανές από τρία ζεύγη σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου (τα τρία πρωτεύοντα σημεία φυγής). Αυτό είναι και το αντικείμενο του επόμενου κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 2

Βαθμονόμηση από τρία σημεία φυγής

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται η βασική γεωμετρία που διέπει την περίπτωση εικόνας με τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου. Αρχικά, γίνεται εκτενής αναφορά στις μεθόδους βαθμονόμησης μηχανής βάσει τριών σημείων φυγής, από τον χώρο τόσο της φωτογραμμετρίας όσο και εκείνον της όρασης υπολογιστών. Κατόπιν περιγράφεται αναλυτικά η μέθοδος βαθμονόμησης κατά Gracie, η οποία αποτελεί την πρώτη προσπάθεια να μοντελοποιηθούν μαθηματικά οι γεωμετρικές σχέσεις μεταξύ τριών σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων και των παραμέτρων εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής. Εν συνεχεία, αναλύεται και αναπαριστάται ο γεωμετρικός τόπος του προβολικού κέντρου της εικόνας (βάσει του θεωρήματος του Poncelet), όπως αυτό δεσμεύεται από δεδομένο πίνακα ομογραφίας H (H matrix) μεταξύ επιπέδου του χώρου και της προβολής του στην εικόνα, καθώς και η σχέση που συνδέει την ομογραφία (αναγωγή) με την θέση των σημείων φυγής. Τέλος, αναπτύσσονται και συγκρίνονται πειραματικά (με την μέθοδο της δέσμης) τρεις εναλλακτικοί αλγόριθμοι βαθμονόμησης μηχανής από σημεία φυγής, ενώ μελετάται και η περίπτωση προσδιορισμού των συντελεστών της ακτινικής διαστροφής ταυτόχρονα με την εκτίμηση των βασικών εσωτερικών παραμέτρων της μηχανής.

2.1 Μέθοδοι βαθμονόμησης μηχανής από τρία σημεία φυγής

Με τον όρο “βαθμονόμηση μηχανής” εννοείται ο προσδιορισμός των εσωτερικών παραμέτρων της, με αποτέλεσμα την αποκατάσταση της γεωμετρίας της δέσμης (νοούμενης ως κεντρικής προβολής) που σχηματίζεται, κατά τη στιγμή της λήψης, από το προβολικό κέντρο του φακού και τα προβαλλόμενα στην εικόνα σημεία. Η εκτίμηση αυτών των παραμέτρων, που είναι γνωστές στην φωτογραμμετρική βιβλιογραφία ως παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής, συνιστά βασικό αντικείμενο μελέτης στην φωτογραμμετρία όσο και την όραση υπολογιστών, αφού – σε συνδυασμό με τον εξωτερικό προσανατολισμό της εικόνας – επιτρέπουν να μοντελοποιηθεί μαθηματικά η σχέση που συνδέει τις 3D συντεταγμένες ενός αντικειμένου του χώρου με τις 2D συντεταγμένες του στην εικόνα.

Οι μέθοδοι βαθμονόμησης μπορούν να χωριστούν σε επιμέρους κατηγορίες ανάλογα με τον αριθμό των απαιτούμενων εικόνων (μονοεικονικές, διεικονικές ή και πολυεικονικές μέθοδοι), με το επίπεδο της προαπαιτούμενης γνώσης σχετικά με την δομή του απεικονιζόμενου αντικειμένου (αντικείμενα με γνωστή, εν μέρει γνωστή ή και εντελώς άγνωστη γεωμετρία) και, τέλος, ανάλογα με τον τύπο των αντικειμένων, πχ. πλήρως τρισδιάστατα, επίπεδα ή ακόμα και μονοδιάστατα αντικείμενα (Zhang, 2000,

Gurdjos et al., 2002, Gurdjos and Sturm, 2003).

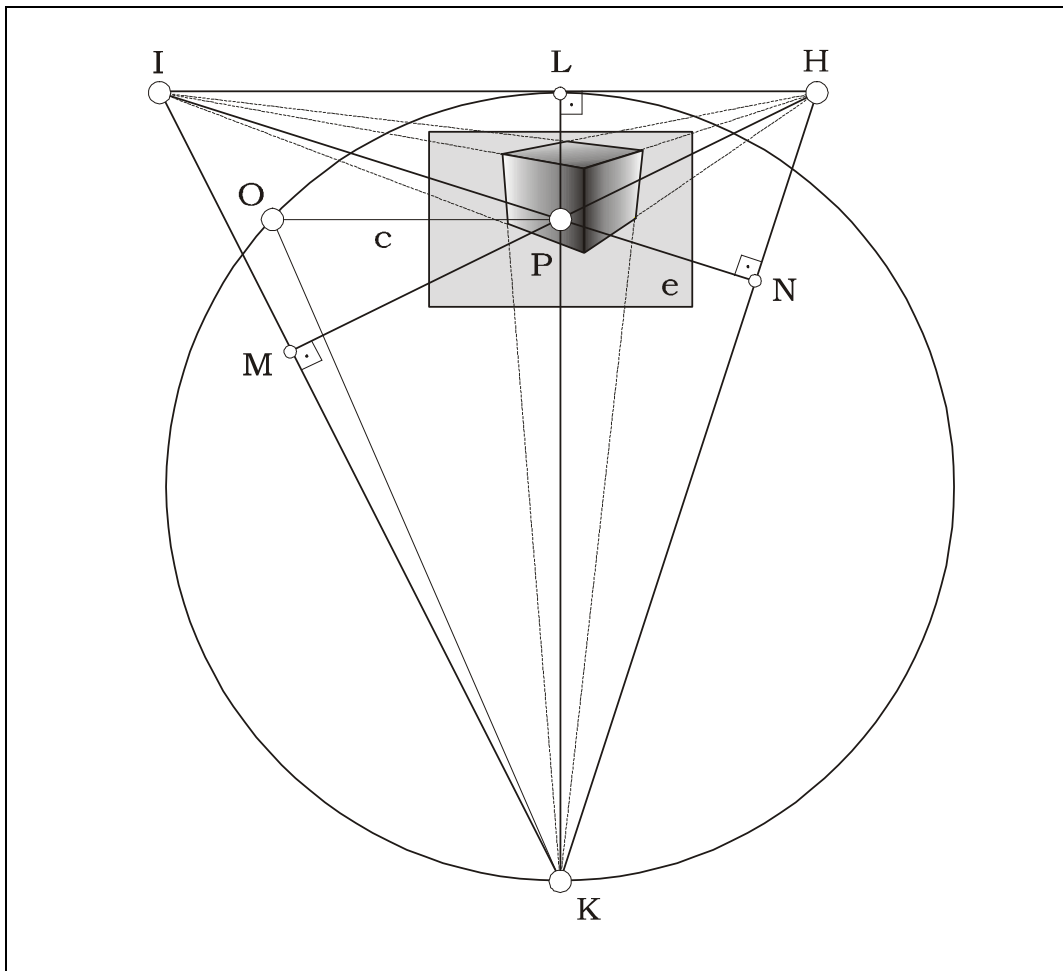
Από την άλλη μεριά, τεχνικές βαθμονόμησης μηχανής βασιζόμενες στην ύπαρξη σημείων φυγής στην εικόνα (που είναι ένα από τα κύρια αντικείμενα αυτής της διατριβής) εμφανίζονται τόσο στην φωτογραμμετρική βιβλιογραφία όσο και σε εκείνη της Όρασης Υπολογιστών. Στα βασικά πλεονεκτήματά τους συγκαταλέγονται το κατ' αρχήν σχετικά απλό γεωμετρικό και μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται, η δυνατότητα εφαρμογής τους με μονοεικονικό ή και πολυεικονικό τρόπο, η απουσία ανάγκης για μετρητική πληροφορία σχετικά με τα απεικονιζόμενα αντικείμενα, η δυνατότητα αυτοματοποίησής τους και, τέλος, το μεγάλο πλήθος εφαρμογών όπου μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Πρόκειται βέβαια για μεθόδους που αξιοποιούν, πρωτίστως, την παράλληλία και την καθετότητα μεταξύ των στοιχείων (ευθειών ή/και επιπέδων) του εικονιζόμενου χώρου, γεγονός που προφανώς περιορίζει την εφαρμογή τους σε ανθρωπογενή περιβάλλοντα.

Η πρώτη καταγεγραμμένη προσπάθεια για την αξιοποίηση τριών σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου με σκοπό την βαθμονόμηση μηχανής χρονολογείται τον 18^ο αιώνα. Ο B. Taylor, στο βιβλίο του *New Principles of Linear Perspective* (Λονδίνο, 1719), περιγράφει την μέθοδο με την οποία μπορεί να προσδιοριστεί η θέση του οφθαλμού του καλλιτέχνη – αντίστροφο πρόβλημα – από έναν πίνακα ζωγραφικής (αναφέρεται από τους Jones, 1951, και Bénallal and Meunier, 2003). Η γεωμετρική αυτή μέθοδος παρουσιάζεται στο Σχ. 2.1.

Προσδιορίζοντας τα τρία σημεία φυγής I, H και K από τις παράλληλες πλευρές του παραλληλεπιπέδου που απεικονίζεται στο επίπεδο e της εικόνας και φέροντας τα ύψη του τριγώνου IHK, μπορεί κανείς να υπολογίσει την θέση του πρωτεύοντος σημείου P της εικόνας ως το σημείο τομής των τριών υψών IN, HM και KL του τριγώνου (ορθόκεντρο τριγώνου). Η σταθερά c της μηχανής είναι ίση με το μήκος του τμήματος OP, όπου O το σημείο τομής του κύκλου με διάμετρο ένα εκ των υψών του τριγώνου (εδώ έστω το KL) με την ευθεία δια του P που είναι κάθετη στο αντίστοιχο ύψος του τριγώνου (εν προκειμένω το KL).

Η γεωμετρική αυτή μέθοδος, όπως αναφέρει ο Jones (1951), επεκτάθηκε μερικές δεκαετίες αργότερα από τον J.H. Lambert (*La Perspective Affranchie de l' Embaras du Plan Géometral*, Ζυρίχη, 1759), ο οποίος άλλωστε θεωρείται, υπό μία έννοια, και ως ο ιδρυτής του επιστημονικού κλάδου της φωτογραμμετρίας. Χρειάστηκε να περάσουν δύο αιώνες μέχρι να υιοθετηθεί η προσέγγιση αυτή, με αναλυτικούς όρους, από τους Merritt (1958) και Gracie (1968). Ιδιαίτερα ο τελευταίος, ανέπτυξε το μαθηματικό μοντέλο για τον προσδιορισμό του εσωτερικού προσανατολισμού και των στροφών της εικόνας από τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου. Έκτοτε αρκετοί ερευνητές από τον χώρο της φωτογραμμετρίας έχουν ασχοληθεί με την βαθμονόμηση μηχανής από σημεία φυγής, όπως φαίνεται στις επόμενες ενδεικτικές αναφορές. Στην πιο απλή περίπτωση, οι Καρράς και Πέτσα (1992) και Petsa et al. (1993), υποθέτοντας δεδομένη θέση πρωτεύοντος σημείου, αξιοποίησαν δύο σημεία φυγής στην εικόνα για την βαθμονόμηση και την εν συνεχεία αναγωγή ιστορικών φωτογραφιών, τεχνική την οποία υιοθέτησαν και οι Stefanidis et al. (2006), ενώ αργότερα εργάστηκαν αντίστοιχα και με τρία σημεία φυγής (Karras and Petsa, 1999). Με την αναγωγή ιστορικών εικόνων μέσω τριών σημείων φυγής ασχολήθηκαν επίσης οι Bräuer-

Τέλος, αξιοσημείωτες είναι ορισμένες παλαιότερες εργασίες για την μονοεικονική βαθμονόμηση μηχανής (Rawiel, 1980, Ethrog, 1984, Novak, 1986), όπου όμως δεν υπεισέρχονται ρητά τα σημεία φυγής αλλά τα ελάχιστα δεδομένα (ανά δύο εικονοσημεία σε τρία ορθογωνικά ζεύγη ευθειών του χώρου). Γενικότερο ενδιαφέρον έχουν και οι γραφικές λύσεις των Busby (1981), Brill and Williamson (1987). Μάλιστα οι τελευταίοι έχουν συγγράψει χρήσιμο εγχειρίδιο με γραφικές και αναλυτικές λύσεις για την μετρητική χρήση της προοπτικής (Williamson and Brill, 1990).



37

Παράλληλα, σημαντικός αριθμός ερευνητών από τον χώρο της όρασης υπολογιστών έχει επίσης ασχοληθεί με βαθμονόμηση μηχανής από τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου, ενίοτε δε σε συνδυασμό με την μονοεικονική ανακατασκευή του αντικειμένου (βλ. ενδεικτικά: Becker and Bove, 1995, Antone and Teller, 2000, Guillou et al., 2000, Qing et al., 2001, Alvarez et al., 2002, Deutscher et al., 2002, Grossmann et al., 2002, Lee et al., 2002, Nevatia et al., 2002, Wilczkowiak et al., 2002, Wang et al., 2005). Ειδικότερα, η εργασία των Caprile and Torre (1990) για την βαθμονόμηση μηχανής από τρία σημεία φυγής συνιστά μέχρι και σήμερα σημείο αναφοράς για αρκετούς ερευνητές του εν λόγω κλάδου. Η προσεκτική ανάγνωση της εργασίας τους καταλήγει στο συμπέρασμα ότι το μαθηματικό μοντέλο βαθμονόμησης που χρησιμοποιούν βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με την μέθοδο του Gracie (1968).

Ιδιαίτερης αναφοράς χρήζουν ακόμα οι εργασίες των Liebowitz et al. (1999) – βλ. επίσης και Liebowitz (2001) – και Sturm and Maybank (1999a), στις οποίες χρησιμοποιούνται οι συντεταγμένες τριών σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων προκειμένου να υπολογιστεί η εικόνα ω της απόλυτης κωνικής (IAC: image of the absolute conic) και εν συνεχεία να εξαχθούν οι εσωτερικές παράμετροι της μηχανής, οι οποίες στην ορολογία της όρασης υπολογιστών περιγράφονται με τον όρο *πίνακας βαθμονόμησης* (βλ. Κεφάλαιο 1). Αντίστοιχα, οι Cipolla et al. (1999a και 1999b) οδηγήθηκαν στο ίδιο αποτέλεσμα εκμεταλλευόμενοι τις ιδιότητες του πίνακα στροφής $\mathbf{R}$ της εικόνας. Ξεκινώντας από τις έξι προβολικές εξισώσεις που συνδέουν τις συντεταγμένες τριών σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων με τις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού και τον πίνακα στροφής, περιέγραψαν μια εναλλακτική μέθοδο βαθμονόμησης με τελικό στόχο την 3D αποτύπωση πολυεπίπεδων αντικειμένων. Καίτοι υπάρχουν βασικές διαφορές στο εκάστοτε χρησιμοποιούμενο γεωμετρικό και μαθηματικό υπόβαθρο, μπορεί να αποδειχθεί ότι όλες οι προαναφερθείσες μέθοδοι ουσιαστικά ισοδυναμούν με το αναλυτικό φωτογραμμετρικό μοντέλο του Gracie.

2.2 Βαθμονόμηση κατά Gracie

Ο Gracie (1968), όπως έχει ήδη σημειωθεί, ήταν ο πρώτος που έδωσε τις μαθηματικές σχέσεις που συνδέουν τις τρεις βασικές παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού – σταθερά c της μηχανής, θέση (x_0, y_0) του πρωτεύοντος σημείου – και τις τρεις στροφές ω, ϕ, κ μιας εικόνας με τις εικονοσυντεταγμένες τριών σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου.

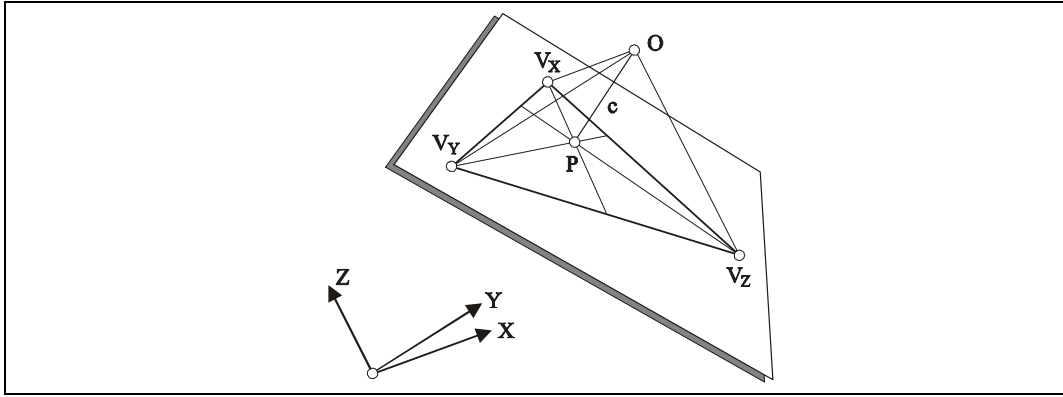
Έστω λοιπόν η λήψη του Σχ. 2.2 με εσωτερικό προσανατολισμό $[c, P(x_0, y_0)]$ και εξωτερικό προσανατολισμό $[X_0, Y_0, Z_0, \omega, \phi, \kappa]$. Με O συμβολίζεται το κέντρο προβολής και με $V_X(x_1, y_1), V_Y(x_2, y_2), V_Z(x_3, y_3)$ οι εικονοσυντεταγμένες τριών σημείων φυγής που αντιστοιχούν στις ορθογώνιες διευθύνσεις X, Y, Z του χώρου. Ξεκινώντας από τις εξισώσεις συγγραμμικότητας (2.1), δια των οποίων εκφράζονται οι εικονοσυντεταγμένες x_i, y_i γνωστού σημείου (X_i, Y_i, Z_i) του χώρου,

$$x_i - x_0 = -c \frac{r_{11}(X_i - X_0) + r_{12}(Y_i - Y_0) + r_{13}(Z_i - Z_0)}{r_{31}(X_i - X_0) + r_{32}(Y_i - Y_0) + r_{33}(Z_i - Z_0)} \quad (2.1)$$

$$y_i - y_0 = -c \frac{r_{21}(X_i - X_0) + r_{22}(Y_i - Y_0) + r_{23}(Z_i - Z_0)}{r_{31}(X_i - X_0) + r_{32}(Y_i - Y_0) + r_{33}(Z_i - Z_0)}$$

(όπου r_{ij} τα στοιχεία του πίνακα στροφής $\mathbf{R}$) και θέτοντας διαδοχικά $Y_i = Y_0$, $Z_i = Z_0$ για την διεύθυνση X , $X_i = X_0$, $Z_i = Z_0$ για την διεύθυνση Y και $X_i = X_0$, $Z_i = Z_0$ για την διεύθυνση Z του χώρου, ο Gracie κατέληξε στις Εξ. (2.2) που συνδέουν τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού και τις στροφές τις εικόνες (πίνακας στροφής $\mathbf{R}$) με τις εικονοσυντεταγμένες των σημείων φυγής $V_X(x_1, y_1)$, $V_Y(x_2, y_2)$, $V_Z(x_3, y_3)$:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 - c \frac{r_{11}}{r_{31}}, \quad y_1 = y_0 - c \frac{r_{21}}{r_{31}} \\ x_2 &= x_0 - c \frac{r_{12}}{r_{32}}, \quad y_2 = y_0 - c \frac{r_{22}}{r_{32}} \\ x_3 &= x_0 - c \frac{r_{13}}{r_{33}}, \quad y_3 = y_0 - c \frac{r_{23}}{r_{33}} \end{aligned} \quad (2.2)$$



Σχήμα 2.2. Γεωμετρία λήψης με τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου.

Η επίλυση των Εξ. (2.2) ως προς τις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού και τις στροφές είναι αρκετά σύνθετη, γι' αυτό και ο Gracie εκμεταλλεύτηκε την ιδιότητα ότι τα διανύσματα OV_X , OV_Y , OV_Z που συνδέουν το προβολικό κέντρο με τα σημεία φυγής, όντας παράλληλα στους άξονες X , Y , Z του χώρου, είναι ανά δύο κάθετα μεταξύ τους. Αναπτύσσοντας τα εσωτερικά τους γινόμενα, κατέληξε στις Εξ. (2.3):

$$\begin{aligned} (x_1 - x_0)(x_2 - x_0) + (y_1 - y_0)(y_2 - y_0) + c^2 &= 0 \\ (x_1 - x_0)(x_3 - x_0) + (y_1 - y_0)(y_3 - y_0) + c^2 &= 0 \\ (x_2 - x_0)(x_3 - x_0) + (y_2 - y_0)(y_3 - y_0) + c^2 &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Από αυτές προκύπτουν οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου P:

$$x_0 = \frac{A(y_1 - y_3) - B(y_2 - y_3)}{(y_1 - y_3)(x_2 - x_3) - (y_2 - y_3)(x_1 - x_3)} \quad (2.4)$$

$$y_0 = -\frac{A(x_1 - x_3) - B(x_2 - x_3)}{(y_1 - y_3)(x_2 - x_3) - (y_2 - y_3)(x_1 - x_3)}$$

όπου

$$A = y_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) \quad B = y_2(y_1 - y_3) - x_2(x_1 - x_3)$$

και η σταθερά c της μηχανής:

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{-(x_1 - x_0)(x_2 - x_0) - (y_1 - y_0)(y_2 - y_0)} \\ c &= \sqrt{-(x_1 - x_0)(x_3 - x_0) - (y_1 - y_0)(y_3 - y_0)} \\ c &= \sqrt{-(x_2 - x_0)(x_3 - x_0) - (y_2 - y_0)(y_3 - y_0)} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Οι τρεις διαφορετικές Εξ. (2.5) για τον υπολογισμό της σταθεράς της μηχανής είναι ισοδύναμες, γεγονός που αποδεικνύεται αν αντικατασταθούν σε αυτές οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου από τις Εξ. (2.4) [πρβλ. τις τρεις δυνατές κατασκευές κατά Taylor της προηγούμενη ενότητας, βλ. και Σχ. 2.1].

Αφού έχουν προσδιοριστεί τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού, υπολογίζεται πλέον άμεσα ο πίνακας στροφής $\mathbf{R}$ της εικόνας. Τα διευθύνοντα συνημίτονα των τριών διανυσμάτων OV_X , OV_Y και OV_Z είναι, αντίστοιχα, $[(x_1 - x_0)/l_x, (y_1 - y_0)/l_x, -c/l_x]$, $[(x_2 - x_0)/l_y, (y_2 - y_0)/l_y, -c/l_y]$ και $[(x_3 - x_0)/l_z, (y_3 - y_0)/l_z, -c/l_z]$, όπου l_i το μέτρο του αντίστοιχου διανύσματος, και ο πίνακας στροφής $\mathbf{R}$ δίδεται από τη σχέση:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 - x_0}{l_x} & \frac{x_2 - x_0}{l_y} & \frac{x_3 - x_0}{l_z} \\ \frac{y_1 - y_0}{l_x} & \frac{y_2 - y_0}{l_y} & \frac{y_3 - y_0}{l_z} \\ \frac{-c}{l_x} & \frac{-c}{l_y} & \frac{-c}{l_z} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Η Εξ. (2.6) ισχύει σε περίπτωση κατά την οποία ο άξονας της λήψης είναι ομόρροπος και με τις τρεις διευθύνσεις του χώρου X , Y , Z . Σε αντίθετη περίπτωση τα διευθύνοντα συνημίτονα των αντίστοιχων διανυσμάτων πολλαπλασιάζονται στην Εξ. (2.6) με -1 . Αξίζει να σημειωθεί ότι κατά την εξαγωγή των γωνιών ω , ϕ , κ από τον πίνακα στροφής $\mathbf{R}$ προκύπτουν δύο λύσεις (ω , ϕ , κ και $\omega + \pi$, $\pi - \phi$, $\pi + \kappa$), που όμως είναι ισοδύναμες αφού περιγράφουν τον ίδιο προσανατολισμό του επιπέδου της εικόνας.

Τέλος, σημειώνεται ότι η προσέγγιση του Gracie, η οποία είναι άμεση και σχετικά απλή στην εφαρμογή της (σύστημα εξισώσεων χωρίς περίσσεια), έχει χρησιμοποιηθεί σε διπλωματικές εργασίες που εκπονήθηκαν στο Εργαστήριο Φωτογραμμετρίας του ΕΜΠ για την βαθμονόμηση μηχανής όσο και για την ψηφιακή αναγωγή επίπεδων αντικειμένων χωρίς φωτοσταθερά (Σκιαδάς, 2000, Χρυσάφινος, 2004).

2.3 Σημεία φυγής και αναγωγή επιπέδων αντικειμένων

Στο Κεφάλαιο 1 περιγράφηκε η σχέση που συνδέει τα στοιχεία του πίνακα **H** της αναγωγής ή ομογραφίας (homography) με τις εικονοσυντεταγμένες των σημείων φυγής V_x, V_y δύο κάθετων διευθύνσεων του χώρου. Έτσι, ο υπολογισμός της προβολικής σχέσης (πίνακας **H**) μεταξύ ενός επιπέδου σχήματος και της κεντρικής προβολής του επί του επιπέδου της εικόνας επιτρέπει ταυτόχρονα, συν τοις άλλοις, να προσδιοριστεί η θέση των σημείων φυγής των δύο κάθετων αξόνων του επιπέδου του χώρου στην εικόνα. Παράλληλα με τον προσδιορισμό των σημείων φυγής, ο πίνακας **H** ορίζει και όλες τις δυνατές θέσεις του πρωτεύοντος σημείου **P** που είναι συμβατές με την συγκεκριμένη αναγωγή. Σε αυτό το συμπέρασμα κατέληξε ο Gurdjos (2002) στηριζόμενος σε ένα θεώρημα του J.V. Poncelet (*Traité des Propriétés Projectives des Figures*, Παρίσι, 1862), το οποίο και αναδιατύπωσε ως εξής:

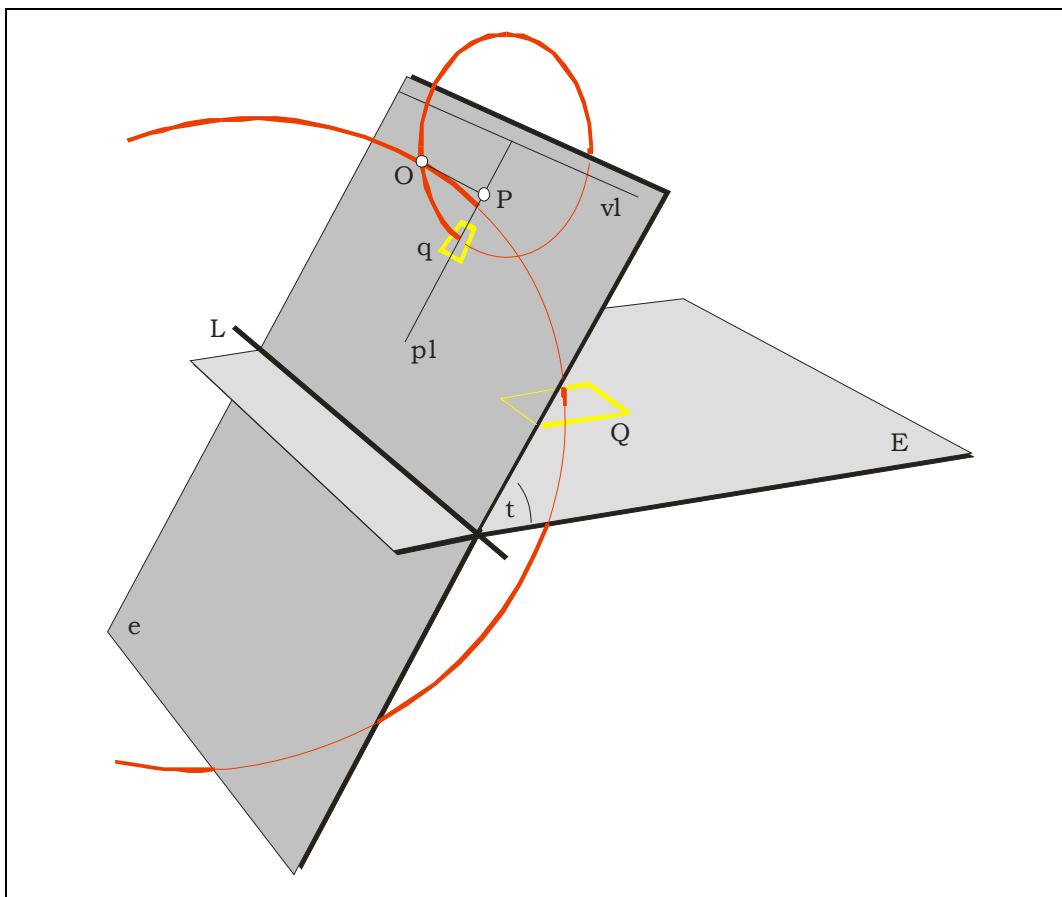
*“Εάν ένα επίπεδο σχήμα αποτελεί κεντρική προβολή ενός άλλου επιπέδου σχήματος, τότε τα δύο σχήματα διατηρούν την προοπτική αντιστοιχία τους (πίνακας ομογραφίας **H**) για κάθε νέα θέση που προκύπτει από την περιστροφή του επιπέδου του πρώτου περί την τομή του με το επίπεδο του δεύτερου σχήματος”.*

Σε αυτήν την περίπτωση οι πιθανές θέσεις του κέντρου προβολής ορίζουν κύκλο σε επίπεδο κάθετο προς την ευθεία τομής. Το κάθετο ίχνος του κύκλου επί του πρώτου επιπέδου (επίπεδο της εικόνας) σχηματίζει ευθεία, καλούμενη *πρωτεύουσα ευθεία*, η οποία αποτελεί τον γεωμετρικό τόπο του πρωτεύοντος σημείου **P**.

Στο Σχ. 2.3 το τετράπλευρο q αποτελεί την κεντρική προβολή του τετραπλεύρου **Q** του χώρου (επίπεδο **E**) πάνω στο επίπεδο της εικόνας (επίπεδο **e**). Τα τετράπλευρα q και **Q** διατηρούν την προοπτική τους αντιστοιχία (κοινός πίνακας αναγωγής **H**) καθώς το επίπεδο **e** της εικόνας περιστρέφεται περί την ευθεία τομής **L** των δύο επιπέδων. Για διαφορετικές γωνίες στροφής t (γωνίες κλίσης) του επιπέδου της εικόνας προκύπτουν διαφορετικά κέντρα προβολής **O**, τα οποία σχηματίζουν κύκλο σταθερής ακτίνας, κάθετον στο επίπεδο **e** αλλά και στην ευθεία φυγής v_l . Σε κάθε νέα θέση του **O** επί του κύκλου αυτού αντιστοιχεί διαφορετική σταθερά c της μηχανής (απόσταση του **O** από την εικόνα) και διαφορετική θέση πρωτεύοντος σημείου **P** (ορθή προβολή του **O** επί της εικόνας). Οι πιθανές θέσεις του πρωτεύοντος σημείου σχηματίζουν την πρωτεύουσα ευθεία pl (“center line” κατά τον Gurdjos).

Βάσει των προηγηθέντων, ο Gurdjos εξέφρασε την εξίσωση του κύκλου (κέντρο και ακτίνα του κύκλου), καθώς και την εξίσωση της πρωτεύουσας ευθείας στο επίπεδο της εικόνας, ως προς τους οκτώ συντελεστές της ομογραφίας (αναγωγής) **H**. Τις σχέσεις αυτές αξιοποίησε ώστε να βελτιστοποιήσει την συνόρθωση κατά την διαδικασία βαθμονόμησης βάσει επιπέδων (“plane-based calibration”). Στην ουσία, αντικατέστησε το αλγεβρικό μέγεθος που ελαχιστοποιείται στην διαδικασία της συνόρθωσης (Zhang, 2000, Sturm and Maybank, 1999b) με ένα νέο γεωμετρικό μέγεθος που στηρίζεται στην εξίσωση της πρωτεύουσας ευθείας, επιτυγχάνοντας έτσι ανώτερη ακρίβεια στην βαθμονόμηση της μηχανής.

Συμπερασματικά, η γνώση του προβολικού μετασχηματισμού (ομογραφία **H**) μεταξύ δύο επιπέδων καθορίζει την θέση των σημείων φυγής των δύο κάθετων αξόνων του χώρου (και συνεπώς την ευθεία φυγής), και δεσμεύει τόσο τον εξωτερικό όσο και τον εσωτερικό προσανατολισμό της μηχανής (πρωτεύουσα ευθεία).



Σχήμα 2.3. Γεωμετρική απεικόνιση του θεωρήματος του Poncelet.

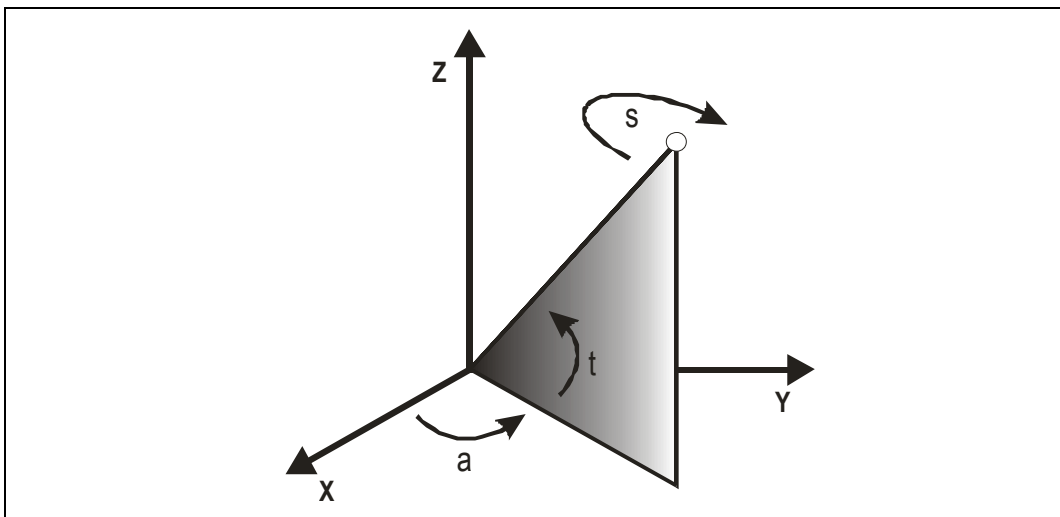
Πρέπει, τέλος, να αναφερθεί ότι η πρωτεύουσα ευθεία αποτελεί επίσης τον γεωμετρικό τόπο και για το τρίτο σημείο φυγής V_z της κατακόρυφης διεύθυνσης. Συνεπώς, αν είναι γνωστή μια διεύθυνση προς το τρίτο σημείο φυγής – πχ. ένα ευθύγραμμο τμήμα στην εικόνα που απεικονίζει διεύθυνση του χώρου κάθετη στο επίπεδο XY – τότε αυτό μπορεί να εντοπιστεί ως η τομή της ευθείας αυτής με την πρωτεύουσα ευθεία, επιτρέποντας έτσι πλήρη βαθμονόμηση μηχανής από τα τρία διαθέσιμα σημεία φυγής.

2.4 Σημεία φυγής και γωνίες στροφής της μηχανής

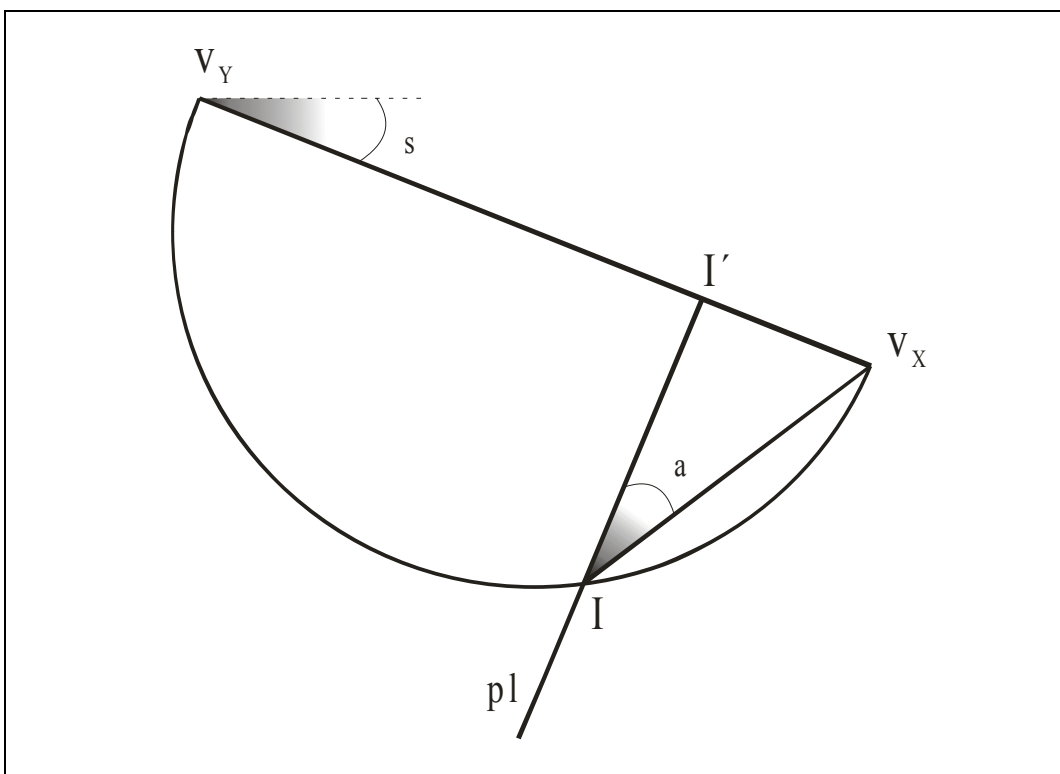
Στην ενότητα 2.2 αναπτύχθηκε ο τρόπος προσδιορισμού των τριών στροφών ω , ϕ , κ της μηχανής από τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου. Στην παρούσα ενότητα περιγράφεται η γεωμετρική σχέση των γωνιών αζιμούθιο a (azimuth), κλίση t (tilt) και στροφή s (swing) με την θέση των σημείων φυγής στο επίπεδο της εικόνας. Οι γωνίες αυτές, οι οποίες εμφανίζονται στο Σχ. 2.4, αποτελούν εναλλακτική έκφραση των γωνιών ω , ϕ , κ (Μπαντέκας, 1975).

Έστω ότι είναι γνωστές οι θέσεις δύο σημείων φυγής (V_x , V_y) των κάθετων διευθύνσεων X , Y του χώρου, όπως αυτές φαίνονται στο Σχ. 2.5. Η κλίση της ευθείας φυγής $V_x V_y$ ως προς τον άξονα x της εικόνας είναι ίση με την στροφή της μηχανής περί τον άξονα λήψης, άρα και με την γωνία s (στροφή). Επομένως, γνωρίζοντας απλώς

την εξίσωση της ευθείας φυγής μπορεί κανείς να προσδιορίσει άμεσα την στροφή s .



Σχήμα 2.4. Αζιμούθιο (a), κλίση (t) και στροφή (s) της εικόνας.



Σχήμα 2.5: Υπολογισμός γωνιών a και s από την ευθεία φυγής $V_X V_Y$ και την πρωτεύουσα ευθεία pl .

Εάν επιπλέον είναι γνωστή η εξίσωση της πρωτεύουσας ευθείας pl (γεωμετρικός τόπος του πρωτεύοντος σημείου P) στην εικόνα, τότε μαζί με την στροφή s είναι δυνατή ταυτόχρονα και η εκτίμηση του αζιμουθίου a . Όπως φαίνεται από το Σχ. 2.5, το σημείο τομής της πρωτεύουσας ευθείας pl και του κύκλου με διάμετρο $V_X V_Y$ αντιπροσω-

πεύει το *ισόκεντρο* I της μηχανής, το οποίο φωτογραμμετρικά ορίζεται ως το σημείο τομής της διχοτόμου της γωνίας POV_z – όπου P το πρωτεύον σημείο, O το προβολικό κέντρο και V_z το σημείο φυγής της τρίτης ορθογώνιας διεύθυνσης του χώρου – με το επίπεδο της εικόνας (Church and Quinn, 1948). Το *ισόκεντρο* I , το οποίο ουσιαστικά υλοποιείται από την κατάκλιση του προβολικού κέντρου O επί του επιπέδου της εικόνας περί την ευθεία φυγής V_xV_y , παρέχει την δυνατότητα για την άμεση μέτρηση της αληθούς γωνίας που σχηματίζουν δύο ευθείες του χώρου, εφόσον αυτές να προεκταθούν στην εικόνα μέχρι να συναντήσουν την V_xV_y και τα δύο σημεία τομής συνδεθούν με το *ισόκεντρο*. Σημειώνεται ότι η ιδιότητα αυτή έχει αξιοποιηθεί στις παλαιές γραφικές μεθόδους του *ακτινοτριγωνισμού* (Hallert, 1960). Το ευθύγραμμο τμήμα II' (η πρωτεύουσα ευθεία pl) αντιπροσωπεύει, στην ουσία, την διεύθυνση του άξονα λήψης. Αντίστοιχα, η ευθεία IV_x εκφράζει την διεύθυνση του άξονα X του χώρου. Συνεπώς, η γωνία α του $S\chi$. 2.5 ισούται με την γωνία που σχηματίζει ο άξονας της μηχανής με τον άξονα X του χώρου, δηλαδή το *αζιμούθιο* α .

Στην γενική περίπτωση όπου είναι γνωστές μόνον οι συντεταγμένες των σημείων φυγής V_x , V_y δύο ορθογώνιων διευθύνσεων, ως πρωτεύουσα ευθεία pl μπορεί να θεωρηθεί οποιαδήποτε ευθεία κάθετη στον ορίζοντα μεταξύ των V_x και V_y , ορίζοντας έτσι διαφορετική, κάθε φορά, γωνία α . Το πλήθος των διαφορετικών ευθειών pl ορίζει και το πλήθος των διαφορετικών πινάκων αναγωγής H που προβάλλουν τα δύο σημεία φυγής V_x και V_y στις ίδιες ακριβώς θέσεις της εικόνας.

2.5 Εναλλακτικές μέθοδοι βαθμονόμησης

Στην συνέχεια περιγράφονται αναλυτικά και αξιολογούνται πειραματικά τρεις διαφορετικοί αλγόριθμοι μονοεικονικής βαθμονόμησης μηχανής από τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου, με στόχο την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων τα οποία προκύπτουν από μεθόδους που δεν στηρίζονται σε συμβατικές πληροφορίες ελέγχου (όπως φωτοσταθερά σημεία ή άλλες μετρήσεις επί του αντικειμένου), αλλά αποκλειστικά σε γεωμετρικές ιδιότητες του χώρου (παράλληλες και καθετότητες μεταξύ ευθειών του αντικειμένου). Επίσης, μελετάται η εισαγωγή της ακτινικής διαστροφής του φακού (οι δύο πρώτοι συντελεστές k_1 και k_2) είτε κατά τον υπολογισμό των σημείων φυγής είτε και σε ένα βήμα, δηλαδή ταυτόχρονα με την βαθμονόμηση.

- Η πρώτη μέθοδος αποτελεί εφαρμογή του μαθηματικού μοντέλου του Gracie (1968) και χρησιμοποιεί σημεία φυγής που έχουν υπολογιστεί σε ένα πρώτο στάδιο.
- Η δεύτερη μέθοδος στηρίζεται στο μαθηματικό μοντέλο των Petsa and Patias (1994), όπου ο προσδιορισμός του εσωτερικού προσανατολισμού και των στροφών πραγματοποιείται με την χρήση των παραμέτρων παρεμβλημένων ευθειών.
- Η τρίτη μέθοδος, βάσει μίας ιδέας της Πέτσα (1996), αποτελεί αναδιαμόρφωση της δεύτερης, με το πλεονέκτημα ότι οι διαδικασίες παρεμβολής ευθείας, βαθμονόμησης και προσανατολισμού της εικόνας πραγματοποιούνται σε ένα και μόνο βήμα.

2.5.1 Αλγόριθμος βαθμονόμησης βάσει σημείων φυγής (A)

Όπως έχει αναφερθεί ήδη, ο Gracie (1968) διατύπωσε το μαθηματικό μοντέλο για τον υπολογισμό των τριών παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού και των τριών

στροφών μιας εικόνας από σημεία φυγής τριών ορθογώνιων διευθύνσεων, τα οποία παρέχουν τις τρεις αναγκαίες εξισώσεις. Έτσι, η μέθοδος αυτή αφορά κατ' αρχάς τον υπολογισμό της θέσης σημείων φυγής από ανεξάρτητες μετρήσεις εικονοσημείων x_i , y_i που ανήκουν σε συγκλίνουσες ευθείες της εικόνας. Οι παρεμβαλλόμενες ευθείες δεσμεύονται να διέρχονται από το αντίστοιχο σημείο φυγής $F(x_F, y_F)$ σύμφωνα με την ακόλουθη εξίσωση παρατήρησης:

$$x_i - x_F - (y_i - y_F)t = 0 \quad (2.7)$$

Ανάλογα με την διεύθυνση της ευθείας, η Εξ. (2.7) μπορεί να διατυπωθεί αντίστοιχα για κλίση $t = \Delta y / \Delta x$ ως προς τον άξονα x της εικόνας. Έχοντας εκτιμήσει την θέση των σημείων φυγής, μπορεί κατόπιν κανείς να προσδιορίσει απευθείας (δηλαδή χωρίς περίσσεια εξισώσεων) τον εσωτερικό προσανατολισμό και τον πίνακα στροφής $\mathbf{R}$.

Η Εξ. (2.7) αγνοεί την συμμετρική ακτινική διαστροφή του φακού Δr . Η εισαγωγή της δίνει την ακόλουθη εξίσωση (όπου τίθεται $x_o = y_o = 0$, όταν αυτά είναι άγνωστα):

$$x_i - (x_i - x_o)(k_1 r^2 + k_2 r^4) - x_F - \\ - [y_i - (y_i - y_o)(k_1 r^2 + k_2 r^4) - y_F]t = 0 \quad (2.8)$$

Σε αυτή την περίπτωση όλες οι παρατηρήσεις (εικονοσημεία) συνορθώνονται σε ένα ενιαίο βήμα με κοινούς αγνώστους τους δύο συντελεστές k_1 , k_2 της ακτινικής διαστροφής. Εάν δεν είναι δυνατή η παραδοχή πως το πρωτεύον σημείο, το οποίο θεωρείται συνήθως και ως *κέντρο συμμετρίας* για την ακτινική διαστροφή, είναι κοντά στο εικονόκεντρο, τότε απαιτείται μια πρώτη λύση (βαθμονόμηση) χωρίς ακτινική διαστροφή, για έναν πιο ικανοποιητικό εντοπισμό του πρωτεύοντος σημείου όσον αφορά την ακτινική διαστροφή. Το τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους (σ_o) της συνόρθωσης για τον υπολογισμό των τριών σημείων φυγής αποτελεί ένδειξη της ακρίβειας της όλης διαδικασίας. Τελικά, οι τιμές των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού προκύπτουν απευθείας από τις Εξ. (2.4) και (2.5). Η εκτίμηση της ακρίβειάς τους απαιτεί εν προκειμένω να εφαρμοστεί διαδικασία μετάδοσης σφάλματος.

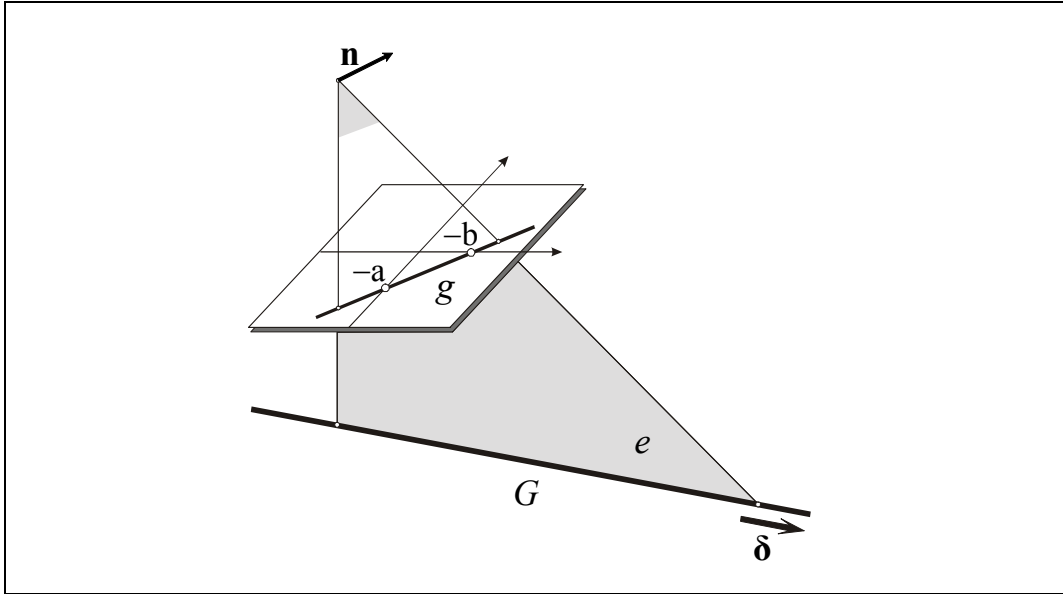
2.5.2 Αλγόριθμος βαθμονόμησης βάσει των παραμέτρων των ευθειών (B)

Σε αυτή την περίπτωση το μαθηματικό μοντέλο των Petsa and Patias (1994) συνοψίζεται ως ακολούθως. Έστω πως G είναι ευθεία του χώρου και e το επίπεδο κεντρικής προβολής της αντίστοιχης ευθείας g στην εικόνα (Σχ. 2.6). Επίσης, έστω ότι $\mathbf{n}$ είναι το κάθετο διάνυσμα του e και $\mathbf{\delta}^t = [L \ M \ N]$ το διάνυσμα διεύθυνσης της ευθείας του χώρου. Αν $\mathbf{R}$ είναι ο πίνακας στροφής, τότε η εξίσωση

$$\mathbf{n}^t \mathbf{R} \mathbf{\delta} = 0 \quad (2.9)$$

αποτελεί τη συνθήκη ορθογωνικότητας των δύο διανυσμάτων $\mathbf{n}$ και $\mathbf{\delta}$. Αυτή είναι ισοδύναμη με την παραλληλία της ευθείας G του χώρου (και άρα όλων των ευθειών του

χώρου με την ίδια διεύθυνση) με το προβολικό επίπεδο ϵ (και άρα όλων των προβολικών επιπέδων που αντιστοιχούν σε ευθείες του χώρου διεύθυνσης δ). Το διάνυσμα $\mathbf{n}$ αποτελεί συνάρτηση των τριών παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού και των παραμέτρων της ευθείας στην εικόνα.



Σχήμα 2.6. Το προβολικό επίπεδο ϵ ευθείας G του χώρου.

Στον συγκεκριμένο αλγόριθμο βαθμονόμησης οι παράμετροι των ευθειών της εικόνας χρησιμοποιούνται ως παρατηρήσεις στην συνόρθωση. Σε μία πρώτη φάση πραγματοποιείται, έτσι, ανεξάρτητη παρεμβολή για όλες της ευθείας της εικόνας και υπολογίζονται οι παράμετροί τους a και b βάσει της εξίσωσης:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + 1 = 0 \quad (2.10)$$

Το διάνυσμα $\mathbf{n}$ αποτελεί τότε συνάρτηση του εσωτερικού προσανατολισμού και των παραμέτρων αυτών:

$$\mathbf{n}^t = [-cb \quad -ca \quad ab + bx_o - ay_o] \quad (2.11)$$

Θέτοντας

$$\mathbf{R}\delta = [U \quad V \quad W] \quad (2.12)$$

και εισάγοντας τις Εξ. (2.11) και (2.12) στην Εξ. (2.9), καταλήγει κανείς στην σχέση:

$$cbU + caV - (ab + bx_o - ay_o)W = 0 \quad (2.13)$$

Για κάθε ευθεία του χώρου με γνωστή διεύθυνση προκύπτει μία συνθήκη ορθογωνι-

κότητας της μορφής (2.13). Οι ευθείες της εικόνας πρώτα παρεμβάλλονται, και στην συνέχεια εισάγονται στην επόμενη συνόρθωση της βαθμονόμησης ως παρατηρήσεις, με βάρη που προκύπτουν από τον πίνακα συμμεταβλητότητας της αντίστοιχης παρεμβολής. Η χρήση αυτών των βαρών είναι απαραίτητη στην προκειμένη περίπτωση, ιδιαίτερα για ευθείες που σχηματίζουν μικρή γωνία με έναν από τους άξονες της εικόνας και άρα η τομή τους με αυτόν είναι πολύ αβέβαιη (Petsa and Patias, 1994).

Έτσι (αντίθετα με την μέθοδο A, όπου υπάρχουν μεν δύο βήματα αλλά μόνο μια συνόρθωση αφού στο δεύτερο βήμα δεν υπάρχει περίσσεια εξισώσεων), εδώ υιοθετείται διαδικασία δύο βημάτων συνόρθωσης. Σε πρώτη φάση τα εικονοσημεία απλώς δεσμεύονται να ανήκουν στις αντίστοιχες ευθείες – η ακτινική διαστροφή μπορεί να υπολογιστεί ταυτόχρονα με τις παραμέτρους των ευθειών – και στην συνέχεια (δεύτερη φάση) οι υπολογισμένες παράμετροι των ευθειών εισάγονται στις προοπτικές Εξ. (2.13) προκειμένου να υπολογιστούν οι άγνωστες παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού (c, x_0, y_0) και των στροφών της εικόνας (ω, ϕ, κ).

2.5.3 Αλγόριθμος βαθμονόμησης βάσει των εικονοσημείων (C)

Ο αλγόριθμος αυτός στηρίζεται στο μαθηματικό μοντέλο της μεθόδου A αλλά χρησιμοποιεί, αντί των παραμέτρων των ευθειών, απευθείας τις μετρημένες συντεταγμένες των εικονοσημείων ως παρατηρήσεις. Σε αυτή την περίπτωση μια ευθεία της εικόνας μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των ανεξάρτητων εικονοσημείων που την συγκροτούν και της κλίσης της t , η οποία δίδεται από τη σχέση $t = \Delta x / \Delta y$ (ανάλογα με την κλίση της ευθείας υιοθετείται η χρήση της ισοδύναμης σχέσης $t = \Delta y / \Delta x$). Έτσι, η Εξ. (2.11) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{n}_i^t = \begin{bmatrix} c & -ct & (x_i - x_0) - (y_i - y_0)t \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Σε αντιστοιχία με τα προηγηθέντα, με χρήση της Εξ. (2.12) η Εξ. (2.9) γίνεται:

$$cU - ctV + \left[(x_i - x_0) - (y_i - y_0)t \right] W = 0 \quad (2.15)$$

Κάθε εικονοσημείο x_i, y_i όλων των ευθειών της εικόνας συνεισφέρει μία τέτοια συνθήκη στην συνόρθωση. Συνεπώς, οι διαδικασίες της παρεμβολής ευθείας, της βαθμονόμησης της μηχανής και του προσανατολισμού της εικόνας πραγματοποιούνται σε ένα και μόνο στάδιο. Το τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους σ_0 αποτελεί εκτίμηση της τελικής ακρίβειας της συνόρθωσης.

Οι συντελεστές της ακτινικής διαστροφής του φακού είναι δυνατόν να συμπεριληφθούν στην λύση ως εξής:

$$cU - ctV + \left[(x_i - x_0) - (y_i - y_0)t \right] (1 - k_1 r^2 - k_2 r^4) W = 0 \quad (2.16)$$

Μέσω της Εξ. (2.16), κάθε εικονοσημείο συνεισφέρει άμεσα στον ταυτόχρονο υπολογισμό των 8 παραμέτρων ($c, x_0, y_0, k_1, k_2, \omega, \phi, \kappa$) μαζί με τις κλίσεις t_i για όλες της

ευθείες. Φυσικά, η συνόρθωση αυτή είναι ευαίσθητη ιδιαίτερα στον υπολογισμό της ακτινικής διαστροφής, καθώς εξαρτάται από το μήκος, την κατανομή και τον θόρυβο των ευθύγραμμων τμημάτων της εικόνας. Παρ' όλα αυτά, στους ελέγχους που πραγματοποιήθηκαν η εκτίμηση της ακτινικής διαστροφής ήταν σε συμφωνία με τα αποτελέσματα από την μέθοδο της δέσμης με αυτοβαθμονόμηση.

Τέλος, αξίζει να επαναληφθεί ότι οι μέθοδοι A και C είναι άμεσες, εφόσον χρησιμοποιούν τα πρωτογενή δεδομένα (σημεία ευθειών της εικόνας) σε μία συνόρθωση υπό την δέσμευση της κεντρικής προβολής (στον αλγόριθμο A οι άγνωστοι εξάγονται απευθείας από ίσο αριθμό εξισώσεων). Υπό την έννοια αυτή, η μέθοδος B διαφέρει σαφώς αφού οι πρωτογενείς παρατηρήσεις αρχικά υπόκεινται μόνο στην δέσμευση συνευθειακότητας (εικονοσημεία κείμενα επ' ευθείας), οι δε παράμετροι των ευθειών που προκύπτουν από αυτή αποτελούν τις παρατηρήσεις στο επόμενο στάδιο της βαθμονόμησης (η χρήση βαρών εδώ είναι αναγκαία και για αυτόν τον λόγο).

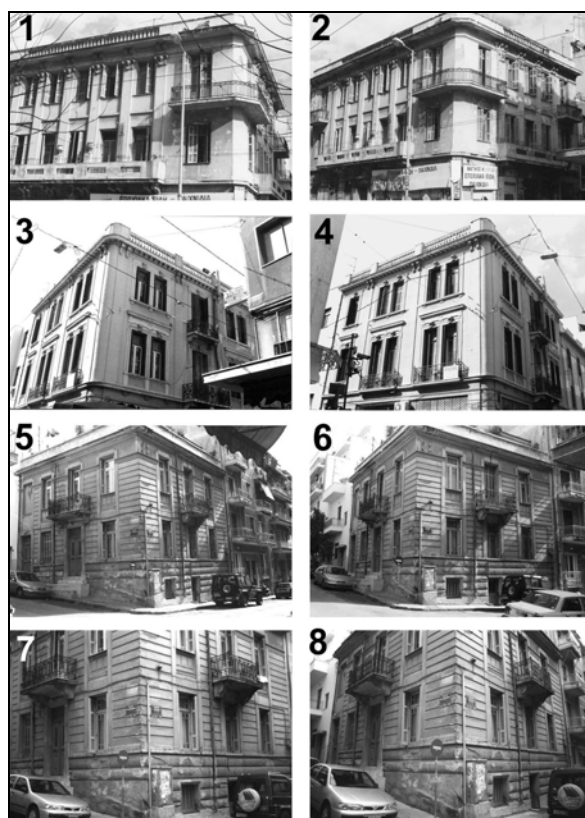
2.5.4 Πειραματική αξιολόγηση

Για να αξιολογηθούν οι τρεις αυτοί αλγόριθμοι, πραγματοποιήθηκαν πειραματικοί έλεγχοι τόσο με αντικείμενα άγνωστης γεωμετρίας (οπότε ελέγχεται η συνοχή των αποτελεσμάτων μεταξύ διαφορετικών συνορθώσεων) όσο και με γνωστά 3D αντικείμενα προκειμένου να συγκριθούν τα αποτελέσματά τους με εκείνα από πολυεικονική βαθμονόμηση με την μέθοδο της δέσμης.

2.5.4.1 Αποτελέσματα από τις μονοεικονικές μεθόδους

Οι λήψεις των οκτώ εικόνων της πρώτης δοκιμής (Σχ. 2.7) προέρχονται από αναλογική μηχανή μικρού φορμάτ και χρήση διαφορετικών φακών (24 mm, 35 mm, 45 mm και 50 mm). Δεδομένου ότι οι ψηφιακές εικόνες έχουν προέλθει από σάρωση μεγεθυμένων εικόνων (στις οποίες γενικά δεν απεικονίζεται το πλήρες αρνητικό), το ενδιαφέρον εδώ δεν επικεντρώθηκε τόσο στις ίδιες τις τιμές των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού όσο κυρίως στην σύγκριση των αποτελεσμάτων των τριών αλγορίθμων βαθμονόμησης μεταξύ τους.

Τα αποτελέσματα από τις τρεις μεθόδους έχουν συγκεντρωθεί στον Πίνακα 2.1 (εδώ η ακτινική διαστροφή έχει αγνοηθεί). Είναι σαφές πως οι μέθοδοι A και C δίνουν πρακτικά τις ίδιες τιμές για τις παραμέτρους βαθμονόμησης, ενώ το ίδιο ισχύει και για τις τιμές των τυπικών σφαλμάτων σ_0 της μονάδας βάρους (σημειώνεται ότι στην μέθοδο B το σ_0 είναι αδιάστατο αφού οι παρατηρήσεις εισάγονται με βάρη). Συνάγεται, έτσι, πως οι δυο μέθοδοι A και B είναι όντως ισοδύναμες, δεδομένου ότι και στις δύο περιπτώσεις πραγματοποιείται μία μόνη συνόρθωση με παρατηρήσεις τις εικονοσυντεταγμένες. Σημαντική διαφορά είναι πάντως ότι η μέθοδος C, κατά την οποία η εσωτερική γεωμετρία της μηχανής προκύπτει ως άμεσο προϊόν της συνόρθωσης, παρέχει και εκτίμηση της αβεβαιότητας προσδιορισμού των παραμέτρων της. Αντιθέτως, στην μέθοδο A οι έξι άγνωστοι υπολογίζονται τελικά από έξι εξισώσεις, άρα η εκτίμηση της ακρίβειας υπολογισμού των στοιχείων της μηχανής απαιτεί την μετάδοση των σφαλμάτων των θέσεων των σημείων φυγής, όπως αυτά προκύπτουν από την συνόρθωση παρεμβολής ευθείας (στον Πίνακα 2.1 αυτό δεν έχει γίνει).



Σχήμα 2.7. Οι εικόνες της πρώτης εφαρμογής.

Πίνακας 2.1. Αποτελέσματα μονοεικονικής βαθμονόμησης						
εικόνα	f (mm)	μέθοδος	c (mm)	x_o (mm)	y_o (mm)	σ_o
1	50 mm	A	48.84	-1.34	-2.30	7.6 μm
		C	48.80 ± 0.16	-1.28 ± 0.15	-2.32 ± 0.09	7.6 μm
		B	48.84 ± 0.21	-1.26 ± 0.20	-2.50 ± 0.12	1.5
2	50 mm	A	48.89	0.63	-2.06	7.1 μm
		C	48.89 ± 0.13	0.66 ± 0.26	-2.08 ± 0.12	7.0 μm
		B	48.69 ± 0.20	0.77 ± 0.36	-2.08 ± 0.26	1.9
3	35 mm	A	35.16	0.63	-1.31	8.8 μm
		C	35.16 ± 0.05	0.63 ± 0.06	-1.32 ± 0.05	9.1 μm
		B	35.13 ± 0.13	0.52 ± 0.20	-1.33 ± 0.12	2.9
4	35 mm	A	34.66	0.56	-1.11	9.4 μm
		C	34.66 ± 0.05	0.56 ± 0.06	-1.12 ± 0.05	9.4 μm
		B	34.63 ± 0.09	0.56 ± 0.10	-1.21 ± 0.09	2.6
5	35 mm	A	36.05	-1.30	0.62	17.4 μm
		C	36.05 ± 0.12	-1.24 ± 0.26	0.52 ± 0.15	17.6 μm
		B	36.16 ± 0.27	-1.76 ± 0.58	0.75 ± 0.40	3.3
6	35 mm	A	35.69	-0.08	1.03	16.3 μm
		C	35.69 ± 0.12	-0.20 ± 0.20	1.06 ± 0.16	16.5 μm
		B	36.10 ± 0.23	-0.14 ± 0.41	1.22 ± 0.28	3.2
7	45 mm	A	43.42	-0.12	1.28	17.7 μm
		C	43.42 ± 0.14	-0.14 ± 0.26	1.19 ± 0.13	16.9 μm
		B	43.92 ± 0.55	0.61 ± 0.81	1.29 ± 0.46	5.8
8	24 mm	A	24.46	-0.20	1.82	19.5 μm
		C	24.49 ± 0.07	-0.19 ± 0.12	1.79 ± 0.07	19.7 μm
		B	24.40 ± 0.17	0.07 ± 0.24	1.85 ± 0.14	2.6

Από την άλλη μεριά, η μέθοδος B δίνει κοντινά αποτελέσματα για ορισμένες εικόνες (πχ. τις πρώτες τέσσερις) με σχετικά καλές τιμές του σ_0 , ενώ για κάποιες από τις υπόλοιπες εικόνες παρατηρούνται σημαντικότερες αποκλίσεις (για παράδειγμα, οι διαφορές στις τιμές του c φτάνουν το 1.1%), όπου και οι τιμές του σ_0 απέχουν περισσότερο από την μονάδα. Αυτό αποτελεί ένδειξη ότι, εφόσον η παρεμβολή ευθείας πραγματοποιείται ως ένα ανεξάρτητο στάδιο και χωρίς δέσμευση κεντρικής προβολής (σύγκλιση των ευθειών σε σημείο φυγής), η μέθοδος B είναι πιο ευαίσθητη στο θόρυβο αλλά και γεωμετρικά ασταθέστερη. Σε αυτό, αλλά και στο γεγονός ότι στην μέθοδο B υπεισέρχονται βάρη προερχόμενα από ανεξάρτητες συννορθώσεις, πρέπει να αποδοθεί και το ότι η αβεβαιότητα προσδιορισμού των άγνωστων παραμέτρων εμφανίζεται στον Πίνακα 2.1 συστηματικά μεγαλύτερη στην μέθοδο B από ό,τι στην μέθοδο C.

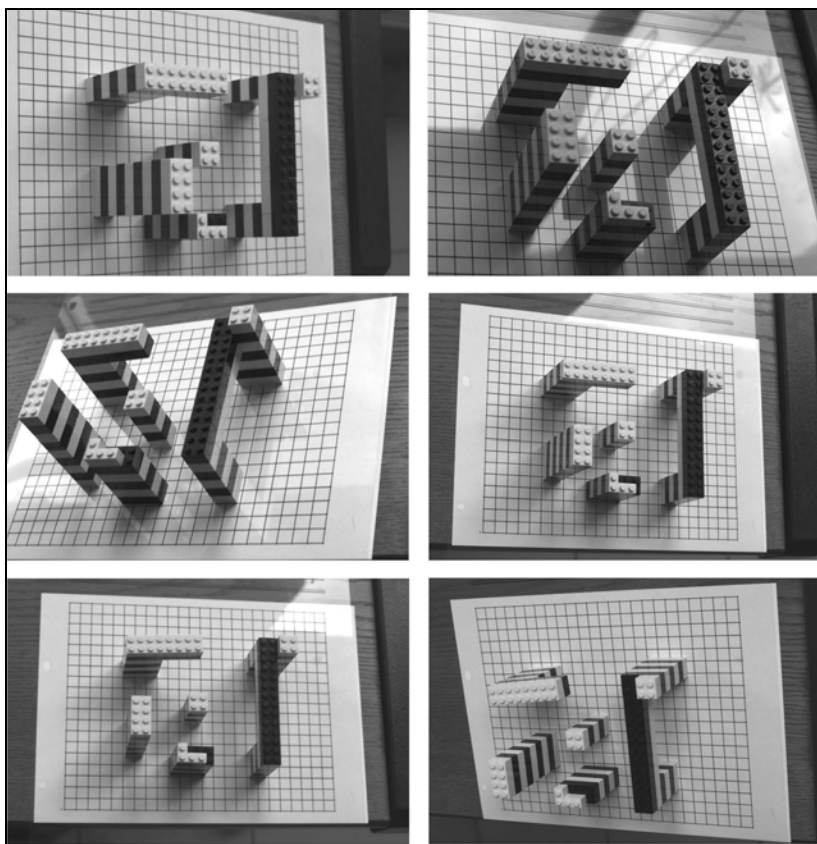
2.5.4.2 Σύγκριση μονοεικονικών – πολυεικονικών μεθόδων βαθμονόμησης

Γενικά, η τελική εκτίμηση για την απόδοση ενός αλγορίθμου βαθμονόμησης δεν είναι εύκολο να γίνει άμεσα, δηλαδή ακόμα και με απευθείας αντιπαραβολή των αποτελεσμάτων του με δεδομένα βαθμονόμησης από κατά τεκμήριο ανώτερης ακρίβειας μεθόδους – κυρίως λόγω των υπαρχουσών συσχετίσεων. Πιο σαφής είναι σε αυτές τις περιπτώσεις η σύγκριση της ανακατασκευής (reconstruction) που επιτυγχάνεται με τις υπό εξέταση τιμές παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού, αφού άλλωστε η 3D ανακατασκευή είναι, τελικά, και ο στόχος μίας διαδικασίας βαθμονόμησης (αναλυτικότερα επ' αυτού βλ. Κεφάλαιο 4, ενότητα 4.4.3.2).

Στην προκειμένη περίπτωση το 3D πεδίο ελέγχου υλοποιήθηκε με την τοποθέτηση ενός αριθμού συναρμολογούμενων τεμαχίων (γνωστού μήκους) από παιδικό παιχνίδι κατασκευών πάνω σε κανονικό κάρναβο, ώστε να διατίθεται οριζοντιογραφικός όσο και υψομετρικός έλεγχος. Η κατασκευή αυτή φωτογραφήθηκε υπό διαφορετικές γωνίες με ψηφιακή μηχανή (διάσταση εικόνων 1524×1012 , διάσταση εικονοψηφίδας $9.2 \mu\text{m}$) και φακό 28 mm. Έτσι, ήταν παράλληλα δυνατόν να αξιολογηθεί η απόδοση των μονοεικονικών μεθόδων και υπό δυσμενείς συνθήκες, λόγω ακριβώς της “αδυναμίας” προοπτικής του οξυγώνιου φακού (εν προκειμένω ο φακός ισοδυναμεί με φακό 70 mm σε αναλογική μηχανή μικρού φορμάτ). Οι έξι εικόνες που επελέγησαν για τον μονοεικονικό έλεγχο φαίνονται στο Σχ. 2.8. Είναι σαφές ότι οι συντρέχουσες ευθείες σχηματίζουν γενικά μικρές γωνίες τεμνόμενες στα σημεία φυγής. Οι ίδιες έξι εικόνες χρησιμοποιήθηκαν και στην πολυεικονική συνόρθωση με την μέθοδο της δέσμης.

Όλες οι συννορθώσεις με την μέθοδο της δέσμης πραγματοποιήθηκαν με το λογισμικό *Basta* του Εργαστηρίου Φωτογραμμετρίας της ΣΑΤΜ του ΕΜΠ (Καλησπεράκης και Τζάκος, 2001). Αρχικά, εφαρμόστηκε μέθοδος δέσμης με αυτοβαθμονόμηση (χωρίς εκτίμηση ακτινικής διαστροφής) με τις έξι εικόνες, η οποία στηρίχθηκε σε ένα σύνολο 25 φωτοσταθερών (21 πλήρη και 4 υψομετρικά) και 60 σημείων σύνδεσης. Για τις μονοεικονικές μεθόδους μετρήθηκαν σε κάθε εικόνα τρεις ευθείες ανά διεύθυνση X και Y του καννάβου. Για την κατακόρυφη διεύθυνση μετρήθηκαν περισσότερες ευθείες (7–13) για να αντισταθμιστεί η επίδραση του μικρού μήκους των ευθύγραμμων τμημάτων στην διεύθυνση αυτή. Μετά από τις επιλύσεις, οι τιμές των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού που προέκυψαν και από τις τρεις μονοεικονικές μεθόδους (A, B, C) για κάθε εικόνα χρησιμοποιήθηκαν διαδοχικά ως σταθερές παράμε-

τροι της μηχανής σε συνορθώσεις των έξι εικόνων με την μέθοδο της δέσμης.



Σχήμα 2.8. Οι εικόνες της δεύτερης εφαρμογής.

Για κάθε μία από αυτές τις 18 επιλύσεις δέσμης υπολογίστηκαν οι αποκλίσεις d_x , d_y , d_z των συντεταγμένων των σημείων σύνδεσης από τις γνωστές τους τιμές. Προέκυψε, έτσι, μια μέση τετραγωνική απόκλιση d για κάθε λύση. Κατ' αυτόν τον τρόπο μπορεί να εκτιμηθεί η επίδοση των μεθόδων μονοεικονικής βαθμονόμησης μέσω ευθειών. Όλα τα αποτελέσματα έχουν συγκεντρωθεί στον Πίνακα 2.2. Η πρώτη σειρά (με πλάγια στοιχεία) αναφέρεται στην συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση.

Και σε αυτό το παράδειγμα, οι μέθοδοι A και C έδωσαν πολύ κοντινά αποτελέσματα για κάθε εικόνα, ενώ εκείνα από την μέθοδο B αποκλίνουν σημαντικά. Παράλληλα, όλες οι μέθοδοι εμφανίζουν αισθητές διαφορές στην σταθερά c της μηχανής (οι τιμές υπερβαίνουν παντού εκείνη από την συνόρθωση δέσμης). Τα αποτελέσματα όσον αφορά την θέση του πρωτεύοντος σημείου παρουσιάζουν επίσης σημαντική διακύμανση. Έχει ήδη επισημανθεί, ωστόσο, ότι γενικώς δεν συνιστάται η άμεση σύγκριση παραμέτρων που έχουν προκύψει από διαφορετικά αρχικά δεδομένα και/ή διαφορετικούς αλγορίθμους. Σε κάθε περίπτωση, άλλωστε, και στις επιλύσεις με την μέθοδο της δέσμης οι παράμετροι της μηχανής είναι άμεσα συσχετισμένοι με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού των εικόνων (συνορθώσεις δέσμης με 6 και με 10 εικόνες, για παράδειγμα, έδωσαν εδώ διαφορά $\Delta c = 0.5\%$ για την σταθερά της μηχανής). Ακόμα, είναι γνωστό ότι ειδικά η θέση του πρωτεύοντος σημείου γενικά εκτιμάται με σημαντικές διακυμάνσεις (αναλυτικότερα επ' αυτού βλ. ενότητα 4.4.3.2).

Συνεπώς, η τρισδιάστατη ανακατασκευή αντικειμένου μέσω των διαφορετικών εσωτερικών παραμέτρων της μηχανής συνιστά, κατά πάσα βεβαιότητα, πιο αξιόπιστη μέθοδο για να εκτιμηθούν διαφορετικές μέθοδοι. Από τον Πίνακα 2.2 είναι εμφανές ότι, για τις τιμές των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού που προέκυψαν από ανεξάρτητες εικόνες και με τις τρεις μεθόδους, οι μέσες τετραγωνικές διαφορές d (που εκφράζουν την ακρίβεια ανακατασκευής των σημείων του αντικειμένου) είναι το πολύ 1.6 φορές μεγαλύτερες εκείνων από την μέθοδο δέσμης με αυτοβαθμονόμηση. Μία εξαίρεση παρατηρείται σε κάθε περίπτωση (εικόνα 6 για τις μεθόδους A και C, εικόνα 4 για την B), αλλά το d εξακολουθεί να μην υπερβαίνει την διπλάσια τιμή.

Πίνακας 2.2. Αποτελέσματα μονοεικονικής και πολυεικονικής βαθμονόμησης από έξι εικόνες						
<i>d: μέση απόλυτη απόκλιση των σημείων σύνδεσης που υπολογίζονται από την μέθοδο της δέσμης με δεδομένο εσωτερικό προσανατολισμό που έχει προκύψει από μονοεικονική βαθμονόμηση</i>						
Εικόνα	Μέθοδος	c (mm)	x_o (mm)	y_o (mm)	σ_o	d (mm)
	<i>Δέσμη</i>	30.06	-0.18	-0.07	4.4 μm	0.09
1	A	30.53	-0.54	0.05	6.4 μm	0.09
	C	30.55	-0.60	0.00	5.7 μm	0.10
	B	30.37	-0.12	0.04	3.2	0.09
2	A	30.67	-0.04	0.36	6.1 μm	0.10
	C	30.67	-0.04	0.37	6.3 μm	0.10
	B	30.81	0.00	0.48	3.2	0.11
3	A	30.68	0.43	0.61	5.4 μm	0.14
	C	30.68	0.42	0.62	5.3 μm	0.14
	B	30.82	0.46	0.81	3.1	0.15
4	A	30.79	-0.23	0.19	4.0 μm	0.09
	C	30.71	-0.19	0.15	3.8 μm	0.09
	B	31.91	-0.77	0.39	3.4	0.17
5	A	30.14	0.20	0.06	6.2 μm	0.11
	C	29.99	0.28	-0.03	5.2 μm	0.12
	B	30.63	0.05	0.26	3.5	0.10
6	A	30.72	0.80	-0.38	6.0 μm	0.17
	C	30.74	0.81	-0.38	5.2 μm	0.17
	B	29.76	0.26	-0.10	4.9	0.12

Συμπερασματικά, και όσον αφορά τουλάχιστον την συγκεκριμένη περίπτωση, η μονοεικονική βαθμονόμηση της μηχανής από γραμμικά στοιχεία της εικόνας – δηλαδή με μόνη πληροφορία παραλληλίες και καθετότητες σε μία εικόνα – εμφανίζεται ικανοποιητικά αποτελέσματα, εμφανίζοντας σφάλματα 3D ανακατασκευής το πολύ διπλάσια σε σύγκριση προς την αυτοβαθμονόμηση, δηλαδή μία αυστηρή πολυεικονική βαθμονόμηση βασιζόμενη σε επαρκή εξωτερικό έλεγχο. Επισημαίνεται, πάντως, ότι η μέθοδος B, γιά λόγους που έχουν επισημανθεί, εμφανίζει διαφορετική συμπεριφορά.

2.5.4.3 Εισαγωγή ακτινικής διαστροφής στη συνόρθωση

Στους προηγούμενους ελέγχους η ακτινική διαστροφή Δ γ αγνοήθηκε. Εδώ η διαστροφή εισάγεται ως άγνωστος στην όλη διαδικασία βάσει των εξισώσεων (2.8) και (2.16) για τις μεθόδους A και C, αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι στην μέθοδο B, όπου κάθε ευ-

θεία παρεμβάλλεται χωριστά, δεν είναι δυνατόν να εισαχθεί η ακτινική διαστροφή ως άγνωστη. Αυτό θα απαιτούσε ενιαία συνόρθωση παρεμβολής όλων των ευθειών με κοινούς αγνώστους τους συντελεστές του πολυωνύμου Δr. Κάτι τέτοιο δεν έγινε αφού η προσέγγιση B κρίθηκε ως η λιγότερο αξιόπιστη. Παράλληλα, το Δr εκτιμήθηκε και σε μια πλήρη επίλυση με την μέθοδο δέσμης από όλες τις εικόνες. Όπως και προηγουμένως, οι τιμές των παραμέτρων της μηχανής (c , x_0 , y_0 , k_1 , k_2) που προέκυψαν από τις δύο μονοεικονικές μεθόδους για κάθε εικόνα εισήχθησαν διαδοχικά ως σταθερός εσωτερικός προσανατολισμός σε συνορθώσεις δέσμης.

Τα αποτελέσματα για την βαθμονόμηση της μηχανής και την ανακατασκευή του αντικειμένου φαίνονται στον Πίνακα 2.3. Είναι σαφές ότι, σε σχέση με τον Πίνακα 2.2, η ακρίβεια της συνόρθωσης (σ_0) έχει βελτιωθεί αισθητά, προφανώς χάρη στην διόρθωση της ακτινικής διαστροφής – η οποία, πάντως, δεν είναι ιδιαίτερα έντονη λόγω του περιορισμένου γωνιακού ανοίγματος του φακού. Αντίστοιχα μειωμένες εμφανίζονται και όλες οι μέσες τετραγωνικές διαφορές d των σημείων σύνδεσης.

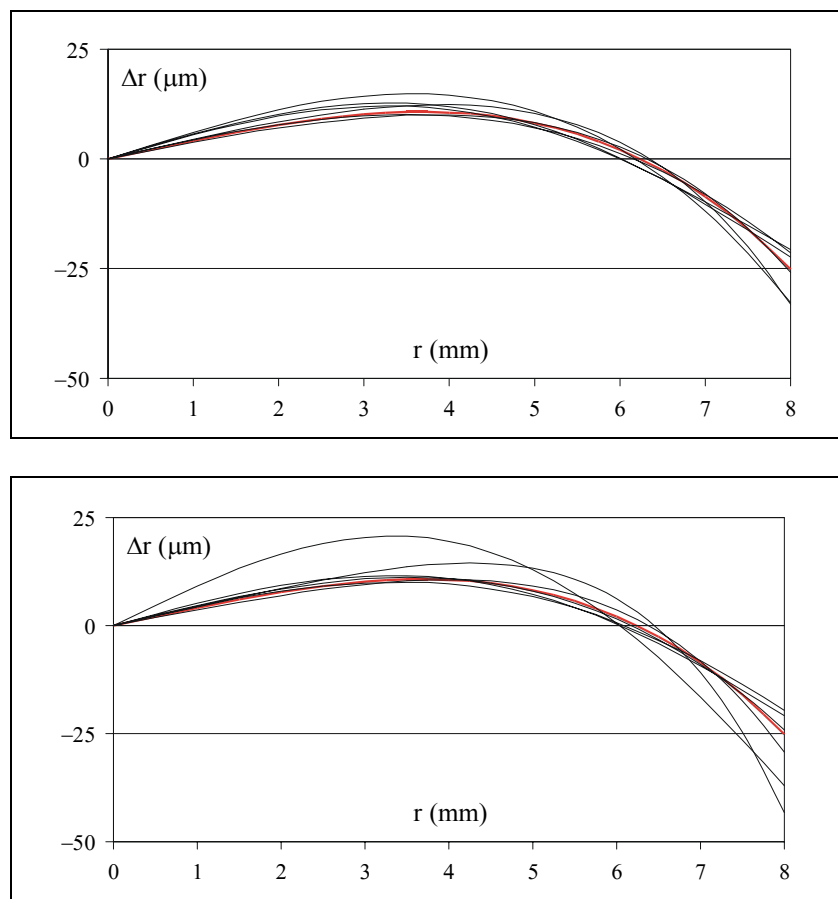
Πίνακας 2.3. Αποτελέσματα μονοεικονικής και πολυεικονικής βαθμονόμησης από έξι εικόνες με ταυτόχρονη διόρθωση της ακτινικής διαστροφής.						
Εικόνα	Μέθοδος	c (mm)	x_0 (mm)	y_0 (mm)	σ_0 (μm)	d (mm)
	<i>Δέσμη</i>	30.06	-0.06	-0.07	3.5	0.05
1	A	30.47	0.71	0.07	4.9	0.09
	C	30.60	1.58	0.03	4.9	0.11
2	A	30.62	0.19	0.33	5.3	0.06
	C	30.67	0.26	0.45	5.3	0.07
3	A	30.38	-0.19	0.31	4.4	0.06
	C	30.52	-0.27	0.56	4.4	0.07
4	A	30.76	0.32	0.22	3.4	0.07
	C	30.79	0.42	0.26	3.4	0.02
5	A	30.11	-0.10	0.04	4.8	0.05
	C	30.14	-0.13	0.12	4.8	0.05
6	A	30.54	-0.60	-0.32	4.9	0.09
	C	30.72	-0.87	-0.42	4.9	0.12

Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα d των ανακατασκευασμένων σημείων του αντικειμένου με εσωτερικό προσανατολισμό προερχόμενο από μονοεικονική βαθμονόμηση δεν υπερβαίνει (με εξαίρεση τις περιπτώσεις 1, 6 για την μέθοδο C) το διπλάσιο της αντίστοιχης τιμής από την μέθοδο της δέσμης. Έτσι, οι μονοεικονικές βαθμονομήσεις μηχανής με μόνα δεδομένα παραλληλίες και καθετότητες μπορούν να κριθούν ως ικανοποιητικές συγκρινόμενες με την πολυεικονική βαθμονόμηση βάσει φωτοσταθερών.

Παράλληλα, όμως, παρατηρεί κανείς πως στον Πίνακα 2.3 οι διαφορές στις τιμές των c , x_0 και y_0 μεταξύ των μεθόδων A και C είναι εντονότερες από ό,τι στον Πίνακα 2.2 (ιδιαίτερα επισημαίνεται η μεγάλη απόκλιση στην τιμή του x_0 της εικόνας 1). Ταυτόχρονα, εδώ εμφανίζονται και μεγαλύτερες διαφορές στις τιμές του d , όπου μάλιστα οι ακραίες τιμές (εικόνες 1 και 6) προέρχονται από την μέθοδο C. Αυτές οι παρατηρήσεις υποδηλώνουν τις διαφορές ανάμεσα στις μεθόδους A και C.

Πράγματι, όπως επισημάνθηκε και σε προηγούμενη ενότητα (2.5.4.1), οι δύο αυ-

τές μέθοδοι είναι ουσιαστικά ισοδύναμες – υπό την προϋπόθεση όμως ότι δεν υπεισέρχεται διόρθωση της ακτινικής διαστροφής. Η εισαγωγή των συντελεστών k_1 και k_2 ως αγνώστων αλλάζει τα δεδομένα. Στην μέθοδο A – όπου η βαθμονόμηση ολοκληρώνεται ανεξάρτητα, αφού δηλαδή εντοπιστούν πρώτα τα σημεία φυγής – το πρωτεύον σημείο είναι φυσικά άγνωστο, άρα η ακτινική διαστροφή εκτιμάται μέσω της Εξ. 2.8 με κέντρο συμμετρίας κατ' ανάγκην το εικονόκεντρο ($x_o = y_o = 0$) αντί του πρωτεύοντος σημείου. Τούτο δεν είναι απαραίτητως μειονέκτημα σε περιπτώσεις, όπως εν προκειμένω, όπου το πρωτεύον σημείο πρακτικά ταυτίζεται με το εικονόκεντρο. Η μέθοδος C, αντίθετα, είναι πιο αυστηρή αφού το πρωτεύον σημείο εμπλέκεται ως άγνωστος στην εκτίμηση της ακτινικής διαστροφής (Εξ. 2.16) και συνεπώς ο προσδιορισμός του είναι πλέον άμεσα συσχετισμένος με εκείνον του πολυωνύμου Δr . Η συνόρθωση καθίσταται πλέον πολύ πιο ευαίσθητη απέναντι στην κατανομή των ευθειών, το μήκος τους αλλά και τον θόρυβο των μετρημένων εικονοσημείων. Ανάλογα, λοιπόν, με την περίπτωση, εκείνο που αρχικά εμφανίζεται ως πλεονέκτημα μπορεί τελικά να συνιστά πηγή σφαλμάτων.



Σχήμα 2.9. Βαθμονομημένες καμπύλες ακτινικής διαστροφής του φακού. Επάνω: μέθοδος A (Εξ. 2.8), κάτω: μέθοδος C (Εξ. 2.16). Με παχιά κόκκινη γραμμή είναι η αντίστοιχη καμπύλη από αυτοβαθμονόμηση με την μέθοδο της δέσμης.

Τα βαθμονομημένα (κατά τους Karras et al., 1998) πολυώνυμα ακτινικής διαστροφής του φακού, όπως αυτά προέκυψαν με τις μεθόδους A, C και την αυτοβαθμονόμηση,

φαίνονται στο Σχήμα 2.9. Είναι σαφές ότι οι επιλύσεις με την μέθοδο A επιδεικνύουν καλύτερη συνοχή μεταξύ τους, ενώ ταυτόχρονα βρίσκονται κοντά στην καμπύλη διαστροφής από την αυτοβαθμονόμηση (η διαφορά στα άκρα της εικόνας δεν ξεπερνά το 1 pixel). Στην περίπτωση της μεθόδου C, αντιθέτως, δύο πολυώνυμα αποκλίνουν σημαντικά από τα υπόλοιπα (μέγιστη διαφορά στα άκρα της εικόνας 2 pixel). Προκύπτει έτσι ότι η μέθοδος A (παρ' ό,τι το $\Delta\gamma$ αναφέρεται στο εικονόκεντρο) εμφανίζει εδώ μεγαλύτερη επαναληψιμότητα απέναντι στην προσέγγιση C, η οποία παρουσιάζεται πιο ευαίσθητη στον θόρυβο και τα χαρακτηριστικά των ευθειών. Η μεγαλύτερη απόκλιση, για παράδειγμα, αφορά την κάτω αριστερά εικόνα του Σχ. 2.8, όπου τα ευθύγραμμα τμήματα στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουν ιδιαίτερα μικρό μήκος.

Τα αποτελέσματα από την προσέγγιση C θα μπορούσαν ενδεχομένως να βελτιωθούν αν πχ. σε ευθείες με μήκος κάτω ενός ορίου εφαρμόζε κανείς την Εξ. 2.15 αντί της Εξ. 2.16. Μιά άλλη δυνατότητα θα ήταν μια πρώτη βαθμονόμηση χωρίς εκτίμηση ακτινικής διαστροφής και εν συνεχεία πλήρης βαθμονόμηση με διαστροφή αναφερόμενη στο πρωτεύον σημείο που θα είχε προκύψει από την πρώτη συνόρθωση. Αυτοί οι πειραματισμοί δεν έγιναν, καθώς στα επόμενα παρουσιάζονται εντελώς διαφορετικές προσεγγίσεις, οι οποίες υπερβαίνουν πολλά από τα προβλήματα που εντοπίστηκαν στις μεθόδους που αναπτύχθηκαν και εξετάστηκαν στο παρόν κεφάλαιο.

2.6 Σχολιασμός

Στις προηγηθείσες ενότητες αναπτύχθηκαν τρία διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα για την μονοεικονική βαθμονόμηση, τα οποία βασίζονται σε μετρημένα ευθύγραμμα τμημάτων ορθογώνιων διευθύνσεων, και αξιολογήθηκαν συγκρινόμενα με αποτελέσματα από την μέθοδο της δέσμης. Η εξέταση στηρίχτηκε κυρίως στην χρήση μονοεικονικά υπολογισθισίων παραμέτρων της μηχανής ως σταθερών τιμών σε συνορθώσεις δέσμης και την αξιολόγηση αποτελεσμάτων ανακατασκευής του 3D χώρου. Τα αποτελέσματα υποδεικνύουν πως, τουλάχιστον για όσες περιπτώσεις μελετήθηκαν εδώ, τέτοιες μέθοδοι μπορούν να οδηγήσουν σε “λογικά” σφάλματα, το πολύ διπλάσια εκείνων που προκύπτουν από ακριβέστερη πολυεικονική μέθοδο με φωτοσταθερά. Υπό αυτή την έννοια, θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν σε περιπτώσεις όπου δεν είναι εφαρμόσιμη η μέθοδος της δέσμης. Υπό όρους, η ακτινική διαστροφή μπορεί επίσης να εκτιμηθεί με ικανοποιητική ακρίβεια από τέτοιες μονοεικονικές μεθόδους.

Ωστόσο, στα προηγούμενα έχουν αναδειχθεί και ορισμένα προβληματικά σημεία των προσεγγίσεων αυτών. Ειδικότερα:

- Τα εξετασθέντα μαθηματικά μοντέλα, και ιδιαίτερα η μέθοδος C που είναι η πιο αυστηρή, εμπλέκει ταυτόχρονα τα στοιχεία του εσωτερικού και του εξωτερικού προσανατολισμού, με συνέπεια αναπόφευκτες συσχετίσεις ανάμεσα στις τιμές αυτών των δύο – κατ’ αρχήν ανεξάρτητων – ομάδων παραμέτρων. Στο επόμενο Κεφάλαιο 3, έτσι, αναπτύσσεται και αξιολογείται ένα ριζικά διαφορετικό μαθηματικό μοντέλο που αφορά αποκλειστικά την διαδικασία της βαθμονόμησης μηχανής.

- Ακόμα, οι αλγόριθμοι που εξετάστηκαν εδώ δεν μπορούν εύκολα, ή και αδυνατούν, να διαχειριστούν περιπτώσεις όπου υπάρχει περίσσεια σημείων φυγής (σε μία εικόνα ή, πράγμα που είναι πιθανότερο, σε πολλές ανεξάρτητες εικόνες προερχόμε-

νες από την ίδια μηχανή). Ο αλγόριθμος που παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3 διαθέτει αυτή την δυνατότητα.

- Τέλος, η εφαρμογή της μεθόδου C ανέδειξε την σημασία που έχει η γεωμετρία όσο και η ποιότητα των μετρούμενων ευθειών – ιδίως σε συνάρτηση με την αξιόπιστη εκτίμηση της ακτινικής διαστροφής του φακού. Εκεί που εν προκειμένω μπορεί να παρέμβει κανείς δεν είναι η κατανομή ή το μήκος των εικονιζόμενων ευθειών (η απεικόνιση είναι αυτή που είναι), αλλά η ακρίβεια των μετρήσεων, δηλαδή ο θόρυβος. Έτσι, στο Κεφάλαιο 4 αναπτύσσεται και αξιολογείται μία πλήρως αυτόματη μέθοδος για την βαθμονόμηση μηχανής μέσω σημείων φυγής με στόχο, μεταξύ άλλων, να αντιμετωπιστεί κατά το δυνατόν και αυτό το πρόβλημα.

Κεφάλαιο 3

Η Σφαίρα Βαθμονόμησης

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι βασικές γεωμετρικές ιδιότητες και αναπτύσσονται οι μαθηματικές εξισώσεις που συνδέουν τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού μιας εικόνας με τα σημεία φυγής δύο μεταξύ τους κάθετων διευθύνσεων του χώρου. Η “σφαίρα βαθμονόμησης”, που εισάγεται εδώ και αποτελεί την βασική (γεωμετρική και αναλυτική) έκφραση αυτής της σχέσης, αξιολογείται και συγκρίνεται με αντίστοιχες εκφράσεις της προβολικής γεωμετρίας που εφαρμόζονται τα τελευταία χρόνια, κυρίως στον χώρο της Όρασης Υπολογιστών. Τέλος, αναπτύσσεται και αξιολογείται πειραματικά ένας αλγόριθμος βαθμονόμησης που επιτρέπει να συνδυάζονται διαφορετικές εικόνες, προερχόμενες από την ίδια μηχανή, οι οποίες απεικονίζουν δύο ορθογώνιες διευθύνσεις του χώρου.

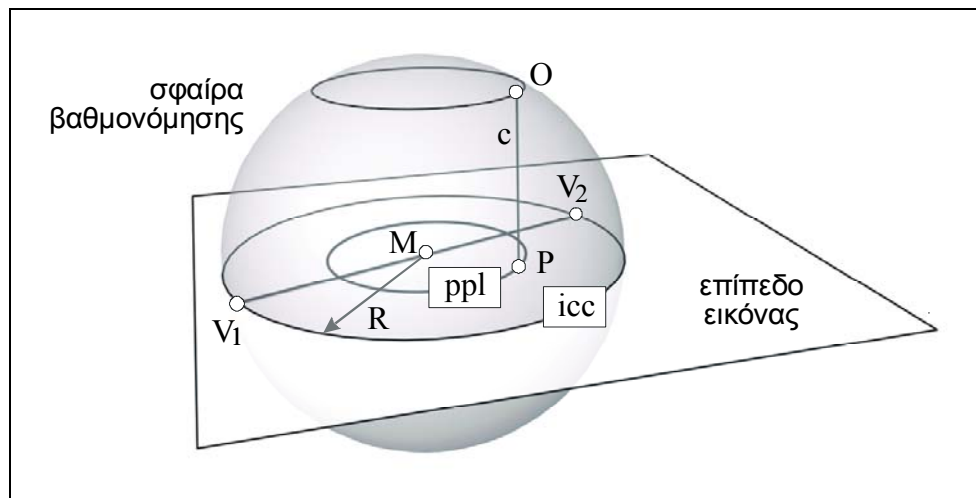
3.1 Σφαίρα Βαθμονόμησης και Εσωτερικός Προσανατολισμός

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στο προηγούμενο Κεφάλαιο, η ύπαρξη σε μια εικόνα τριών πεπερασμένων σημείων φυγής που αντιστοιχούν σε μεταξύ τους κάθετες διευθύνσεις του χώρου επιτρέπει την πλήρη βαθμονόμηση της μηχανής, υπό την προϋπόθεση ότι αυτή είναι “κανονική” (natural camera), δηλαδή μπορούν να αγνοηθούν η μη ορθογωνικότητα των αξόνων (skewness) όσο και η διαφορετική κλίμακά τους (aspect ratio). Συχνά αυτό εκφράζεται με την παραδοχή ότι οι εικονοψηφίδες είναι τετραγωνικές (και όχι ορθογώνια παραλληλόγραμμα ή και απλώς παραλληλόγραμμα).

Στην πράξη, ωστόσο, είναι πολύ συνηθέστερη η περίπτωση εικόνων που εμφανίζουν σαφώς προσδιορίσιμα σημεία φυγής μόνο δύο ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι λήψεις επίπεδων αντικειμένων με ευθύγραμμο χαρακτηριστικά σε δύο κάθετες διευθύνσεις (πχ. όψεις κτιρίων ή δάπεδα με πλακάκια). Υπ’ αυτές τις συνθήκες, ο προσδιορισμός της σταθεράς c της μηχανής είναι εφικτός μόνο με την παραδοχή γνωστού πρωτεύοντος σημείου $P(x_0, y_0)$, όπου ως τέτοιο γενικά λαμβάνεται το κέντρο της εικόνας. Στην βιβλιογραφία έχουν διατυπωθεί απλές σχέσεις δια των οποίων υπολογίζονται η σταθερά της μηχανής και ο πίνακας στροφής της εικόνας από τις τέσσερις εξισώσεις που προκύπτουν από τις εικονοσυντεταγμένες δύο τέτοιων σημείων φυγής (Karras et al., 1993, Petsa et al., 1993).

Είναι, λοιπόν, προφανές ότι δύο σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων σε μια εικόνα δεν επαρκούν για πλήρη βαθμονόμηση της μηχανής, αφού οι αποδεκτές πιθανές θέσεις του κέντρου προβολής O ως προς το επίπεδο της εικόνας είναι όντως άπειρες – όχι όμως και αυθαίρετες. Πράγματι, στα σημεία φυγής δύο ορθογώνιων διευθύνσεων είναι εγγεγραμμένη μία πολύ σημαντική γεωμετρική πληροφορία. Έτσι, ό-

λες οι πιθανές θέσεις του Ο θα πρέπει να ικανοποιούν την ακόλουθη γεωμετρική δέσμευση. Το προβολικό κέντρο Ο βαίνει στα δύο αυτά σημεία φυγής V_1 και V_2 υπό ορθή γωνία. Η εν λόγω δέσμευση, εξεταζόμενη στον τρισδιάστατο χώρο της εικόνας, αναγκάζει το προβολικό κέντρο να κινείται εν προκειμένω επί σφαιρικής επιφάνειας. Η σφαίρα αυτή, που θα ονομαστεί εδώ *σφαίρα βαθμονόμησης*, συνιστά έτσι τον γεωμετρικό τόπο του προβολικού κέντρου Ο στην περίπτωση σημείων φυγής δύο κάθετων διευθύνσεων του χώρου. Όπως φαίνεται και στο Σχ. 3.1, κέντρο της σφαίρας βαθμονόμησης είναι το μέσον Μ του ευθύγραμμου τμήματος V_1V_2 που ορίζεται από τα δύο σημεία φυγής, ενώ η διάμετρος της είναι ίση με το μήκος V_1V_2 . Κατά συνέπεια, όλα τα σημεία της επιφάνειας της σφαίρας – και μόνο αυτά – αποτελούν πιθανή θέση για το κέντρο προβολής, ορίζοντας έτσι διαφορετικό κάθε φορά εσωτερικό προσανατολισμό για την συγκεκριμένη μηχανή. Βάσει και του Σχ. 3.1, σε κάθε θέση του Ο η σταθερά c της μηχανής ισούται με την απόστασή του από το επίπεδο της εικόνας, ενώ πρωτεύον σημείο $P(x_o, y_o)$ είναι η ορθή προβολή του Ο σε αυτό το επίπεδο.



Σχήμα 3.1. Η σφαίρα βαθμονόμησης ως γεωμετρικός τόπος του προβολικού κέντρου Ο. Για δεδομένο Ο, c είναι η σταθερά της μηχανής και ppl ο κυκλικός γεωμετρικός τόπος του πρωτεύοντος σημείου P. Ο γεωμετρικός τόπος του ισοκέντρου είναι επίσης κύκλος (icc).

Η αναλυτική εξίσωση της σφαίρας δίδεται από τη σχέση:

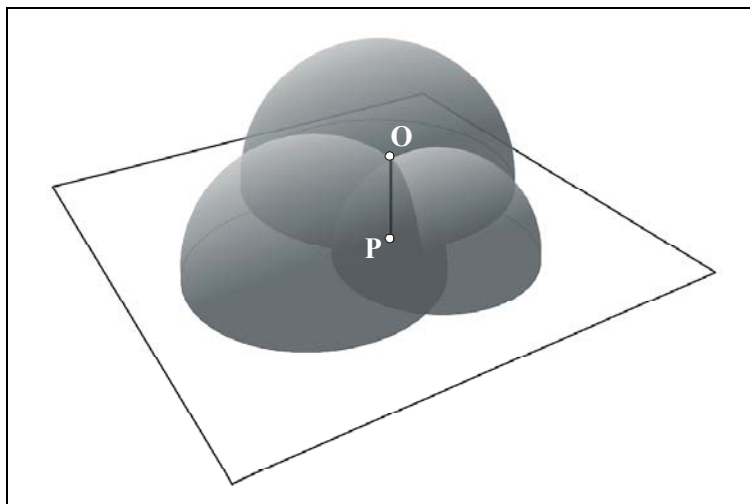
$$(x_o - x_m)^2 + (y_o - y_m)^2 + c^2 = R^2 \quad (3.1)$$

με $x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$

και $R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}{2}$

όπου $V_1(x_1, y_1)$ και $V_2(x_2, y_2)$ οι συντεταγμένες των σημείων φυγής, $M(x_m, y_m)$ το κέντρο της σφαίρας, R η ακτίνα της και d η διάμετρος της. Κάθε ζεύγος σημείων φυγής ορθο-

γώνιων διευθύνσεων δίνει μια εξίσωση της ανωτέρω μορφής. Σε περίπτωση που διατίθενται δύο τέτοια ζεύγη σημείων φυγής – από την ίδια ή και από διαφορετικές εικόνες κοινού εσωτερικού προσανατολισμού – γεωμετρικός τόπος του κέντρου προβολής είναι ο κύκλος που προκύπτει ως τομή των δύο σφαιρών βαθμονόμησης. Τρία ζεύγη σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων επιτρέπουν, συνεπώς, να βαθμονομηθεί πλήρως η μηχανή. Στο Σχ. 3.2 φαίνεται το κέντρο προβολής O όπως προκύπτει ως το κοινό σημείο τριών σφαιρών βαθμονόμησης, ορίζοντας έτσι πλήρως τον εσωτερικό προσανατολισμό της μηχανής.



Σχήμα 3.2. Το κέντρο προβολής O ως τομή τριών σφαιρών βαθμονόμησης και το πρωτεύον σημείο P ως προβολή του O στο επίπεδο της εικόνας.

Ειδικά λοιπόν σε αυτή την περίπτωση των τριών σημείων φυγής, η σφαίρα βαθμονόμησης συνιστά μια σαφή γεωμετρική τεκμηρίωση, μέσω του Σχ. 3.2, για την ύπαρξη μοναδικής λύσης κατά τη βαθμονόμηση της μηχανής από τρία σημεία φυγής κάθετων μεταξύ τους διευθύνσεων του χώρου. Στην πραγματικότητα, βέβαια, τα σημεία τομής των σφαιρών είναι δύο: ένα πάνω και ένα κάτω από το επίπεδο της εικόνας, όσες δηλαδή και οι λύσεις τριών εξισώσεων της μορφής (3.1). Η αβεβαιότητα αυτή μπορεί εύκολα να εξαλειφθεί με το να θεωρηθεί προβολικό κέντρο το σημείο για το οποίο η σταθερά της μηχανής έχει θετική τιμή ($c > 0$), δηλαδή το σημείο πάνω από το επίπεδο της εικόνας.

Εναλλακτικά, ισοδύναμη έκφραση της σφαίρας βαθμονόμησης είναι η ακόλουθη Εξίσωση (3.2)

$$(x_o - x_m)^2 + (y_o - y_m)^2 = R^2 - c^2 \quad (3.2)$$

η οποία περιγράφει έναν κύκλο στο επίπεδο της εικόνας με κέντρο $M(x_m, y_m)$ και ακτίνα $R^2 - c^2$. Αυτός ο κύκλος αποτελεί τον γεωμετρικό τόπο του πρωτεύοντος σημείου P για δεδομένη σταθερά c της μηχανής. Πράγματι, όπως φαίνεται και από το Σχ. 3.1, εάν θεωρηθεί ένα δεδομένο c , το κέντρο προβολής κινείται πλέον επί κύκλου παράλληλου με το επίπεδο της εικόνας, ο οποίος προκύπτει από την τομή της σφαίρας με

επίπεδο παράλληλο προς την εικόνα και σε απόσταση c από αυτήν. Η ορθή προβολή αυτού του κύκλου στην εικόνα ορίζει τον γεωμετρικό τόπο pp' του πρωτεύοντος σημείου P .

Επίσης, αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι ο κύκλος που σχηματίζεται από την τομή της σφαίρας με το επίπεδο της εικόνας (icc στο Σχ. 3.1) συνιστά τον γεωμετρικό τόπο του *ισοκέντρου* της εικόνας. Το σημείο αυτό κείται επί της διχοτόμου της γωνίας που σχηματίζεται από τις ακτίνες που συνδέουν το προβολικό κέντρο αφενός με το πρωτεύον σημείο και αφετέρου με το τρίτο σημείο φυγής, δηλαδή το σημείο φυγής της διεύθυνσης που είναι κάθετη στις άλλες δύο. Το ισόκεντρο είναι γνωστό, κυρίως από την φωτογραμμετρική βιβλιογραφία, χάρη στην ιδιότητά του να επιτρέπει μετρήσεις γωνιών σε επίπεδο έδαφος (Church and Quinn, 1948). Πρόσφατα, οι Hartley and Silru-Anan (2001) χρησιμοποίησαν αυτό το σημείο – το οποίο και αναφέρουν ως “σύμμορφο σημείο” (conformal point) – για την μέτρηση γωνιών σε επίπεδα αντικείμενα.

Τέλος, μια ακόμα ενδιαφέρουσα ιδιότητα της σφαίρας βαθμονόμησης είναι ότι η Εξίσωση (3.1) μπορεί να γραφεί και με την ακόλουθη μορφή:

$$(x_1 - x_0)x_2 + (y_1 - y_0)y_2 - x_0x_1 - y_0y_1 + x_0^2 + y_0^2 + c^2 = 0 \quad (3.3)$$

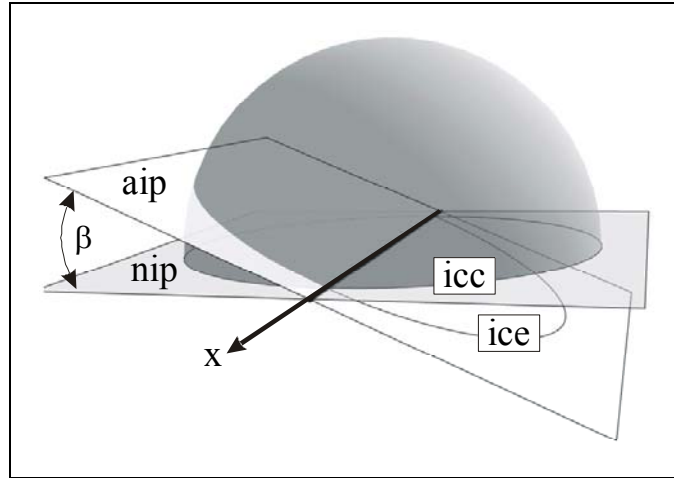
Εάν υποθεθεί ότι οι εικονοσυντεταγμένες σημείου φυγής $V_1(x_1, y_1)$ καθώς και ο εσωτερικός προσανατολισμός είναι γνωστά, η εξίσωση αυτή εκφράζει την ευθεία του απείρου (ευθεία φυγής) των επιπέδων που είναι κάθετα στην διεύθυνση στην οποία αναφέρεται το σημείο φυγής V_1 . Έτσι, η εξίσωση ευθείας (3.3) αποτελεί γεωμετρικό τόπο των σημείων φυγής $V_2(x_2, y_2)$ που αναφέρονται σε διεύθυνση κάθετη σε εκείνη του V_1 .

3.2 Εισαγωγή διαφορετικής κλίμακας κατά x και y

Όπως έχει προαναφερθεί, όλες οι προηγούμενες εξισώσεις που αφορούν την σφαίρα βαθμονόμησης, αλλά και οι γεωμετρικές ερμηνείες που δόθηκαν, ισχύουν για την περίπτωση κανονικής μηχανής (normal camera), όπου οι εικονοψηφίδες θεωρούνται τετραγωνικές. Ωστόσο, η παραδοχή κανονικής μηχανής δεν είναι πάντοτε ρεαλιστική. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου η εσωτερική γεωμετρία της μηχανής δεν μπορεί να περιγραφεί επαρκώς από τις τρεις βασικές παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού (σταθερά μηχανής και θέση πρωτεύοντος σημείου), οπότε κρίνεται αναγκαία η εισαγωγή πρόσθετων προβολικών παραμέτρων. Ένα τέτοιο παράδειγμα αποτελούν οι σύγχρονες ψηφιακές μηχανές με αισθητήρα CCD, όπου η θεώρηση τετραγωνικής εικονοψηφίδας δεν ανταποκρίνεται, στις περισσότερες των περιπτώσεων, στην πραγματικότητα (Hartley and Zisserman, 2001). Όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 1, η εσωτερική παράμετρος που περιγράφει το φαινόμενο αυτό καλείται σχετική κλίμακα α των αξόνων της εικόνας (aspect ratio) και ισούται με τον λόγο των μηκών των δύο κάθετων πλευρών x και y μιας ορθογώνιας εικονοψηφίδας. Προφανώς για την περίπτωση κανονικής μηχανής ισχύει ότι $\alpha = 1$.

Θα αποδειχθεί εδώ, με αναφορά στο Σχ. 3.3, ότι η εισαγωγή της σχετικής κλίμακας α δεν επηρεάζει την βασική γεωμετρία της σφαίρας βαθμονόμησης. Έστω, λοιπόν, $\alpha < 1$ ο συντελεστής κλίμακας των κατακόρυφων συντεταγμένων y των σημείων

της εικόνας. Εάν οι συντεταγμένες y των εικονοσημείων μιάς κανονικής μηχανής πολλαπλασιαστούν με α , προκύπτουν οι ορθές προβολές αυτών των αρχικών σημείων της κανονικής μηχανής από το “κανονικό επίπεδο της εικόνας” (*nip*) σε ένα νέο “αφινικό επίπεδο εικόνας” (*aip*), το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ότι προκύπτει με στροφή β ($\cos\beta = \alpha$) περί τον άξονα x της εικόνας. Η σφαίρα βαθμονόμησης ισχύει για το κανονικό επίπεδο, αλλά η προβολή του κύκλου του ισοκέντρου (*icc*) είναι έλλειψη (*ice*) στο αφινικό επίπεδο (Σχ. 3.3). Το ίδιο ισχύει και για τον γεωμετρικό τόπο του πρωτεύοντος σημείου P (ο οποίος σημειωτέον συμπίπτει με τον γεωμετρικό τόπο του ισοκέντρου για μηδενική σταθερά της μηχανής).



Σχήμα 3.3. Η έλλειψη του ισοκέντρου (*ice*) αποτελεί την ορθή προβολή του κύκλου του ισοκέντρου (*icc*) από το “κανονικό επίπεδο της εικόνας” (*nip*) στο αφινικά παραμορφωμένο επίπεδο της εικόνας (*aip*). Η γωνία β μεταξύ των δύο αυτών επιπέδων συνδέεται με τον συντελεστή α της σχετικής κλίμακας κατά x και y σύμφωνα με την σχέση $\beta = \cos^{-1}\alpha$.

Βάσει των προηγούμενων, οι Εξισώσεις (3.1) και (3.3) γίνονται, αντίστοιχα:

$$(x_o - x_m)^2 + \left(\frac{1}{\alpha^2}\right)(y_o - y_m)^2 + c^2 = R^2 \quad (3.4)$$

$$\text{με} \quad R = \frac{1}{2} \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + \left(\frac{1}{\alpha^2}\right)(y_1 - y_2)^2}$$

$$\text{και} \quad (x_1 - x_o)x_2 + \frac{(y_1 - y_o)y_2}{\alpha^2} - x_o x_1 - \frac{y_o y_1}{\alpha^2} + x_o^2 + \frac{y_o^2}{\alpha^2} + c^2 = 0 \quad (3.5)$$

Οι άγνωστες παράμετροι των εξισώσεων (3.4) και (3.5) είναι πλέον τέσσερις: οι τρεις για την σταθερά της μηχανής και το πρωτεύον σημείο, συν μία επιπλέον για την σχετική κλίμακα α . Επομένως, για να προσδιοριστεί ο εσωτερικός προσανατολισμός της μηχανής απαιτούνται πλέον τέσσερις εξισώσεις σφαιρών (της μορφής 3.4 ή 3.5) ή, αντίστοιχα, τέσσερα ζεύγη σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων.

3.3 Σφαίρα βαθμονόμησης και η εικόνα της απόλυτης κωνικής

Στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάστηκε μέθοδος υπολογισμού των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού μέσω της εικόνας ω της απόλυτης κωνικής (image of the absolute conic) από τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου (Liebowitz et al., 1999). Η κωνική ω μπορεί να γραφεί ως εξής (Hartley and Zisserman, 2000):

$$\omega = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \quad (3.6)$$

όπου $\mathbf{K}$ ο πίνακας της μηχανής (camera matrix). Κάθε ζεύγος σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων εισάγει στα στοιχεία της κωνικής ω μια γραμμική δέσμευση της μορφής:

$$\mathbf{V}_1^T \omega \mathbf{V}_2 = 0 \quad (3.7)$$

όπου $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$ είναι τα δύο σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων στην ομογενή τους μορφή. Τα σημεία $\mathbf{V}_1$ και $\mathbf{V}_2$ ονομάζονται συζυγή ως προς την κωνική ω . Τρία τέτοια ζεύγη αρκούν για να βαθμονομηθεί μια κανονική μηχανή. Ωστόσο, η ω είναι μία φανταστική κωνική και η γεωμετρική σχέση των σημείων φυγής με τις παραμέτρους της μηχανής δεν είναι προφανής. Αντικαθιστώντας κανείς στην Εξ. (3.6) τον πίνακα $\mathbf{K}$ της μηχανής (βλ. Κεφάλαιο 1), και αγνοώντας την σχετική κλίμακα α και την απόκλιση s από την ορθογωνικότητα, έχει:

$$\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_o \\ 0 & 1 & -y_o \\ -x_o & -y_o & x_o^2 + y_o^2 + c^2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Εάν εισαχθεί η Εξ. (3.8) στην (3.7) και θεωρηθούν τα σημεία φυγής $\mathbf{V}_1 = (x_1, y_1, 1)^T$ και $\mathbf{V}_2 = (x_2, y_2, 1)^T$, τελικά προκύπτει η Εξ. (3.1), δηλαδή η εξίσωση της σφαίρας βαθμονόμησης. Αυτό συνεπάγεται ότι η εξίσωση της σφαίρας βαθμονόμησης είναι ισοδύναμη με την δέσμευση (3.7) στα στοιχεία της ω , υπό την προϋπόθεση ότι δεν χρησιμοποιούνται ομογενείς συντεταγμένες για τα δύο σημεία φυγής. Στην πραγματικότητα, δηλαδή, η σφαίρα βαθμονόμησης αποτελεί μια Ευκλείδεια αναπαράσταση της εν λόγω δέσμευσης και έχει νόημα όταν τα δύο σημεία φυγής βρίσκονται σε πεπερασμένη απόσταση από το πρωτεύον σημείο της εικόνας. Η σφαίρα βαθμονόμησης δίνει, με άλλα λόγια, μια σαφή γεωμετρική ερμηνεία του τρόπου με τον οποίο δύο σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων δεσμεύουν τις εσωτερικές παραμέτρους της μηχανής.

3.4 Σφαίρα βαθμονόμησης και βαθμονόμηση βάσει επιπέδων

Στην παρούσα ενότητα αποδεικνύεται ότι η σφαίρα βαθμονόμησης που ορίζεται από δύο σημεία φυγής κάθετων μεταξύ τους διευθύνσεων περιγράφει, κατά ένα μέρος, την μέθοδο που είναι γνωστή στον χώρο της Όρασης Υπολογιστών ως *βαθμονόμηση βάσει επιπέδων* (plane-based calibration). Η τελευταία αποτελεί μια διαδεδομένη μέθοδο για την βαθμονόμηση μηχανών, μάλιστα στο Διαδίκτυο υπάρχουν αρκετά ελεύ-

θερα λογισμικά με διαφορετικά επίπεδα αυτοματοποίησης που στηρίζονται στην μέθοδο αυτή, κυρίως βάσει εικόνων που απεικονίζουν σχηματισμούς τύπου σκακίερας (Douskos et al., 2007).

Η μέθοδος “βαθμονόμησης μέσω επιπέδων” στηρίζεται στις ομογραφίες $\mathbf{H}$ (προβολικός μετασχηματισμός) που συνδέουν ένα επίπεδο του χώρου, με γνωστές συντεταγμένες, με τις απεικονίσεις του (Sturm et al., 1999, Zhang, 2000). Οι δύο βασικές εξισώσεις της βαθμονόμησης βάσει επιπέδων είναι:

$$\mathbf{h}_1^T \omega \mathbf{h}_2 = 0 \quad (3.9)$$

$$\mathbf{h}_1^T \omega \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \omega \mathbf{h}_2 \quad (3.10)$$

όπου $\mathbf{h}_1 = [H_{11}, H_{21}, H_{31}]^T$, $\mathbf{h}_2 = [H_{12}, H_{22}, H_{32}]^T$ οι δύο πρώτες στήλες του πίνακα $\mathbf{H}$. Κάθε ομογραφία $\mathbf{H}$ (προβολικός μετασχηματισμός ή αναγωγή) παρέχει δυο τέτοιες εξισώσεις δέσμευσης στα στοιχεία της εικόνας της απόλυτης κωνικής ω . Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι Gurdjos et al. (2002) απέδειξαν ότι η λύση είναι ισοδύναμη με την τομή κύκλων που ονομάζονται “κεντρικοί κύκλοι” (centre circles). Κάθε τέτοιος κύκλος συνιστά τον γεωμετρικό τόπο του κέντρου προβολής της μηχανής ως προς το επίπεδο της εικόνας όταν είναι γνωστή η προβολική σχέση (ομογραφία $\mathbf{H}$) χώρου-εικόνας, και μπορεί να οριστεί ως τομή μιας σφαίρας (“κεντρική σφαίρα”) και ενός επιπέδου (“κεντρικό επίπεδο”). Εύκολα αποδεικνύεται ότι η Εξ. (3.9) είναι ισοδύναμη με την Εξ. (3.1) της σφαίρας βαθμονόμησης. Πράγματι, οι Εξ. (3.5), (3.1) μπορούν να γραφούν, αντίστοιχα, ως:

$$D = \mathbf{h}_1^T \omega \mathbf{h}_2 = 0$$

$$G = (x_o - x_m)^2 + (y_o - y_m)^2 + c^2 - R^2 = 0$$

Λαμβάνοντας κανείς υπόψη ότι τα δύο σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων είναι δυνατόν να γραφούν ως $\mathbf{V}_1 = [H_{11}, H_{21}, H_{31}]^T$, $\mathbf{V}_2 = [H_{12}, H_{22}, H_{32}]^T$ συναρτήσει των στοιχείων της ομογραφίας $\mathbf{H}$ και αντικαθιστώντας τα στην σχέση G , καταλήγει ότι η G είναι ισοδύναμη της D , υπό την προϋπόθεση ότι $H_{31}H_{32} \neq 0$. Αυτό αποδεικνύει ότι η πρώτη εξίσωση της βαθμονόμησης βάσει επιπέδων είναι εκ των πραγμάτων η εξίσωση της σφαίρας βαθμονόμησης όταν και τα δύο σημεία φυγής είναι πεπερασμένα.

3.5 Αλγόριθμος βαθμονόμησης

Αρχικά υλοποιήθηκε και προγραμματίστηκε ένας πρώτος αλγόριθμος, ο οποίος αξιοποιεί την σφαίρα βαθμονόμησης με ταυτόχρονο υπολογισμό των σημείων φυγής δύο κάθετων διευθύνσεων, από όλες τις διαθέσιμες εικόνες, προκειμένου να εκτιμηθούν οι παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται και αξιολογούνται στο παρόν Κεφάλαιο προέρχονται από αυτόν το αλγόριθμο. Όπως θα εκτεθεί στο επόμενο Κεφάλαιο, ο αλγόριθμος αυτός στην συνέχεια βελτιστοποιήθηκε, με ταυτόχρονο αυτόματο εντοπισμό των σημείων φυγής.

Τα σημεία φυγής υπολογίζονται από ανεξάρτητες παρατηρήσεις εικονοσημείων (x_{ij}, y_{ij}) που ανήκουν σε συγκλίνουσες ευθείες j της εικόνας. Οι παρεμβαλλόμενες ευθείες δεσμεύονται να συγκλίνουν στο αντίστοιχο σημείο φυγής $V(x_v, y_v)$ σύμφωνα με την επόμενη Εξ. (3.11), όπου t είναι η κλίση $\Delta x/\Delta y$ της αντίστοιχης ευθείας ως προς τον άξονα y :

$$x_{ij} - x_v - (y_{ij} - y_v) t_j = 0 \quad (3.11)$$

Η εξίσωση αυτή διατυπώνεται ανάλογα, προκειμένου να περιγράψει ευθείες και ως προς τον άξονα x με κλίση $t = \Delta x/\Delta y$, αφού η έκφραση (3.11) αδυνατεί να περιγράψει ευθείες παράλληλες στον άξονα x της εικόνας (ο αλγόριθμος επιλέγει ανάλογα με το εάν η εκάστοτε ευθεία σχηματίζει μικρότερη γωνία με τον άξονα x ή τον άξονα y).

Τέλος, η εισαγωγή των συντελεστών k_1 και k_2 της συμμετρικής ακτινικής διαστροφής του φακού στην Εξ. (3.11) οδηγεί στην:

$$x_{ij} - (x_{ij} - x_o)(k_1 r^2 + k_2 r^4) - x_v - \\ - [y_{ij} - (y_{ij} - y_o)(k_1 r^2 + k_2 r^4) - y_v] t_j = 0 \quad (3.12)$$

όπου r είναι η εκάστοτε ακτινική απόσταση από το πρωτεύον σημείο. Κατά την συνόρθωση ελαχιστοποιείται το άθροισμα των τετραγώνων των εναπομενόντων σφαλμάτων των εικονοσυντεταγμένων. Επίσης, οι εξισώσεις αυτές μπορούν να διαμορφωθούν κατάλληλα ώστε να ελαχιστοποιείται η απόσταση των εικονοσημείων από την παρεμβαλλόμενη ευθεία.

Για κάθε σημείο μιας συγκεκριμένης εικόνας το οποίο ανήκει σε ευθεία της δέσμης ευθειών που διέρχονται από σημείο φυγής μπορεί να γραφεί μία εξίσωση της μορφής (3.11) ή (3.12). Επιπλέον όμως, κάθε ζεύγος σημείων φυγής κάθετων διευθύνσεων συνεισφέρει στην συνόρθωση και μια εξίσωση της μορφής (3.1) ή (3.2). Είναι προφανές ότι εάν υποτεθεί κανονική μηχανή, τότε τρία ζεύγη σημείων φυγής (δηλαδή τρεις εικόνες, αν αναφέρεται κανείς σε εικόνες με δύο σημεία φυγής) αρκούν για να προσδιοριστούν οι εσωτερικές παράμετροι της μηχανής. Η σχετική κλίμακα α των αξόνων x και y της εικόνας είναι δυνατόν να υπολογιστεί με εισαγωγή ενός πρόσθετου ζεύγους σημείων φυγής (ήτοι μιας ακόμα εικόνας) και χρήση των Εξ. (3.4) ή (3.5) αντί των (3.1) ή (3.3).

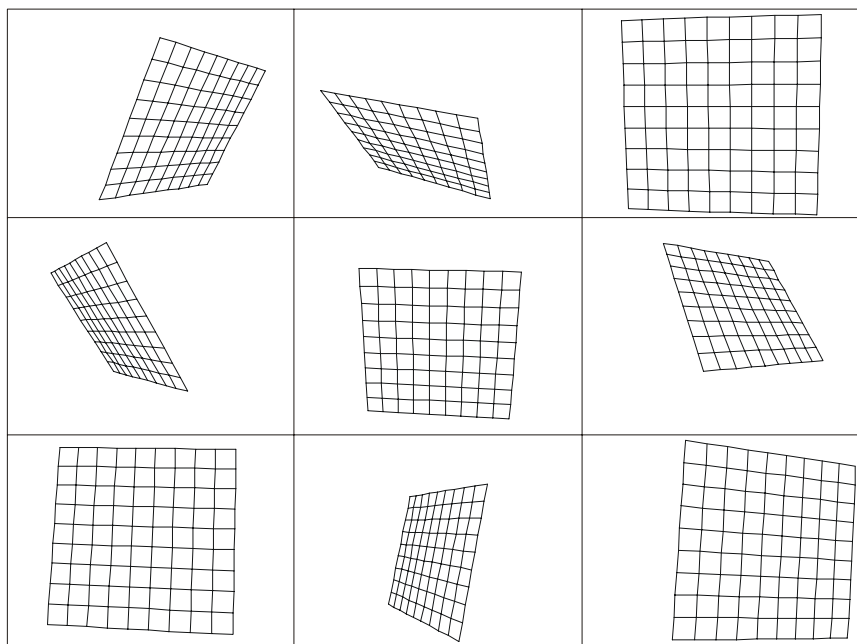
Όλες οι εξισώσεις που έχουν αναφερθεί εδώ είναι μη γραμμικές ως προς τους αγνώστους, επιβάλλοντας έτσι τον προσδιορισμό προσεγγιστικών τιμών. Στις περισσότερες των περιπτώσεων ως αρχική θέση για το πρωτεύον σημείο μπορεί να θεωρηθεί το κέντρο της εικόνας, οπότε η σταθερά μηχανής μπορεί να προσδιοριστεί από ένα ζεύγος σημείων φυγής (βλ. ενότητα 3.1). Η κλίση κάθε ευθείας εκτιμάται από δύο ακραία σημεία της, η δε θέση των σημείων φυγής από την τομή δύο ευθειών. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι για τα σημεία φυγής μπορεί να χρησιμοποιηθεί πίνακας βαρών που προκύπτει από τον πίνακα μεταβλητότητας-συμμεταβλητότητας από προηγούμενη λύση.

3.6 Πρακτική αξιολόγηση

Για την πρακτική αξιολόγηση αυτού του αλγορίθμου βαθμονόμησης χρησιμοποιήθηκαν προσομοιωμένα όσο και πραγματικά δεδομένα.

3.6.1 Προσομοιωμένα δεδομένα

Αρχικά δημιουργήθηκαν 3 διαφορετικές ομάδες εικόνων, αποτελούμενες από 7, 13 και 22 προσομοιωμένες εικόνες (με μέγεθος 1600×1200) επίπεδου καννάβου 10×10 . Όπως φαίνεται και από το Σχ. 3.4, οι εξωτερικοί προσανατολισμοί που χρησιμοποιήθηκαν ήταν πολύ διαφορετικοί προκειμένου οι εικόνες να καλύψουν μεγάλο εύρος μεταβολών κλίμακας και προοπτικών παραμορφώσεων. Οι παράμετροι της μηχανής διατηρήθηκαν σταθερές σε όλες τις εικόνες ως $c = 1600$, $x_o = 802$, $y_o = 604$ (σε μονάδες pixel) ενώ οι τιμές των συντελεστών του πολυωνύμου της ακτινικής διαστρόφης ήταν $k_1 = 2 \times 10^{-8}$ (pix⁻²), $k_2 = -3.5 \times 10^{-14}$ (pix⁻⁴). Η σχετική κλίμακα κατά x και y αγνοήθηκε. Στις εικονοσυντεταγμένες προστέθηκε θόρυβος κατανομής Gauss με μηδενική μέση τιμή και τρεις διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις σ_N (± 0.1 , ± 0.5 και ± 1.0 pixel).



Σχήμα 3.4. Ορισμένες από τις προσομοιωμένες εικόνες καννάβου που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση του αλγορίθμου βαθμονόμησης.

Για όλες τις ομάδες εικόνων τα αποτελέσματα της βαθμονόμησης συγκρίθηκαν με εκείνα από: α) βαθμονόμηση βάσει επιπέδων, και β) αυστηρή συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση. Για την βαθμονόμηση βάσει επιπέδων χρησιμοποιήθηκε το *Calibration Toolbox for Matlab* του Bouguet (2004) που είναι διαθέσιμο στο Διαδίκτυο, ενώ για την συνόρθωση δέσμης αξιοποιήθηκε το πρόγραμμα *Basta* του Εργαστηρίου Φωτογραμμετρίας της ΣΑΤΜ του ΕΜΠ (Καλησπεράκης και Τζάκος, 2001). Όλα τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους επόμενους Πίνακες 3.1 – 3.3.

Πίνακας 3.1. Αποτελέσματα από 7 προσομοιωμένες εικόνες (θόρυβος: $\pm\sigma_N$ pixel)							
σ_N		Δc (%)	Δx_o (pixel)	Δy_o (pixel)	$k_1 \times 10^8$ (pixel ⁻²)	$k_2 \times 10^{14}$ (pixel ⁻⁴)	σ_o (pixel)
0.1	CS	-0.26	-0.59	-0.20	1.95	-3.40	± 0.10
	PB	0.15	0.01	0.02	1.96	-3.43	± 0.10
	BA	0.20	-0.03	0.16	1.95	-3.43	± 0.09
0.5	CS	1.42	1.39	-0.88	2.02	-3.66	± 0.51
	PB	0.10	0.56	-0.08	1.99	-3.50	± 0.50
	BA	0.08	0.55	-0.15	2.00	-3.49	± 0.50
1.0	CS	1.99	-0.05	-2.90	1.93	-3.35	± 0.99
	PB	1.62	-1.37	-2.58	1.70	-3.23	± 0.99
	BA	1.54	-1.32	-2.42	1.70	-3.23	± 1.00

Πίνακας 3.2. Αποτελέσματα από 13 προσομοιωμένες εικόνες (θόρυβος: $\pm\sigma_N$ pixel)							
σ_N		Δc (%)	Δx_o (pixel)	Δy_o (pixel)	$k_1 \times 10^8$ (pixel ⁻²)	$k_2 \times 10^{14}$ (pixel ⁻⁴)	σ_o (pixel)
0.1	CS	-0.28	-0.15	-0.13	2.03	-3.55	± 0.10
	PB	-0.19	-0.05	-0.17	2.02	-3.54	± 0.10
	BA	-0.18	-0.05	-0.11	2.02	-3.55	± 0.10
0.5	CS	0.80	-2.90	-1.57	1.91	-3.37	± 0.50
	PB	-0.62	-1.13	-0.93	1.80	-3.20	± 0.49
	BA	-0.59	-1.23	-0.90	1.80	-3.20	± 0.50
1.0	CS	1.49	-2.41	0.77	2.03	-3.46	± 0.97
	PB	2.11	-0.98	1.22	1.78	-3.28	± 0.97
	BA	2.13	-0.90	1.31	1.79	-3.29	± 0.98

Πίνακας 3.3. Αποτελέσματα από 22 προσομοιωμένες εικόνες (θόρυβος: $\pm\sigma_N$ pixel)							
σ_N		Δc (%)	Δx_o (pixel)	Δy_o (pixel)	$k_1 \times 10^8$ (pixel ⁻²)	$k_2 \times 10^{14}$ (pixel ⁻⁴)	σ_o (pixel)
0.1	CS	0.15	0.02	0.12	1.99	-3.50	± 0.10
	PB	0.11	-0.02	0.05	2.00	-3.50	± 0.10
	BA	0.17	-0.04	0.08	2.00	-3.50	± 0.10
0.5	CS	0.13	-1.43	-2.09	2.00	-3.50	± 0.51
	PB	0.26	-0.64	-0.18	1.98	-3.49	± 0.50
	BA	0.29	-0.74	-0.12	1.98	-3.49	± 0.50
1.0	CS	1.20	-0.21	0.91	2.12	-3.56	± 0.99
	PB	-0.56	0.20	0.81	2.04	-3.51	± 0.97
	BA	-0.54	0.03	0.51	1.04	-3.51	± 0.98

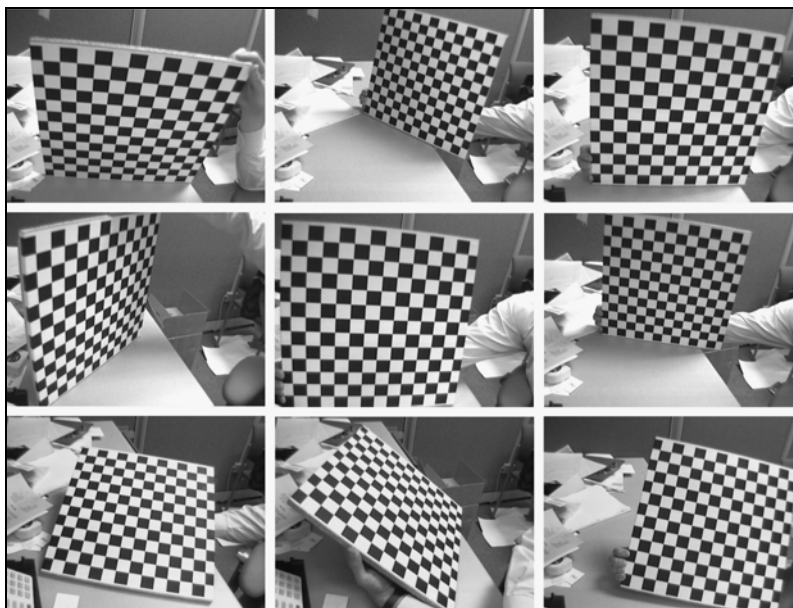
Στους Πίνακες 3.1 – 3.3 παρουσιάζεται η επί τοις χιλίοις απόκλιση του c από την αληθινή του τιμή, οι αποκλίσεις των x_o και y_o σε pixel από την αληθή τιμή, ενώ για τα k_1 , k_2

δίδονται οι πραγματικές τιμές τους. Τα αρχικά CS , PB και BA αναφέρονται, αντίστοιχα, στην μέθοδο της σφαίρας βαθμονόμησης, την βαθμονόμηση βάσει επιπέδων και την αυτοβαθμονόμηση με την μέθοδο της δέσμης. Σε κάθε περίπτωση δίδεται, επίσης, το τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους (σ_0).

Γενικώς, δεν είναι πάντοτε εφικτή η απευθείας σύγκριση διαφορετικών αποτελεσμάτων για τις παραμέτρους της μηχανής καθώς οι τιμές τους, ανάλογα με την μέθοδο, είναι συσχετισμένες με διαφορετικές παραμέτρους. Μολαταύτα, το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι τα αποτελέσματα του αλγορίθμου που αναπτύχθηκε εδώ είναι ικανοποιητικά, συγκρινόμενα τόσο με την βαθμονόμηση βάσει επιπέδων όσο και με την μέθοδο δέσμης, δηλαδή έγκυρες μεθόδους οι οποίες – σε αντίθεση με την μέθοδο της παρούσας διατριβής – βασίζονται σε απευθείας αντιστοιχίες μεταξύ εικόνας και χώρου. Αξίζει, πάντως, να σημειώσει κανείς ότι οι δύο τελευταίες μέθοδοι έδωσαν πολύ κοντινά αποτελέσματα. Αυτό αποδίδεται κυρίως στο ότι στην βαθμονόμηση με την μέθοδο της δέσμης όλα τα σημεία του επιπέδου καννάβου αντιμετωπίστηκαν ως φωτοσταθερά, δηλαδή δεν υπήρξαν σημεία σύνδεσης. Επομένως, τα αποτελέσματα αυτά προέρχονται μεν από δύο διαφορετικές μεθόδους, αλλά στηρίζονται στις ίδιες ακριβώς ομολογίες σημείων εικόνας-χώρου.

3.6.2 Πραγματικά δεδομένα

Για την εφαρμογή της μεθόδου με πραγματικά δεδομένα χρησιμοποιήθηκε μια ομάδα από 20 εικόνες (640×480) από την ιστοσελίδα του Bouguet (Σχήμα 6), ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση και με τα δικά του αποτελέσματα. Οι κοινές μετρήσεις των εικονοσυντεταγμένων, οι οποίες δηλαδή χρησιμοποιήθηκαν και για την παρεμβολή ευθειών που απαιτείται στην μέθοδο της παρούσας διατριβής, προέρχονται από τον σημειακό τελεστή (παραλλαγή του τελεστή Harris) που χρησιμοποιεί ο Bouguet.



Σχήμα 3.5. Εννέα από τις 20 εικόνες του Bouguet (2004) που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση του αλγορίθμου.

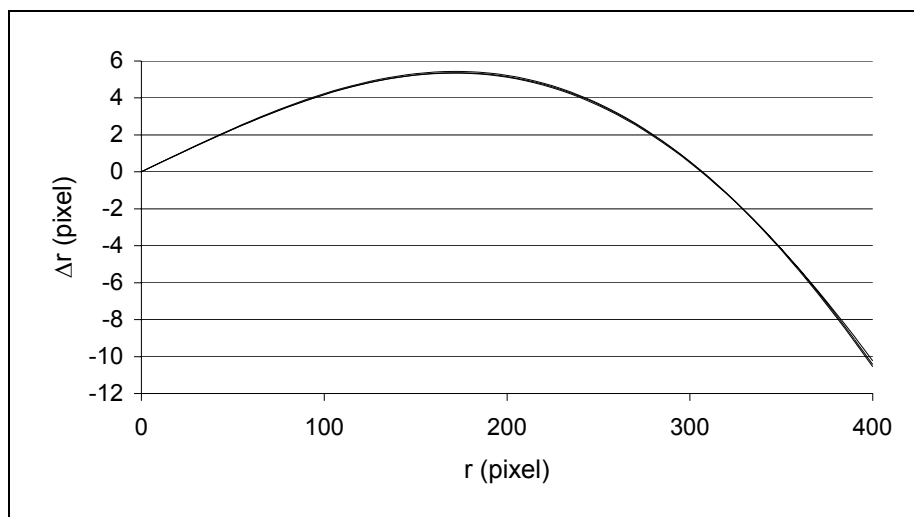
Οι παράμετροι της μηχανής εκτιμήθηκαν και εδώ με τις τρεις προαναφερθείσες μεθόδους. Επιπλέον, για τις ίδιες εικόνες υπήρχαν και αποτελέσματα (PB') από διαφορετική συνόρθωση δέσμης με ανεξάρτητο αυτόματο εντοπισμό σημείων (Douskos et al., 2007). Ο Πίνακας 3.4 συγκεντρώνει τις υπολογισμένες τιμές των παραμέτρων και την ακρίβεια υπολογισμού τους. Ειδικά για τον συντελεστή σχετικής κλίμακας κατά x και y δίδεται η απόκλιση του $1-\alpha$ από την μονάδα. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος βαθμονόμησης βάσει επιπέδων που χρησιμοποιήθηκε δεν εκτιμά άμεσα τον συντελεστή α (όπως και η δεύτερη συνόρθωση δέσμης), ενώ παράλληλα υιοθετεί διαφορετικό μοντέλο για την ακτινική διαστολή. Έτσι, οι τιμές αυτές μετασχηματίστηκαν προκειμένου να είναι συγκρίσιμες με εκείνες των άλλων μεθόδων. Όμως δεν έγινε μετάδοση σφάλματος, οπότε στον Πίνακα 3.4 δεν δίδονται τυπικά σφάλματα για αυτές τις τιμές.

	c (pixel)	$1-\alpha$ (‰)	x_o (pixel)	y_o (pixel)	$k_1 \times 10^{-7}$ (pixel ⁻²)	$k_2 \times 10^{-13}$ (pixel ⁻⁴)	σ_o (pixel)
CS	656.34 ± 0.24	-2.8 ± 0.3	302.34 ± 0.12	242.09 ± 0.23	-6.03 ± 0.03	7.70 ± 0.25	± 0.12
PB	657.35 ± 0.34	-0.6	302.92 ± 0.56	242.98 ± 0.60	-5.92	6.85	± 0.13
BA	657.64 ± 0.10	-0.6 ± 0.1	301.48 ± 0.17	239.79 ± 0.15	-6.02 ± 0.02	7.12 ± 0.15	± 0.09
BA'	657.78 ± 0.11	-0.7	303.32 ± 0.10	244.21 ± 0.11	-5.97 ± 0.02	7.28 ± 0.18	± 0.10

Τα αποτελέσματα της υπό μελέτη μεθόδου είναι, κατ' αρχήν, και εδώ πρακτικώς συγκρίσιμα με εκείνα των άλλων τριών. Οι τελευταίες εμφανίζουν κάποιες διαφορές στην θέση του πρωτεύοντος σημείου, πράγμα γενικά αναμενόμενο (βλ. ενότητα 4.4), αλλά είναι σαφής η συμφωνία στις υπόλοιπες παραμέτρους. Αντίθετα, η εξεταζόμενη μέθοδος (CS) εμφανίζει ορισμένες διαφορές όσον αφορά κυρίως τον συντελεστή σχετικής κλίμακας α και την σταθερά της μηχανής. Ακόμα, σημειώνεται ότι ο αλγόριθμος αυτός συνέκλινε με δυσκολία (πολλές επαναλήψεις). Διαπιστώθηκε ότι στην πραγματικότητα αυτό οφειλόταν σε μια συγκεκριμένη εικόνα (κάτω δεξιά εικόνα του Σχ. 3.5). Η εικόνα αυτή χαρακτηρίζεται από εξαιρετικά ασθενή προοπτική στην μια διεύθυνση του χώρου. Όντως, η στροφή της περί τον άξονα Y είναι ιδιαίτερα μικρή ($\varphi = -0.58^\circ$). Η συνέπεια είναι ότι το σημείο φυγής της οριζόντιας διεύθυνσης X του χώρου τείνει στο άπειρο (με κατά x εικονοσυντεταγμένη $x_{vx} \approx 1.6 \times 10^5$ pixel). Καίτοι ο αλγόριθμος που βασίζεται στην σφαίρα βαθμονόμησης φάνηκε ικανός να ενσωματώσει ακόμα και αυτήν την δυσμενούς γεωμετρίας εικόνα, ο αποκλεισμός της τελευταίας από την συνόρθωση οδήγησε σε σαφώς πιο συνεκτικά αποτελέσματα, όπως δείχνει ο Πίνακας 3.5.

	c (pixel)	$1-\alpha$ (‰)	x_o (pixel)	y_o (pixel)	$k_1 \times 10^{-7}$ (pixel ⁻²)	$k_2 \times 10^{-13}$ (pixel ⁻⁴)	σ_o (pixel)
CS	657.49 ± 0.27	-0.3 ± 0.4	303.43 ± 0.13	241.31 ± 0.23	-6.05 ± 0.03	7.86 ± 0.27	± 0.11
PB	657.29 ± 0.34	-0.7	303.25 ± 0.56	242.54 ± 0.61	-5.94	7.01	± 0.12
BA	657.59 ± 0.10	-0.4 ± 0.1	302.47 ± 0.17	241.55 ± 0.15	-6.03 ± 0.02	7.18 ± 0.17	± 0.09

Τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.5 για τα βασικά στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού από όλες τις μεθόδους είναι πλέον όντως σε συμφωνία (αποκλίσεις στην σταθερά της μηχανής περί το 0.3‰ και στην θέση του πρωτεύοντος σημείου περί την μία εικονοψηφίδα), ενώ και τα υπολογιζόμενα πολυώνυμα της ακτινικής διαστροφής του φακού συμπίπτουν, όπως δείχνουν και οι βαθμονομημένες καμπύλες του Σχ. 3.6.



Σχήμα 3.6. Βαθμονομημένες καμπύλες ακτινικής διαστροφής, όπως αυτές προέκυψαν από τις τρεις μεθόδους βαθμονόμησης της μηχανής.

Το παράδειγμα αυτό απλώς επιβεβαιώνει ότι, προφανώς, εικόνες στις οποίες το ένα σημείο φυγής (ή βέβαια και τα δύο) τείνει στο άπειρο, είναι ακατάλληλες για την μέθοδο της παρούσας διατριβής αφού αλλοιώνουν τα προϊόντα της βαθμονόμησης ή ακόμα και καθιστούν αδύνατη την σύγκλιση της συνόρθωσης. Για τον λόγο αυτό, η ρεαλιστική αντιμετώπιση του προβλήματος είναι η εκ των προτέρων αυτόματη εξαίρεση από όλη την διαδικασία όσων εικόνων εμφανίζουν – με βάση την αρχική εκτίμηση των προσεγγιστικών τιμών για τις παραμέτρους – σημείο φυγής (ή μία από τις γωνίες φ και ω) που υπερβαίνει (ή, αντίστοιχα, είναι μικρότερη από) ένα κατάλληλα επιλεγμένο όριο. Αντίθετα, σε περίπτωση που η προοπτική των εικόνων είναι “λογική”, τα αποτελέσματα υποδεικνύουν ότι η μέθοδος της παρούσας διατριβής είναι καθ’ όλα συγκρίσιμη με μεθόδους που στηρίζονται στην άμεση σχέση σημείων εικόνας–χώρου.

Έχει ήδη αναφερθεί ότι η άμεση σύγκριση αποτελεσμάτων βαθμονόμησης μηχανής από διαφορετικές μεθόδους δεν είναι πάντοτε σαφής, εξαιτίας κυρίως των συσχέτισων μεταξύ διαφορετικών παραμέτρων. Κρίνεται ότι πιο διαφωτιστική είναι η σύγκριση μεταξύ ανακατασκευών (reconstruction) του αντικειμένου με χρήση των διαφορετικών εσωτερικών προσανατολισμών. Τέτοιες συγκρίσεις θα παρουσιαστούν στο επόμενο Κεφάλαιο (ενότητα 4.4) για τον βελτιστοποιημένο αλγόριθμο βαθμονόμησης.

3.7 Η σημασία της γεωμετρίας των λήψεων

Όπως συμβαίνει σε κάθε αλγόριθμο βαθμονόμησης μηχανών, έτσι και κατά την βαθμονόμηση βάσει σημείων φυγής ο ρόλος της γεωμετρίας των λήψεων είναι αποφα-

σιστικός για την τελική ακρίβεια υπολογισμού των παραμέτρων. Στην προκειμένη περίπτωση, η διάταξη των σημείων φυγής επί της εικόνας συνδέεται άμεσα με την ακρίβεια του βασικών παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού (σταθερά μηχανής και θέση πρωτεύοντος σημείου), δηλαδή την ακρίβεια με την οποία εκτιμάται η θέση του κέντρου προβολής ως προς το επίπεδο της απεικόνισης. Κατά την γεωμετρική ανάλυση της μονοεικονικής βαθμονόμησης από τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου (Κεφάλαιο 2) δείχθηκε ότι υψηλότερη ακρίβεια επιτυγχάνεται όταν τα τρία σημεία φυγής σχηματίζουν ισόπλευρο τρίγωνο (ο άξονας λήψης τριχοτομεί την τριεδρή γωνία XYZ του χώρου). Αντιθέτως, εάν κάποιος, ή κάποια, από τα σημεία αυτά βρίσκονται στο άπειρο, τότε δεν είναι δυνατή η βαθμονόμηση. Αντίστοιχα, το ίδιο ισχύει και σε πολυεικονικές βαθμονομήσεις μέσω σημείων φυγής, αφού τότε δεν ορίζεται σφαίρα βαθμονόμησης μεταξύ πεπερασμένων και απειρικών (και βέβαια μεταξύ απειρικών) σημείων φυγής. Όταν συνδυάζονται ζεύγη σημείων φυγής κάθετων διευθύνσεων από διαφορετικές εικόνες, η ακρίβεια στον προσδιορισμό του προβολικού κέντρου είναι (από γεωμετρική άποψη) απόρροια του τρόπου με τον οποίο τέμνονται μεταξύ τους οι ανεξάρτητες σφαίρες βαθμονόμησης. Οι περιπτώσεις όπου η βαθμονόμηση δεν είναι εφικτή συνοψίζονται ως εξής.

- *Σφαίρες βαθμονόμησης με κέντρα επί της ίδιας ευθείας του απείρου.*

Σε αυτή την περίπτωση οι εικόνες έχουν τον ίδιο ορίζοντα (ευθεία απείρου) και η τομή των σφαιρών ορίζει κύκλο (αντί σημείου) σε επίπεδο κάθετο στον ορίζοντα και διερχόμενο από το πρωτεύον σημείο. Είναι προφανές ότι αυτός ο γεωμετρικός τόπος του προβολικού κέντρου μπορεί να προκύψει από την τομή δύο και μόνο σφαιρών. Κάθε πρόσθετη σφαίρα με κέντρο επί του κοινού ορίζοντα δεν εισάγει νέα γεωμετρική δέσμευση, αφού διέρχεται από τον ίδιο κύκλο. Στην πράξη, η συγκεκριμένη γεωμετρία λήψης είναι δυνατόν να προκύψει όταν, για παράδειγμα, απεικονιστεί επίπεδο αντικείμενο και οι άξονες των λήψεων σχηματίζουν την ίδια γωνία με αυτό, δηλαδή έχουν διαφορετικό αζιμούθιο (azimuth) αλλά ίδια κλίση (tilt) και στροφή (swing).

- *Σφαίρες βαθμονόμησης με κέντρα επί της ίδιας ευθείας της εικόνας.*

Πρόκειται για γενίκευση της προηγούμενης περίπτωσης, αφού τα κέντρα των σφαιρών δεν είναι αναγκαίο να κείνται επί του ίδιου ορίζοντα αλλά μπορεί να ανήκουν σε οποιαδήποτε ευθεία της εικόνας. Ο γεωμετρικός τόπος του προβολικού κέντρου είναι και εδώ κύκλος επί επιπέδου κάθετου στην ευθεία και διερχόμενου από το πρωτεύον σημείο της εικόνας. Έτσι, δεν ορίζεται σημείο τομής, ανεξαρτήτως πλήθους εικόνων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της περίπτωσης αποτελεί η λήψη πολλαπλών εικόνων από το ίδιο σημείο με συνεπίπεδους άξονες λήψης και ίδια στροφή (swing).

Αντιθέτως, ευνοϊκή γεωμετρία εικόνων για βαθμονόμηση μηχανής με την υπό εξέταση μέθοδο αποτελεί το παράδειγμα λήψεων από το ίδιο σημείο του χώρου με τυχαίους άξονες. Ακόμη και αν ο άξονας λήψης παραμένει σταθερός, εικόνες με διαφορετικές στροφές (swing) ως προς αυτόν μπορούν να σχηματίζουν σφαίρες βαθμονόμησης που να τέμνονται με καλή γεωμετρία σε σημείο, γεγονός που μπορεί να επιτρέψει να προσδιορίζεται ο εσωτερικός προσανατολισμός της μηχανής με ικανοποιητική ακρίβεια. Παρατηρείται πως η περίπτωση αυτή συνιστά πλεονέκτημα της βαθμονόμησης με σημεία φυγής έναντι της συμβατικής αυτοβαθμονόμησης με την μέθοδο της δέσμης (χωρίς φωτοσταθερά), αφού η τελευταία δεν είναι εφαρμόσιμη σε λήψεις από το ίδιο σημείο. Σημειώνεται, πάντως, ότι βαθμονόμηση μηχανής με εικόνες από

κοινό σημείο λήψης μπορεί να γίνει και με άλλους τρόπους, πχ. μέσω ομογραφιών μεταξύ των εικόνων (Hartley, 1997).

Τα προηγηθέντα αφορούν την βασική γεωμετρία των σημείων φυγής (την κατανομή τους στην εικόνα) που έχει ιδιαίτερη σημασία για την βαθμονόμηση. Προφανώς, η ακρίβεια της τελευταίας εξαρτάται και από άλλους παράγοντες, ιδίως δε από την ακρίβεια με την οποία προσδιορίζονται τα σημεία φυγής. Αυτή εξαρτάται από την ποιότητα των μετρήσεων – αυτόματων ή από τον παρατηρητή – των εικονοσημείων, όσο βέβαια και από την γεωμετρία των ευθειών, δηλαδή την διάταξή τους (η οποία καθορίζει τις γωνίες τομής τους στο σημείο φυγής), το μήκος και τον αριθμό τους. Από την μεριά της, η ακρίβεια του πολυωνύμου της ακτινικής διαστροφής του φακού συναρτάται επίσης με την κατανομή των ευθειών στην εικόνα και το μήκος τους.

3.8 Σχολιασμός

Στο Κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκε ένας νέος αλγόριθμος βαθμονόμησης μηχανής, ο οποίος αξιοποιεί την ύπαρξη δύο σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου σε ανεξάρτητες εικόνες. Μέσω μιας άμεσα γεωμετρικής μελέτηςδείχθηκε ότι, σε τέτοιου είδους εικόνες, ο γεωμετρικός τύπος των κέντρων προβολής ως προς το σύστημα της εικόνας είναι σφαίρες (ακριβέστερα: ημισφαίρια), οι οποίες ονομάστηκαν εδώ *σφαίρες βαθμονόμησης* και ορίζονται από αντίστοιχα ζεύγη σημείων φυγής. Η εξίσωση αυτής της σφαίρας συνδέει απευθείας τις θεμελιώδεις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού με τις τέσσερις (μη ομογενείς) εικονοσυντεταγμένες των σημείων φυγής. Στην ουσία, αποτελεί μια ευκλείδεια ερμηνεία των μεθόδων της προβολικής γεωμετρίας που εφαρμόζονται στην Όραση Υπολογιστών, δηλαδή μιά ερμηνεία που κατά τεκμήριο είναι πιο οικεία στους ασχολούμενους με την Φωτογραμμετρία.

Βάσει των παραπάνω, ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε συνορθώνει ταυτόχρονα όλες τις παρατηρήσεις σημείων που ανήκουν σε δύο σύνολα συγκλινουσών ευθειών σε κάθε εικόνα. Με τρεις εικόνες μπορεί να υπολογιστεί η σταθερά της μηχανής, η θέση του πρωτεύοντος σημείου καθώς και οι συντελεστές της ακτινικής διαστροφής. Για περισσότερες των τριών εικόνων είναι επίσης δυνατή η εκτίμηση του συντελεστή σχετικής κλίμακας κατά τους άξονες x και y της εικόνας. Ο αλγόριθμος αυτός ελέγχθηκε με συνθετικά όσο και πραγματικά δεδομένα. Τα αποτελέσματα από τις πειραματικές εφαρμογές μαρτυρούν πως η μέθοδος αυτή, η οποία συνορθώνει παρατηρήσεις από όλες τις διαθέσιμες εικόνες, μπορεί να συγκριθεί ικανοποιητικά τόσο με την βαθμονόμηση βάσει επιπέδων όσο και με την βασική φωτογραμμετρική μέθοδο της συνόρθωσης δέσμης. Το γεγονός αυτό αξίζει να υπογραμμιστεί εφόσον οι δύο τελευταίες αξιόπιστες μέθοδοι βαθμονόμησης προϋποθέτουν γνώση άμεσων αντιστοιχιών σημείων μεταξύ εικόνας-χώρου ή/και εικόνας-εικόνας.

Αντίθετα, ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε εδώ διατηρεί όλα τα κύρια πλεονεκτήματα των μεθόδων βαθμονόμησης βάσει σημείων φυγής. Έτσι, δεν απαιτείται χρήση ειδικού πεδίου βαθμονόμησης ή η εκ των προτέρων γνώση πληροφορίας άμεσα μετρητικής (σημεία, μήκη, αναλογίες κ.λπ.). Απαιτείται μόνον η ύπαρξη ευθειών του χώρου σε δύο ορθογώνιες διευθύνσεις, πράγμα που απαντάται συχνά σε ανθρωπογενή (δομημένα) περιβάλλοντα.

- Παρενθετικά, ωστόσο, ας παρατηρηθεί εδώ ότι η ακρίβεια της μεθόδου συναρτάται βέβαια και με αυτήν ακριβώς την παραδοχή περί ορθογωνικότητας των διευθύνσεων. Οι εφαρμογές με σημεία φυγής που αναφέρονται στην βιβλιογραφία, όσο και η εμπειρία από τις πειραματικές εφαρμογές που έγιναν στο πλαίσιο της διατριβής, υποδεικνύουν ότι γενικά μπορεί κανείς (με ορισμένες λογικές προφυλάξεις) να “εμπιστευτεί” την κανονικότητα του δομημένου χώρου. Το θέμα αυτό – που άλλωστε αφορά όλες τις μεθόδους που χρησιμοποιούν σημεία φυγής – δεν απασχόλησε την παρούσα διατριβή. Μιά πρώτη εξέτασή του (Χρυσάφινος, 2004) έδειξε ότι το ζήτημα είναι κατά τα φαινόμενα αρκετά σύνθετο, αφού πρέπει να διερευνηθούν ποικίλοι συνδυασμοί αποκλίσεων από την ορθογωνικότητα, σε συνάρτηση με διαφορετικές γεωμετρικές μηχανές και προσανατολισμούς εικόνων.

Προφανώς, σοβαρό πλεονέκτημα της μεθόδου συναγόμενο από τα προηγηθέντα είναι ότι, λέγοντας κανείς πως η μέθοδος μπορεί να αξιοποιεί δύο σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου σε “ανεξάρτητες” εικόνες, κυριολεκτεί. Πράγματι, το γεγονός ότι δεν απαιτούνται ομολογίες μεταξύ εικόνων σημαίνει πως είναι κατ’ αρχήν δυνατόν να αξιοποιηθούν και εικόνες (κοινού εσωτερικού προσανατολισμού) που απεικονίζουν εντελώς διαφορετικά επίπεδα ή τρισδιάστατα αντικείμενα, πράγμα αδύνατο με τις συμβατικές μεθόδους πολυεικονικής βαθμονόμησης. Υπ’ αυτήν, άλλωστε, την έννοια η μέθοδος που διατυπώθηκε εδώ διατηρεί κατά βάση – μολονότι χρησιμοποιεί περισσότερες εικόνες – τον μονοεικονικό της χαρακτήρα.

Ας σημειωθεί, τέλος, ότι η υπό εξέταση μέθοδος εμφανίζει ορισμένες ομοιότητες με εκείνη των Wilszkowiak et al. (2002, 2004, 2005), όπου επίσης πραγματοποιείται βαθμονόμηση μηχανής από πολλές εικόνες χωρίς την ανάγκη για μεταξύ τους αντιστοιχίες. Η ειδοποιός διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι στην μέθοδο εκείνη τα σημεία φυγής χρησιμοποιούνται έμμεσα, μέσω της προβολής παραλληλεπιπέδων στις εικόνες, περιορίζοντας άρα τις εφαρμογές της (απεικόνιση αντικειμένων με σχήμα παραλληλεπιπέδου) και καθιστώντας πρακτικά ανέφικτη την δυνατότητα πλήρους αυτοματοποίησής της (μέτρηση παραλληλεπιπέδων σε εικόνες από τον παρατηρητή). Η αυτοματοποίηση, ακριβώς, της μεθόδου βαθμονόμησης της παρούσας διατριβής και η βελτιστοποίηση του αλγορίθμου αποτελούν αντικείμενα του επόμενου Κεφαλαίου.

Κεφάλαιο 4

Αυτόματη Βαθμονόμηση Μηχανής από Σημεία Φυγής

Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύσσεται αλγόριθμος αυτόματης βαθμονόμησης της μηχανής από μία εικόνα με τουλάχιστον τρία σημεία φυγής αμοιβαίως κάθετων διευθύνσεων ή από περισσότερες ανεξάρτητες εικόνες με τουλάχιστον ένα ζεύγος σημείων φυγής κάθετων διευθύνσεων. Η μέθοδος στηρίζεται στον αυτόματο εντοπισμό σημείων φυγής σε μία ή και περισσότερες εικόνες μέσω ενός νέου αλγόριθμου, και την ταυτόχρονη ελαχιστοτετραγωνική συνόρθωση των παρατηρήσεων από όλες τις εικόνες μέσω εξισώσεων παρεμβολής ευθείας και σφαιρών βαθμονόμησης. Αναλύονται, τέλος, τα αποτελέσματα της αυτόματης βαθμονόμησης από πραγματικά δεδομένα και συγκρίνονται με εκείνα της μεθόδου της συνόρθωσης δέσμης.

4.1 Αλγόριθμος αυτόματης βαθμονόμησης από σημεία φυγής

Στο Κεφάλαιο 2 περιγράφηκε αναλυτικά η γεωμετρία και τα μαθηματικά μοντέλα που συνδέουν τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού μιας μηχανής με τις συντεταγμένες τριών σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων σε μια εικόνα, ενώ παράλληλα αναφέρθηκαν προσεγγίσεις του ζητήματος της βαθμονόμησης από μεμονωμένες εικόνες, τόσο από τη φωτογραμμετρική βιβλιογραφία όσο και από εκείνη της Όρασης Υπολογιστών. Το Κεφάλαιο 3 εισήγαγε την έννοια της “σφαίρας βαθμονόμησης” και την αξιοποίησή της για τον προσδιορισμό της γεωμετρίας της μηχανής. Συνδυάζοντας τα ανωτέρω, το Κεφάλαιο αυτό παρουσιάζει έναν γενικό αλγόριθμο για την πλήρως αυτόματη βαθμονόμηση μηχανής βάσει σημείων φυγής.

Στην προσπάθεια λοιπόν να αυτοματοποιηθεί η διαδικασία αναπτύχθηκε αλγόριθμος βαθμονόμησης, ο οποίος είναι δυνατόν να εφαρμοστεί σε μία ή και περισσότερες μεμονωμένες (ανεξάρτητες) εικόνες, διακρίνεται δε στα εξής πέντε κύρια βήματα:

- Αυτόματη εξαγωγή ευθύγραμμων τμημάτων στις εικόνες.
- Αυτόματη εξαγωγή των τριών κύριων σημείων φυγής, μέσω ομαδοποίησης των ευθύγραμμων τμημάτων που αντιστοιχούν στις τρεις κύριες διευθύνσεις του χώρου.
- Ταυτόχρονη συνόρθωση όλων των εικονοσυντεταγμένων (εξισώσεις παρεμβολής ευθειών και σφαιρών βαθμονόμησης) για τον προσδιορισμό του εσωτερικού προσανατολισμού, συμπεριλαμβανομένης της ακτινικής διαστροφής του φακού (k_1, k_2).
- Μετά από την πρώτη λύση, διόρθωση των ευθύγραμμων τμημάτων βάσει της εκτίμησης της ακτινικής διαστροφής και επανάληψη του δεύτερου βήματος, όπου είναι πλέον δυνατή η δημιουργία ευθύγραμμων τμημάτων μεγαλύτερου μήκους.
- Τελική ενιαία συνόρθωση (όπως στο τρίτο βήμα) με επαναληπτική διαδικασία.

Η μέθοδος που αναπτύχθηκε εδώ σχετίζεται κυρίως με εκείνες των Becker and Bove (1995), Bräuer-Burchardt and Voss (2001a), van den Heuvel (1999), οι οποίοι έχουν παρουσιάσει αλγόριθμους μονοεικονικής βαθμονόμησης βάσει τριών σημείων φυγής. Κατά τον van den Heuvel (1999), ο υπολογισμός των παραμέτρων χωρίζεται σε δύο στάδια. Κατ' αρχάς, μέσω της δέσμευσης παραλληλίας που εφαρμόζεται στα κάθετα διανύσματα των προβολικών επιπέδων παράλληλων ευθειών του χώρου, προσδιορίζονται τα σημεία φυγής καθώς και ο πρώτος συντελεστής k_1 της ακτινικής διαστροφής (το κέντρο συμμετρίας της διαστροφής θεωρείται ότι συμπίπτει με το κέντρο της εικόνας). Μέσω της δέσμευσης καθετότητας των διευθύνσεων, οι συνορθωμένες παρατηρήσεις του προηγούμενου βήματος χρησιμοποιούνται, εν συνεχεία, για τον υπολογισμό των παραμέτρων της μηχανής. Περιορισμό της μεθόδου συνιστά η υπόθεση ότι είναι γνωστές οι προσεγγιστικές τιμές των στοιχείων της μηχανής ("ονομαστικές τιμές" φακού). Εφόσον αυτές δεν είναι γνωστές, είναι αναγκαία η μεσολάβηση του χειριστή για να ορίσει μια από τις τρεις ορθογωνικές διευθύνσεις του χώρου.

Στην περίπτωση των Bräuer-Burchardt and Voss (2001a), υπολογίζεται πρώτα η ακτινική διαστροφή του φακού (συντελεστές k_1 , k_2 και συντεταγμένες κέντρου συμμετρίας) και τα σημεία φυγής με επαναληπτική διαδικασία. Οι παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού προκύπτουν, τελικά, από τις διορθωμένες θέσεις των σημείων φυγής. Στις δύο προαναφερθείσες προσεγγίσεις η ομαδοποίηση ευθύγραμμων τμημάτων σε ορθογωνικές διευθύνσεις καθώς και ο προσδιορισμός των σημείων φυγής πραγματοποιούνται με αυτόματο τρόπο. Αντίστοιχα, οι Becker and Bove (1995) υπολογίζουν την ακτινική και εφαπτομενική διαστροφή ελαχιστοποιώντας την διασπορά επί της "Γκαουσιανής σφαίρας" (Gaussian sphere) των σημείων φυγής που προκύπτουν ως τομές των συγκλινουσών ευθειών ανά ζεύγη. Η εκτίμηση των παραμέτρων της γεωμετρίας της μηχανής ολοκληρώνεται σε ένα επόμενο ανεξάρτητο βήμα.

Σε αντίθεση με τις προηγούμενες μεθόδους, στην προσέγγιση που αναπτύχθηκε εδώ προσδιορίζονται ταυτόχρονα τα σημεία φυγής της εικόνας, ο εσωτερικός προσανατολισμός της μηχανής και η συμμετρική ακτινική διαστροφή του φακού. Προφανώς, η εύρεση των σημείων φυγής και της ακτινικής διαστροφής μπορούν να αποτελέσουν ένα ξεχωριστό ανεξάρτητο στάδιο, κατά το οποίο εντοπίζονται τα σημεία φυγής ως τα κοινά σημεία συντρεχουσών ευθειών, απαλλαγμένων ακτινικής διαστροφής. Η διόρθωση της τελευταίας πραγματοποιείται ως προς το σημείο συμμετρίας $S(x_s, y_s)$, το οποίο θεωρητικώς δεν συμπίπτει με το πρωτεύον σημείο $P(x_o, y_o)$ της εικόνας (Kraus, 2003). Εάν δεν απαιτείται η μέγιστη δυνατή ακρίβεια, το κέντρο συμμετρίας της εικόνας μπορεί γενικά να θεωρηθεί – και συνήθως θεωρείται – ότι συμπίπτει με το πρωτεύον σημείο. Στην πραγματικότητα, δεδομένης της αναμενόμενης ακρίβειας κατά την βαθμονόμηση με σημεία φυγής, είναι πολύ αμφίβολο κατά πόσον ο διαχωρισμός του κέντρου συμμετρίας από το πρωτεύον σημείο έχει όντως κάτι ουσιαστικό να προσφέρει εδώ, πέρα από τον διαχωρισμό της διαδικασίας σε δύο στάδια. Στην περίπτωση λοιπόν όπου θεωρείται $S \equiv P$, είναι πλέον δυνατόν να πραγματοποιηθεί ενιαία συνόρθωση, με τις εικονοσυντεταγμένες των σημείων φυγής αλλά και του πρωτεύοντος σημείου (x_o, y_o) και ως κοινούς αγνώστους στις δύο διαφορετικές ομάδες εξισώσεων της βαθμονόμησης.

Επιπλέον, η ενιαία συνόρθωση κρίνεται αναγκαία οσάκις υπάρχει περίσσεια σημείων φυγής. Αυτό συμβαίνει εφόσον διατίθενται περισσότερα από τρία σημεία φυγής

σε μία εικόνα, όπως πχ. όταν είναι γνωστές επιπλέον διευθύνσεις του χώρου. Ακόμα σημαντικότερες όμως είναι οι περιπτώσεις όπου διατίθενται δύο ή περισσότερες εικόνες από την ίδια μηχανή με τρία σημεία φυγής ή κάθε μία, οπότε στην ενιαία συνόρθωση όλες οι τριάδες των σημείων φυγής δεσμεύονται να σχηματίζουν συμβατά τρίγωνα (σωστότερα: τρισορθογώνιες πυραμίδες) λόγω της ενιαίας εσωτερικής γεωμετρίας των εικόνων. Προφανώς στις περιπτώσεις αυτές η ενιαία μέθοδος πλεονεκτεί έναντι των δύο ανεξάρτητων συνορθώσεων. Ακόμα, είναι σαφές ότι η ενιαία προσέγγιση είναι σε θέση να συνδυάζει εικόνες με δύο σημεία φυγής κάθετων διευθύνσεων είτε και να συμπεριλάβει εικόνες με δύο και τρία σημεία φυγής. Τέλος, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για εικόνες που έχουν ληφθεί από το ίδιο, ή σχεδόν το ίδιο, σημείο του χώρου, πράγμα που δεν συμβαίνει στην περίπτωση φωτοτριγωνισμού χωρίς φωτοσταθερά. Αξίζει, πάντως, να σημειωθεί ότι ως άγνωστος στην ενιαία διαδικασία μπορεί να συμπεριληφθεί επίσης η θέση του κέντρου συμμετρίας $S(x_s, y_s)$, όπως άλλωστε και οι συντελεστές της εφαπτομενικής διαστροφής.

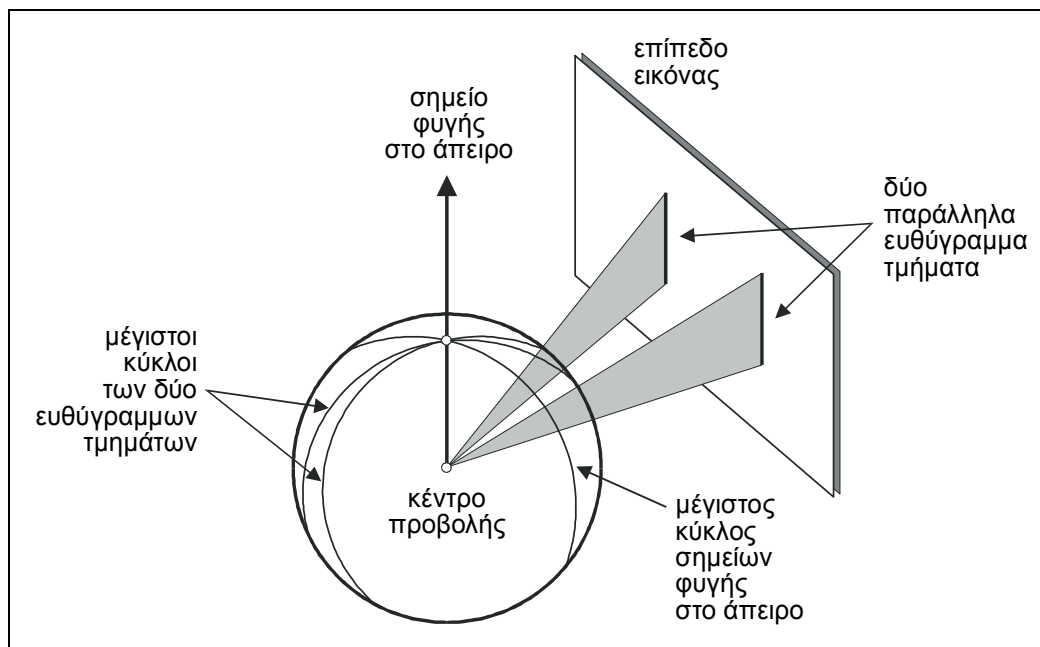
Στα επόμενα περιγράφονται αναλυτικά διαφορετικές μέθοδοι αυτόματου προσδιορισμού σημείων φυγής που έχουν εμφανιστεί στην διεθνή βιβλιογραφία, καθώς και ένας νέος αλγόριθμος που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της διδακτορικής διατριβής.

4.2 Μέθοδοι αυτόματης ανίχνευσης σημείων φυγής

Ως αυτόματη ανίχνευση (ή αυτόματος εντοπισμός) σημείων φυγής περιγράφεται η διαδικασία κατά την οποία μέρος των εξαχθισίων ευθειών σε μία εικόνα ομαδοποιείται αυτόματα σε επιμέρους σύνολα, με βασικό κριτήριο την σύγκλιση ευθειών (που υποτίθεται ότι απεικονίζουν παράλληλες ευθείες στο χώρο) σε κοινό σημείο, το οποίο θεωρείται ως σημείο φυγής της αντίστοιχης διεύθυνσης του χώρου. Στην βιβλιογραφία, τόσο της Φωτογραμμετρίας όσο και κυρίως της Όρασης Υπολογιστών, έχουν αναφερθεί πλήθος διαφορετικών μεθόδων για αυτόματο εντοπισμό σημείων φυγής.

Οι περισσότερες από αυτές τις μεθόδους στηρίζονται στην εφαρμογή ενός μετασχηματισμού Hough (Hough Transform), κατά τον οποίο τα εξαγόμενα χαρακτηριστικά μιας εικόνας (πχ. σημεία και ακμές) μεταφέρονται από τον δισδιάστατο χώρο της εικόνας σε έναν νέο παραμετρικό χώρο που καλείται “πεδίο συσσώρευσης” (accumulator space). Το πεδίο αυτό χωρίζεται σε πεπερασμένο αριθμό τμημάτων συγκεκριμένου μεγέθους, τα “κελιά συσσώρευσης” (accumulator cells). Κάθε μετασχηματισμένο χαρακτηριστικό, πχ. μία ευθεία, προσθέτει και από μία ψήφο (μία μονάδα) στα κελιά από τα οποία διέρχεται, με αποτέλεσμα στα τελευταία να αποθηκεύεται το πλήθος των ευθειών που αυτά περιλαμβάνουν. Στην περίπτωση της αυτόματης ανίχνευσης σημείων φυγής, κελιά συσσώρευσης με μεγάλο αριθμό ψήφων (= μεγάλο πλήθος διερχόμενων ευθειών) αποτελούν υποψήφια σημεία φυγής. Η προσέγγιση αυτή δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστεί απευθείας στο επίπεδο της εικόνας, καθώς το τελευταίο δεν είναι πεπερασμένο: τα σημεία φυγής μπορεί να κείνται οπουδήποτε στο επίπεδο της εικόνας, ακόμα και στο άπειρο (όταν ο άξονας της λήψης είναι κάθετος στην διεύθυνση των ευθειών του χώρου), γεγονός που καθιστά τον τεμαχισμό του επιπέδου σε κελιά συσσώρευσης πρακτικά αδύνατο. Συνεπώς, κρίνεται αναγκαία η μεσολάβηση ενός κλειστού και πεπερασμένου παραμετρικού χώρου που θα συμπεριλαμβάνει όλα τα σημεία, πεπερασμένα και μη.

Πρωτοπόρα θεωρείται εν προκειμένω η εργασία του Barnard (1983), όπου εισήχθη για πρώτη φορά η έννοια της “Γκαουσιανής σφαίρας” ως πεδίου συσσώρευσης. Κατά τον Barnard, το κέντρο προβολής της εικόνας θεωρείται ως κέντρο σφαίρας μοναδιαίας ακτίνας (Γκαουσιανή σφαίρα). Για κάθε ευθύγραμμο τμήμα επί της εικόνας ορίζεται ένα αντίστοιχο επίπεδο προβολής (interpretation plane), το οποίο ορίζεται από το απεικονιζόμενο ευθύγραμμο τμήμα και το κέντρο προβολής της εικόνας. Κάθε τέτοιο επίπεδο προβολής τέμνει την σφαίρα σε μέγιστο κύκλο (με κέντρο το κέντρο προβολής της εικόνας), στην περιφέρεια του οποίου σωρεύονται οι ψήφοι. Το σημείο τομής πολλών μέγιστων κύκλων αντιστοιχεί σε κελί συσσώρευσης με μεγάλο αριθμό ψήφων και ορίζει το διάνυσμα (διεύθυνση) του σημείου φυγής ως προς το προβολικό κέντρο. Στο παράδειγμα του Σχ. 4.1 φαίνεται ο προσδιορισμός σημείου φυγής στην επιφάνεια της Γκαουσιανής σφαίρας ως τομή δύο μέγιστων κύκλων.



Σχήμα 4.1: Εντοπισμός σημείου φυγής – το οποίο στην προκειμένη περίπτωση βρίσκεται στο άπειρο – μέσω της Γκαουσιανής σφαίρας (κατά Rother, 2000).

Ισχυρό στοιχείο της προσέγγισης, αυτής κατά την οποία πραγματοποιείται παραμετροποίηση στον χώρο των σφαιρικών συντεταγμένων (θ , ϕ), είναι ότι η επιφάνεια της σφαίρας αποτελεί κλειστή επιφάνεια, επιτρέποντας έτσι την απεικόνιση ακόμα και σημείων του απείρου. Βασικό μειονέκτημά της, ωστόσο, είναι ότι η κατάτμηση της σφαίρας σε επιμέρους περιοχές είναι διαφορετική στους δύο άξονες, δημιουργώντας διαφορετικού μεγέθους συσσωρευτές. Οι Quan and Mohr (1989) βελτίωσαν την μέθοδο μέσω ενός ιεραρχικού μετασχηματισμού Hough, εφαρμόζοντας μια πυραμιδοειδή εκδοχή της σφαίρας από χαμηλή (μεγάλοι συσσωρευτές) σε υψηλότερη ανάλυση (μικροί συσσωρευτές). Αντίθετα, οι Lutton et al. (1994) πρότειναν ομοιόμορφο χωρισμό κατά ϕ και ανομοιόμορφο κατά θ , ενώ συμπεριέλαβαν επίσης την επίδραση της αβεβαιότητας των εξαγόμενων ευθύγραμμων τμημάτων. Ο Shufelt (1999), από την μεριά του, εισήγαγε το “αυλακοειδές” μοντέλο του επιπέδου προβολής (interpretation plane swath model) προκειμένου να συμπεριλάβει τα σφάλματα προσανατολισμού των ευ-

θειών στην εικόνα καθώς και των δημιουργούμενων επιπέδων προβολής. Οι Magee and Aggarwal (1984) προσδιόρισαν από όλα τα ζεύγη ευθειών στην εικόνα τα σημεία τομής πάνω στην επιφάνεια της Γκαουσιανής σφαίρας, χωρίς να την χρησιμοποιήσουν ως πεδίο συσσώρευσης. Στηριζόμενος σε αυτή την λογική, ο Gallagher (2002), βασίστηκε σε ένα σύνολο τυπικών εικόνων, στις οποίες τα σημεία φυγής είχαν προσδιοριστεί χειρωνακτικά, ώστε να εκπαιδεύσει τον αλγόριθμο αυτόματης εξαγωγής σημείων φυγής, βασιζόμενος σε υπό συνθήκη πιθανότητες (conditional probabilities). Οι Wenzel and Grigat (2006), τέλος, παρουσίασαν μια σύγκριση μεταξύ διαφορετικών μοντέλων παραμετροποίησης της Γκαουσιανής σφαίρας σε σχέση με τον θόρυβο.

Από την άλλη μεριά, αρκετές είναι και οι δημοσιεύσεις όπου χρησιμοποιείται πεδίο συσσώρευσης διαφορετικό από την Γκαουσιανή σφαίρα. Για παράδειγμα, η μέθοδος των Brillault and Mahony (1991) υιοθετεί πεδίο συσσώρευσης το οποίο συμπεριλαμβάνει την αβεβαιότητα των ευθειών εξασφαλίζοντας ανίχνευση σημείων φυγής με σταθερή ποιότητα, ενώ οι Tuytelaars et al. (1998) χρησιμοποίησαν πεδίο συσσώρευσης το οποίο εξασφαλίζει την συμμετρία μεταξύ εικόνας και παραμετρικού χώρου, έτσι ώστε να είναι εφικτή η εφαρμογή διαδοχικών μετασχηματισμών Hough (cascaded Hough Transform). Τεχνικές που εκμεταλλεύονται τον πολικό παραμετρικό χώρο ως πεδίο συσσώρευσης έχουν αναφέρει οι Straforini et al. (1993), Matessi and Lombardi (1999) και Cantoni et al. (2001), ενώ εφαρμογές του αλγορίθμου “μεγιστοποίησης της προσδοκίας” (expectation maximization algorithm) για εντοπισμό σημείων φυγής έχουν παρουσιάσει οι Antone and Teller (2000), Minagawa et al. (2000) και Kosecká and Zhang (2002). Εναλλακτικά, τα σημεία φυγής μπορούν να εντοπιστούν με ανάλυση της υψής, όπως κάνουν οι Rasmussen (2004) και Ribeiro and Hancock (2002). Οι τελευταίοι προσδιορίζουν την προοπτική θέση επιπέδων με υφή προβάλλοντας φασματική πληροφορία στην επιφάνεια της μοναδιαίας σφαίρας.

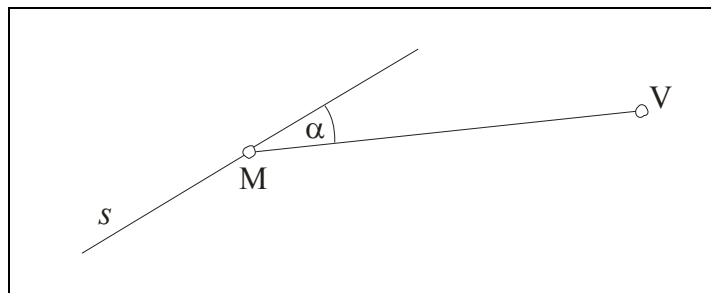
4.2.1 Η μέθοδος του Rother

Βασικό μειονέκτημα όλων των μεθόδων που μεταφέρουν πληροφορία από τον χώρο της εικόνας σε έναν νέο πεπερασμένο παραμετρικό χώρο είναι ότι δεν διατηρούν την αρχική πληροφορία του επιπέδου της εικόνας, όπως είναι οι αποστάσεις μεταξύ σημείων και ευθειών. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίστηκε από τον Rother (2000) με την χρήση του ίδιου του επιπέδου της εικόνας ως πεδίου συσσώρευσης και των σημείων τομής στην εικόνα όλων των ευθειών ανά δύο ως συσσωρευτών (Magee and Aggarwal, 1984). Για κάθε πιθανό σημείο φυγής (συσσωρευτή), υπολογίζεται η συνεισφορά όλων των ευθύγραμμων τμημάτων σε αυτό μέσω μιας διαδικασίας “ψηφοφορίας”. Η ψήφος v ευθύγραμμου τμήματος s ως προς σημείο φυγής V υπολογίζεται ως εξής:

$$v = w_1 \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_0} \right) + w_2 \frac{d_s}{d_{\max}} \quad (4.1)$$

όπου α είναι η γωνία μεταξύ του ευθύγραμμου τμήματος s και της ευθείας που συνδέει το μέσον M του s με το συγκεκριμένο σημείο φυγής V , α_0 είναι το όριο για τις γωνίες α , d_s το μήκος του s και $d_{\max}$ το μέγιστο μήκος ευθύγραμμου τμήματος (Σχ. 4. 2).

Κάθε τμήμα με γωνία $\alpha > \alpha_0$ δεν συμμετέχει στην διαδικασία της ψηφοφορίας.



Σχήμα 4.2: Η γωνία α που σχηματίζεται από το ευθύγραμμο τμήμα s και την ευθεία VM , όπου M το μέσον του s και V υποψήφιο σημείο φυγής.

Η τελική ψήφος για κάθε σημείο φυγής, η οποία και αντιπροσωπεύει την “ισχύ” του, υπολογίζεται ως το άθροισμα όλων των επιμέρους ψήφων από τα αντίστοιχα αποδεκτά ευθύγραμμα τμήματα. Από την Εξ. (4.1) προκύπτει πως η ψήφος είναι ανάλογη του μήκους του ευθύγραμμου τμήματος και αντιστρόφως ανάλογη του μεγέθους της γωνίας α . Το ποσοστό συμμετοχής των δύο αυτών παραμέτρων στην ψήφο v ρυθμίζεται από τα βάρη w_1 και w_2 της Εξ. (4.1), εμπειρικές τιμές για τα οποία δόθηκαν σε επόμενη δημοσίευση (Rother, 2002).

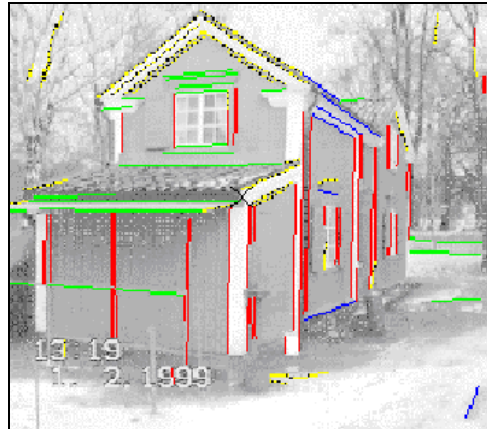
Μετά από την ολοκλήρωσή αυτής της διαδικασίας (στάδιο συσσώρευσης ή ψηφοφορίας), έπεται το στάδιο όπου αναζητείται η τριάδα των σημείων φυγής που αντιστοιχούν σε τρεις ορθογώνιες διευθύνσεις στον χώρο. Στην φάση αυτή υπεισέρχεται η εφαρμογή τριών κριτηρίων: κριτήριο της καθετότητας των ευθειών στο χώρο, κριτήριο της μηχανής και κριτήριο της ευθείας φυγής.

Το πρώτο και βασικότερο γεωμετρικό κριτήριο, το οποίο εφαρμόζεται ρητά και από τον van den Heuvel (1998), στηρίζεται στην αρχή ότι δύο σημεία φυγής αντιστοιχούν σε μεταξύ τους κάθετες διευθύνσεις του χώρου όταν, και μόνο όταν, τα δύο διανύσματα που συνδέουν το προβολικό κέντρο με τα σημεία αυτά είναι κάθετα μεταξύ τους. Σε περιπτώσεις με τρία πεπερασμένα σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων, το ορθόκентρο του σχηματιζόμενου από αυτά τριγώνου υλοποιεί το πρωτεύον σημείο της εικόνας. Το κριτήριο της καθετότητας εκφράζεται τότε από την δέσμευση πως το τρίγωνο είναι οξυγώνιο (βλ. Κεφάλαιο 2), δηλαδή κάθε γωνία του σχηματιζόμενου από τα τρία σημεία φυγής τριγώνου πρέπει να είναι μικρότερη των 90° . Αντίστοιχα, το κριτήριο της καθετότητας είναι δυνατόν να διαμορφωθεί κατάλληλα ώστε να συμπεριλάβει και τις περιπτώσεις με δυο πεπερασμένα και ένα απειρικό ή με ένα πεπερασμένο και δύο απειρικά σημεία φυγής.

Το κριτήριο της μηχανής περιορίζει τις τιμές που υπολογίζονται για την θέση του πρωτεύοντος σημείου και την σταθερά της μηχανής μέσα σε ένα καθορισμένο “λογικό” εύρος τιμών. Τέλος, το κριτήριο της ευθείας φυγής επιτρέπει σε ένα ευθύγραμμο τμήμα της εικόνας να διέρχεται ταυτόχρονα από δύο σημεία φυγής μόνον εφόσον το ευθύγραμμο τμήμα συμπίπτει με την ευθεία η οποία συνδέει τα δύο αυτά σημεία φυγής (την ευθεία φυγής που αυτά ορίζουν).

Η τριάδα των σημείων φυγής η οποία, ικανοποιώντας κατ’ αρχήν όλα τα προηγούμενα κριτήρια, συγκεντρώνει τις περισσότερες ψήφους αντιπροσωπεύει την τελική

κή τριάδα σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων για την συγκεκριμένη εικόνα. Το Σχ. 4.3 παρουσιάζει, ενδεικτικά, τα ευθύγραμμα τμήματα που έχουν ομαδοποιηθεί με την μέθοδο του Rother ως προς τις τρεις πρωτεύουσες διευθύνσεις του χώρου. Τα τμήματα με κίτρινο χρώμα δεν συμμετέχουν σε κανένα από τα τρία σημεία φυγής.



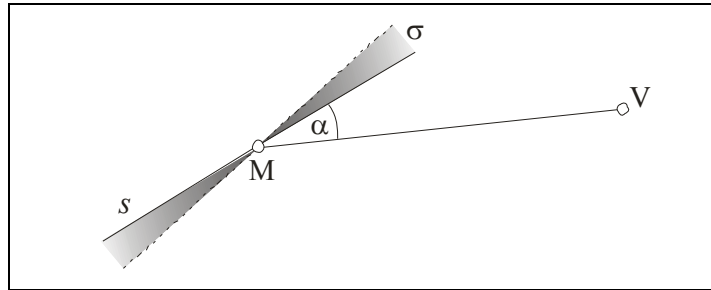
Σχήμα 4.3: Αυτόματη ομαδοποίηση ευθειών ως προς τρεις κύριες διευθύνσεις του χώρου (κατά Rother, 2000).

4.2.2 Βελτιστοποίηση της μεθόδου του Rother

Σήμερα, η μέθοδος του Rother αποτελεί μία από τις πιο αξιόπιστες και διαδεδομένες μεθόδους ανίχνευσης σημείων φυγής σε εφαρμογές μη πραγματικού χρόνου (βλ. πχ. εφαρμογές της από τους Aguilera et al., 2005, Bauer et al., 2002). Ωστόσο, παρά τα βασικά πλεονεκτήματά της την προσέγγιση χαρακτηρίζει ένα σημαντικό μειονέκτημα, η χρήση βαρών (Εξ. 4.1) κατά την διαδικασία της ψηφοφορίας, ένα για τις γωνίες και ένα για τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα βάρη αυτά επιλέγονται εμπειρικά, γεγονός που δεν επιτρέπει να εφαρμόζεται η μέθοδος κατά ενιαίο τρόπο σε όλες τις περιπτώσεις. Στην παρούσα διατριβή διατυπώθηκε μια νέα βελτιωμένη εκδοχή της μεθόδου του Rother, η οποία δεν έχει ανάγκη για εμπειρική εκτίμηση της τιμής βαρών, επιτρέποντας παράλληλα έναν απλούστερο και ενιαίο, σε κάθε περίπτωση, χειρισμό των ευθύγραμμων τμημάτων μεγάλου και μικρού μήκους. Η προσέγγιση αυτή στηρίζεται στο γεγονός ότι η επίδραση που έχει το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος (δεύτερος όρος στο δεξιό μέρος της Εξ. 4.1) ως προς ένα συγκεκριμένο σημείο φυγής μπορεί να μεταφραστεί σε γωνιακό σφάλμα και να ενσωματωθεί στον πρώτο όρο της Εξ. (4.1).

Πράγματι, η αβεβαιότητα σ (τυπικό σφάλμα) της γωνίας κλίσης ενός ευθύγραμμου τμήματος s που υπολογίζεται κατά την διαδικασία παρεμβολής ευθειών στις εξαχθείσες ακμές μιας εικόνας μπορεί να θεωρηθεί παράλληλα και ως η αβεβαιότητα της γωνίας α που σχηματίζεται από το τμήμα s με το εκάστοτε σημείο φυγής V (Σχ. 4.4). Συνεπώς μια πιο ρεαλιστική έκφραση της γωνίας α της σχηματιζόμενης από το τμήμα s και την ευθεία VM (όπου M το μέσο του s) είναι $\alpha + \sigma$, δηλαδή η υπολογισμένη γωνία συν την αβεβαιότητά της. Το τυπικό σφάλμα σ εξάγεται από τον πίνακα μεταβλητότητας-συμμεταβλητότητας των αγνώστων κατά την παρεμβολή ευθείας, και άρα

καθορίζεται τόσο από την επίδραση τυχαίων σφαλμάτων (αποκλίσεις εικονοσημείων από την βέλτιστη ευθεία παρεμβολής), όσο όμως και από την ίδια την γεωμετρία της συνόρθωσης, όπου πρωταρχικό ρόλο έχει το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος. Με άλλα λόγια, η επίδραση του μήκους d_s του s είναι ενσωματωμένη στην αβεβαιότητα σ της γωνίας κλίσης της ευθείας. Επιπλέον, η χρήση του σφάλματος σ της κλίσης έχει ταυτόχρονα το πλεονέκτημα ότι λαμβάνει υπόψη και τον θόρυβο των παρατηρήσεων (μετρήσεις εικονοσυντεταγμένων). Αυτό έχει σημασία, αφού είναι σαφές ότι – ανάλογα με την ποιότητα των παρατηρήσεων – τα μικρότερα ευθύγραμμα τμήματα δεν εμφανίζουν κατ' ανάγκην και μεγαλύτερες αβεβαιότητες στην υπολογιζόμενη κλίση από ό,τι τα μεγαλύτερα (πράγμα που δεν λαμβάνεται υπόψη στη Εξ. 4.1).



Σχήμα 4.4: Αβεβαιότητα σ της γωνίας κλίσης του ευθύγραμμου τμήματος s , η οποία μπορεί να θεωρηθεί και ως αβεβαιότητα της γωνίας α .

Τελικά λοιπόν, βάσει των ανωτέρω, η ψήφος v την οποία συνεισφέρει το κάθε ευθύγραμμο τμήμα της εικόνας σε ένα πιθανό σημείο φυγής δίδεται πλέον από την σχέση:

$$v = 1 - \frac{\alpha + \sigma}{\alpha_0} \quad (4.2)$$

Όπως στην μέθοδο του Rother, οι ψήφοι από όλα τα τμήματα με γωνία $(\alpha + \sigma) < \alpha_0$, όπου α_0 η μέγιστη επιτρεπτή γωνία, αθροίζονται για να προκύψει η τελική ψήφος για το συγκεκριμένο σημείο φυγής.

- Παρενθετικά, αξ σημειωθεί ότι στην πραγματικότητα η αβεβαιότητα της γωνίας α δεν εξαρτάται μόνο από το σφάλμα της κλίσης της ευθείας, αλλά και από την αβεβαιότητα του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος VM . Μολαταύτα, η επίδραση της τελευταίας κρίνεται ως αμελητέα συγκρινόμενη με το σφάλμα της διεύθυνσης της ευθείας.

Κατόπιν όλα τα πιθανά σημεία φυγής, μαζί με τις αντίστοιχες ψήφους, ελέγχονται βάσει των προαναφερθέντων γεωμετρικών κριτηρίων (ενότητα 4.2.1) για την τελική επιλογή των τριών κύριων σημείων φυγής. Υπογραμμίζεται ότι πιθανά σημεία φυγής στο άπειρο εξαιρούνται από αυτή την διαδικασία αφού κύριος σκοπός είναι εδώ η πλήρης βαθμονόμηση μηχανής, άρα υιοθετούνται κριτήρια που αφορούν την εξαγωγή μόνο τριών πεπερασμένων σημείων φυγής κατάλληλων για βαθμονόμηση (ελλείψει γενικής συμφωνίας επ' αυτού, οι Douskos et al., 2007, δέχονται ότι ένα σημείο φυγής είναι στο άπειρο όταν απέχει από το εικονόκεντρο πέραν του 40πλάσιου της διάστασης της εικόνας, πράγμα που σε ευρυώνιο φακό αντιστοιχεί σε γωνία κλίσης $\sim 1.5^\circ$). Στο Σχ. 4.5 φαίνονται τα ευθύγραμμα τμήματα εικόνας όπως αυτά έχουν ομαδοποιηθεί με την εξεταζόμενη μέθοδο στις τρεις κύριες (ορθογώνιες) διευθύνσεις του χώρου.



Σχήμα 4.5. Αυτόματη ομαδοποίηση ευθύγραμμων τμημάτων ως προς τρεις κύριες διευθύνσεις του χώρου.

- Παρενθετικά σημειώνεται ότι από την διαδικασία όντως εξαιρούνται εδώ, όπως μόλις αναφέρθηκε, τα σημεία φυγής στο άπειρο. Αυτό, πάντως, δεν σημαίνει ότι η μέθοδος που αναπτύχθηκε στην παρούσα διατριβή αδυνατεί – σε αντίθεση με μεθόδους της προβολικής γεωμετρίας που χρησιμοποιούν ομογενείς συντεταγμένες – να τα χειριστεί. Για παράδειγμα, σε περίπτωση όπου ένα σημείο φυγής είναι στο άπειρο, γεωμετρικός τόπος του πρωτεύοντος σημείου είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται από τα δύο πεπερασμένα σημεία φυγής. Αυτό μπορεί να εισαχθεί ως πρόσθετη δέσμευση (οπότε η σφαίρα βαθμονόμησης εκφυλίζεται πλέον σε “κύκλο βαθμονόμησης”). Από την άλλη μεριά, εάν μόνο ένα από τα τρία σημεία φυγής είναι πεπερασμένο, τότε αυτό συμπίπτει με το πρωτεύον σημείο (χαρακτηριστική περίπτωση είναι το ναδίρ της εικόνας σε αυστηρά κατακόρυφες λήψεις). Στην παρούσα υλοποίησή του, πάντως, ο αλγόριθμος χειρίζεται μόνο πεπερασμένα σημεία φυγής.

4.3 Αναλυτική περιγραφή της μεθόδου

4.3.1 Αυτόματη εξαγωγή ακμών

Αρχικά, πραγματοποιείται σε όλες τις εικόνες αυτόματος εντοπισμός ακμών με ακρίβεια pixel μέσω της μεθόδου του Canny (1986). Κατόπιν, βελτιστοποιείται η θέση των ακμών (υποψηφιδική ακρίβεια) με έλεγχο των τοπικών κλίσεων της εικόνας μέσω αλγορίθμου παρόμοιου με εκείνον που υπάρχει στην ιστοσελίδα του Kovess (2005). Εν συνεχεία οι ακμές συνδέονται προκειμένου να σχηματιστούν ευθύγραμμα τμήματα με την διαδικασία πολυγωνικής προσέγγισης, η οποία στηρίζεται σε κατάλληλο “κατώφλι συννευθιακότητας” (Thormaehlen et al., 2003) που ορίζει την μέγιστη αποδεκτή κάθετη απόκλιση των σημείων της ακμής από το αντίστοιχο ευθύγραμμο τμήμα.

Οι παράμετροι κάθε ευθείας της εικόνας προσδιορίζονται με ελαχιστοτετραγωνική συνόρθωση. Ένα κατώφλι ελάχιστου αποδεκτού μήκους επιτρέπει να αποκλείονται τα πολύ μικρά ευθύγραμμα τμήματα από την διαδικασία. Όπως περιγράφεται στα επόμενα (ενότητα 4.3.3.3), οι τιμές των κατωφλίων μειώνονται μετά τον πρώτο υπολογισμό των συντελεστών της ακτινικής διαστροφής.

4.3.2 Αυτόματος αρχικός εντοπισμός σημείων φυγής

Η ομαδοποίηση των ευθύγραμμων τμημάτων ανά διεύθυνση του χώρου και η αρχική εκτίμηση της θέσης των αντίστοιχων τριών σημείων φυγής πραγματοποιούνται με τον αλγόριθμο που έχει αναπτυχθεί στην ενότητα 4.2.2. Ειδικότερα, για την επόμενη φάση της συνόρθωσης απαιτούνται μόνο τα ομαδοποιημένα ευθύγραμμα τμήματα, ενώ οι συντεταγμένες των σημείων φυγής χρησιμοποιούνται ως προσεγγιστικές τιμές.

4.3.3 Ταυτόχρονη συνόρθωση παρατηρήσεων

Σε αντιστοιχία με τον αλγόριθμο του Κεφαλαίου 3, ο συγκεκριμένος αλγόριθμος συνδυάζει κατά την συνόρθωση δυο διακριτές ομάδες εξισώσεων (που συνδέονται μεταξύ τους με κοινούς αγνώστους, και συγκεκριμένα την θέση του πρωτεύοντος σημείου και τις θέσεις των σημείων φυγής):

- εκείνες που αναφέρονται στην δια του αντίστοιχου σημείου φυγής παρεμβολή ευθείας στα σημεία των ακμών
- εκείνες που συνδέουν τις εικονοσυντεταγμένες των σημείων φυγής με τις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού.

4.3.3.1 Παρεμβολή ευθείας

Από την βιβλιογραφία είναι γνωστό ότι ο προσδιορισμός της διαστροφής του φακού, συμμετρικής ακτινικής όσο και έκκεντρης (μη συμμετρικής ακτινικής και εφαπτομενικής), μπορεί να προηγείται της διαδικασίας βαθμονόμησης ως ένα πρώτο ανεξάρτητο στάδιο. Η τεχνική αυτή είναι γνωστή ως “μέθοδος νημάτων της στάθμης” (plumb line method) από την αρχική εισαγωγή της από τον Brown (1971) – βλ. ακόμα Devernay and Faugeras, 2001, Karras et al., 1998, Thormaehlen et al., 2003) – και βασίζεται στο γεγονός ότι ευθεία γραμμή του χώρου προβαλλόμενη στην εικόνα οφείλει να παραμένει ευθεία. Παράλληλα, είναι δυνατόν να συνδυάζεται με τον υπολογισμό των σημείων φυγής (Becker and Bove, 1995, van den Heuvel, 1999, Bräuer-Brachardt and Voss, 2001a), βασει της παραδοχής ότι παράλληλες ευθείες του χώρου απεικονίζονται ως συγκλίνουσες ευθείες.

Αντίθετα με τις προσεγγίσεις όπου ο υπολογισμός των σημείων φυγής προηγείται της καθαυτό διαδικασίας βαθμονόμησης, βασικό μέλημα εν προκειμένω είναι οι παρεμβολές ευθειών, ο υπολογισμός των σημείων φυγής και ο προσδιορισμός του εσωτερικού προσανατολισμού, μαζί με την ακτινική διαστροφή του φακού, να πραγματοποιούνται σε ένα ενιαίο βήμα.

Οι παρατηρούμενες ευθείες της εικόνας δεσμεύονται να διέρχονται από το αντίστοιχο σημείο φυγής $V(x_v, y_v)$ σύμφωνα με την εξίσωση

$$(x - x_v) \cos \theta + (y - y_v) \sin \theta = 0 \quad (4.3)$$

όπου x, y οι εικονοσυντεταγμένες σημείου που ανήκει σε αυτήν την ευθεία και θ η γωνία της ευθείας με τον άξονα y της εικόνας. Αντίθετα με την Εξ. (3.11) του Κεφαλαίου 3, η γενική αυτή έκφραση ευθείας στο επίπεδο είναι κατάλληλη και για ευθείες πα-

ράλληλες τους άξονες x ή y της εικόνας. Εισάγοντας τους δύο συντελεστές k_1, k_2 της συμμετρικής ακτινικής διαστοφής του φακού στην εξίσωση έχει κανείς:

$$\left[x - (x - x_o)(k_1 r^2 + k_2 r^4) - x_v \right] \cos \theta + \left[y - (y - y_o)(k_1 r^2 + k_2 r^4) - y_v \right] \sin \theta = 0 \quad (4.4)$$

όπου (x_o, y_o) το πρωτεύον σημείο της εικόνας και r η ακτινική απόσταση του σημείου (x, y) από αυτό. Η Εξ. (4.4) αντιπροσωπεύει την εξίσωση παρατήρησης για την ταυτόχρονη συνόρθωση όλων των ευθύγραμμων τμημάτων.

Πλεονέκτημα των Εξ. (4.3, 4.4) έναντι των αντίστοιχων που εφαρμόστηκαν στο Κεφάλαιο 3 (Εξ. 3.11, 3.12) είναι πως μέσω αυτών υπολογίζεται άμεσα η απόσταση του εικονοσημείου (x, y) από την παρεμβεβλημένη ευθεία. Έτσι, κατά την ελαχιστοτετραγωνική συνόρθωση με έμμεσες παρατηρήσεις η ποσότητα που ελαχιστοποιείται είναι το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων των εικονοσημείων από τις αντίστοιχες ευθείες. Παράλληλα, όπως αναφέρθηκε, λόγω της μορφής της δεν απαιτείται διερεύνηση και μορφοποίηση της εξίσωσης ανάλογα με την κλίση της ευθείας.

4.3.3.2 Σημεία φυγής και εσωτερικός προσανατολισμός

Η εξίσωση που χρησιμοποιείται και δεσμεύει τις εσωτερικές παραμέτρους της μηχανής ως προς την θέση των σημείων φυγής είναι η εξίσωση της σφαίρας βαθμονόμησης, η οποία έχει περιγραφεί αναλυτικά στην ενότητα 3.1:

$$(x_o - x_m)^2 + (y_o - y_m)^2 + c^2 = R^2 \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \text{με} \quad x_m &= \frac{x_1 + x_2}{2} & y_m &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\ \text{και} \quad R &= \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}{2} \end{aligned}$$

όπου (x_1, y_1) και (x_2, y_2) οι συντεταγμένες δύο σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων, (x_m, y_m) το κέντρο της σφαίρας και R η ακτίνα της. Ισοδύναμα, όπως έχει ήδη αναφερθεί, η Εξ. (4.5) μπορεί να πάρει την μορφή:

$$(x_o - x_m)^2 + (y_o - y_m)^2 + c^2 - R^2 = 0 \quad (5.6)$$

οπότε κατά την συνόρθωση ελαχιστοποιείται το άθροισμα των τετραγώνων του τετραγώνου των ακτινικών αποστάσεων του προβολικού κέντρου $O(x_o, y_o, c)$ από τις σφαίρες βαθμονόμησης που συμμετέχουν (μία σφαίρα βαθμονόμησης για κάθε ζεύγος σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων).

4.3.3.3 Συνόρθωση σε ένα βήμα

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού πραγματοποιείται ταυτόχρονη συνόρθωση βάσει των εξισώσεων παρεμβολής ευθειών στις ει-

κονοσυντεταγμένες και των εξισώσεων των σφαιρών βαθμονόμησης. Κάθε εικονοσημείο το οποίο ανήκει σε ευθεία διερχόμενη από σημείο φυγής συνεισφέρει μια εξίσωση της μορφής (4.4). Άγνωστες παράμετροι σε αυτές τις εξισώσεις είναι η θέση του πρωτεύοντος σημείου $P(x_0, y_0)$, η γωνία θ της ευθείας και οι εικονοσυντεταγμένες (x_v, y_v) του σημείου φυγής, καθώς και οι συντελεστές k_1, k_2 της διαστροφής του φακού. Οι εξισώσεις ευθειών που διέρχονται από το ίδιο σημείο φυγής έχουν ως κοινή άγνωστη παράμετρο – εκτός από το πρωτεύον σημείο και τους συντελεστές της ακτινικής διαστροφής – την θέση του σημείου φυγής, ενώ οι εξισώσεις που αναφέρονται σε εικονοσημεία επί της ίδιας ευθείας διαθέτουν έναν επιπλέον κοινό άγνωστο, την γωνία θ της ευθείας. Το σύνολο όλων των παραπάνω εξισώσεων συνορθώνεται ενιαία με την μέθοδο των έμμεσων παρατηρήσεων.

Εάν οι εξισώσεις των σφαιρών βαθμονόμησης (μέσω των οποίων εισάγεται ως άγνωστη παράμετρος η σταθερά c της μηχανής) εισαχθούν στην συνόρθωση ως αυστηρές δεσμεύσεις, τότε για τους συντελεστές της ακτινικής διαστροφής απαιτείται να προσδιοριστούν αρχικές τιμές διάφορες του μηδενός. Εάν, αντιθέτως, χρησιμοποιθούν ως απλές εξισώσεις παρατήρησης αλλά με πολύ μεγάλο βάρος (πχ. $w = 10^5$), τότε οι τιμές των προσεγγίσεων για την ακτινική διαστροφή μπορούν να είναι μηδενικές – τουλάχιστον όσον αφορά έως και σχετικά ευρυγώνιους φακούς γωνιακού ανοίγματος περί τις 65° , όπως εκείνοι που χρησιμοποιήθηκαν στην πειραματική αξιολόγηση της επόμενης ενότητας. Προσεγγιστικές τιμές για την θέση των σημείων φυγής υπολογίζονται κατά τον αρχικό αυτόματο εντοπισμό τους. Από αυτές, άλλωστε, προκύπτουν και οι αρχικές τιμές για τις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού μέσω των εξισώσεων του Gracie (1968).

Μετά από την πρώτη σύγκλιση της συνόρθωσης, οι εκτιμηθείσες τιμές για τους συντελεστές της διαστροφής αξιοποιούνται για να διορθωθούν όλα τα σημεία των αρχικά εξαχθεισών (καμπυλωμένων λόγω διαστροφής) ακμών. Κατόπιν επαναλαμβάνεται η διαδικασία παρεμβολής ευθειών στα διορθωμένα σημεία, πράγμα που κατά κανόνα οδηγεί, χάρη σε αυτή την διόρθωση, στο να σχηματίζονται ευθύγραμμα τμήματα μεγαλύτερου μήκους. Επίσης, στην διαδικασία αυτή μειώνονται τα όρια για την μέγιστη αποδεκτή απόκλιση σημείου από ευθεία όσο και για το ελάχιστο αποδεκτό μήκος ευθύγραμμου τμήματος, επιτρέποντας έτσι, αντίστοιχα, να αποκλείονται σημεία που στην πραγματικότητα δεν ανήκουν στην ευθεία (“χονδροειδή σφάλματα”) όσο και να συμμετέχουν περισσότερες ευθείες στην εκτίμηση της θέσης των σημείων φυγής.

Εν συνεχεία, επαναλαμβάνεται ο αυτόματος εντοπισμός των σημείων φυγής για όλες τις εικόνες (τώρα όμως μεταξύ λιγότερων συσσωρευτών, αφού είναι πλέον γνωστές οι προσεγγιστικές θέσεις των σημείων φυγής από την προηγούμενη λύση), και πραγματοποιείται μια δεύτερη επαναληπτική διαδικασία συνόρθωσης. Θεωρητικά, η διαδικασία για την διαδοχική διόρθωση των ακμών και την βελτιστοποίηση των τιμών των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού και της ακτινικής διαστροφής ολοκληρώνεται όταν ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο, πχ. όταν το τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους της τελευταίας συνόρθωσης δεν παρουσιάζει βελτίωση ως προς εκείνο της προηγούμενης. Στην πράξη φάνηκε πως η εφαρμογή δύο επαναληπτικών συνορθώσεων γενικά επαρκεί, αφού ήδη μετά από την σύγκλιση της πρώτης η εκτίμηση των συντελεστών της ακτινικής διαστροφής ικανοποιεί τις ανάγκες της διόρθωσης.

Τέλος, προκειμένου να ενισχυθεί η γεωμετρία του συστήματος, συνεπώς και η α-

κρίβεια της εκτίμησης των άγνωστων παραμέτρων, όλα τα ευθύγραμμα τμήματα των εικόνων εξετάζονται ανά ζεύγη με σκοπό κάποια από αυτά να συνενωθούν ενδεχομένως σε μεγαλύτερα ενιαία τμήματα. Έτσι, αν η συνολική μέση τετραγωνική απόσταση των σημείων καθενός των δύο ευθύγραμμων τμημάτων από την εξίσωση ευθείας του άλλου είναι κάτω από ένα όριο, τότε αυτά τα ευθύγραμμα τμήματα θεωρούνται ότι ανήκουν στην ίδια ευθεία (το ένα αποτελεί προέκταση του άλλου) και αντιμετωπίζονται ως συνευθειακά στην συνόρθωση. Τυπικές τέτοιες περιπτώσεις σε λήψη κτιρίου είναι πχ. ακμές ανοιγμάτων, όπως σε παράθυρα, που ανήκουν στην ίδια οριζόντιο ή κατακόρυφο (βλ. Σχ. 4.8 και 4.9 στην επόμενη ενότητα), ή και ευθύγραμμα στοιχεία που στην εικόνα διακόπτονται από κάποιο εμπόδιο.

Στο Κεφάλαιο 2 διατυπώθηκε και εφαρμόστηκε αλγόριθμος για την βαθμονόμηση μηχανής από τρία σημεία φυγής σε μία εικόνα, ο οποίος συνδέει μέσω μιας σχετικά απλής εξίσωσης τις παραμέτρους της ευθείας με εκείνες του εσωτερικού προσανατολισμού, όμως εμπλέκει και τον πίνακα στροφής της εικόνας. Η προσέγγιση αυτή αποδείχθηκε ότι είναι πιο ευαίσθητη στον θόρυβο των μετρήσεων και σε χονδροειδή σφάλματα (ιδιαίτερα στην περίπτωση αυτόματης εξαγωγής μεγάλου πλήθους ακμών) από όσο είναι οι σφαίρες βαθμονόμησης, στις οποίες δεν συμμετέχει ο πίνακας στροφής της εικόνας. Έτσι, ο συγκεκριμένος αλγόριθμος επικεντρώνεται αποκλειστικά την διαδικασία βαθμονόμησης, χωρίς δηλαδή να απαιτείται να αντιστοιχηθούν τα σημεία φυγής με τις τρεις βασικές διευθύνσεις XYZ του χώρου.

Τέλος, ως επαναληφθεί ότι η προσέγγιση αυτή, πέραν της δυνατότητας εφαρμογής σε μεμονωμένες εικόνες με τρία πεπερασμένα σημεία φυγής, επιτρέπει να συνδυάζονται και επιπλέον ζεύγη σημείων φυγής από την ίδια ή (κυρίως) από διαφορετικές εικόνες για τον προσδιορισμό της κοινής εσωτερικής γεωμετρίας της μηχανής. Όπως έχει αναφερθεί, τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου επιτρέπουν να εκτιμώνται μόνον οι βασικές παράμετροι της μηχανής. Πρόσθετες προβολικές παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού απαιτούν επιπλέον ζεύγη σημείων φυγής. Έτσι, για παράδειγμα, η διαφορετική κλίμακα κατά τους άξονες x και y της εικόνας (aspect ratio) μπορεί επίσης να υπολογιστεί, αρκεί να συμπεριληφθεί ένα επιπλέον ζεύγος σημείων φυγής από την ίδια ή από διαφορετική εικόνα.

4.4 Πειραματικά αποτελέσματα

Οι εφαρμογές του προηγούμενου Κεφαλαίου (ενότητα 3.6) αφορούσαν αποκλειστικά εικόνες με δυο σημεία φυγής. Αντίθετα, σε όλες οι εικόνες της παρούσας ενότητας απεικονίζονται και αξιοποιούνται τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων. Οι εικόνες αυτές επιτρέπουν να βαθμονομηθεί η μηχανή τόσο μονοεικονικά όσο και με την συμμετοχή περισσότερων εικόνων.

4.4.1 Λήψη εικόνων

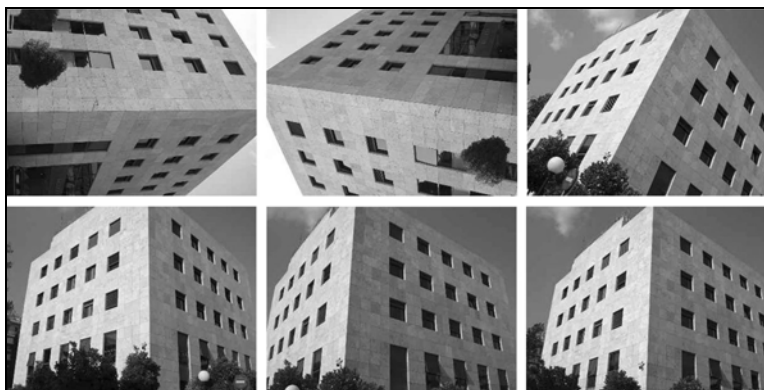
Για μιά κατ' αρχήν ρεαλιστική αξιολόγηση μιάς μεθόδου βαθμονόμησης με πραγματικά δεδομένα, σκόπιμο είναι να μην επιλέγει κανείς ούτε εικόνες ακατάλληλες για αυτήν ούτε όμως και εικόνες που έχουν ληφθεί ειδικά για την μέθοδο. Στην προκειμένη

περίπτωση, στην πρώτη κατηγορία θα ανήκαν πχ. εικόνες όπου το ένα σημείο φυγής είτε βρίσκεται τόσο μακριά από το κέντρο της εικόνας ώστε να θεωρείται ότι τείνει στο άπειρο είτε η θέση του εντοπίζεται δύσκολα επειδή τα συγκλίνοντα ευθύγραμμα τμήματα που το ορίζουν είναι λίγα σε αριθμό ή/και έχουν πολύ μικρό μήκος. Επισημαίνεται, πάντως, ότι στην βιβλιογραφία αναφέρονται παραδείγματα με ικανοποιητική αξιοποίηση ακόμα και τέτοιων “ακατάλληλων” εικόνων για σκοπούς βαθμονόμησης (Kargas and Petsa, 1999). Στην δεύτερη κατηγορία θα ανήκαν εικόνες που έχουν ληφθεί ειδικά ώστε να εμφανίζουν τρία, καλώς ορισμένα, πεπερασμένα σημεία φυγής. Προτιμήθηκε, λοιπόν, να χρησιμοποιηθούν εδώ “τυπικές” εικόνες επίγειων λήψεων προκειμένου να ελεγχθεί, κατά το δυνατόν, η μέθοδος υπό συνήθεις πρακτικές συνθήκες.

Έτσι επελέγησαν δύο ομάδες εικόνων 800×600 από διαφορετικές μηχανές, αποτελούμενες από 4 εικόνες η μία (ομάδα I) και από 6 εικόνες η δεύτερη (ομάδα II), οι οποίες φαίνονται στα αντίστοιχα Σχ. 4.6 και 4.7.



Σχήμα 4.6. Οι τέσσερις εικόνες της ομάδας I που χρησιμοποιήθηκαν στην αξιολόγηση.



Σχήμα 4.7. Οι έξι εικόνες της ομάδας II που χρησιμοποιήθηκαν στην αξιολόγηση.

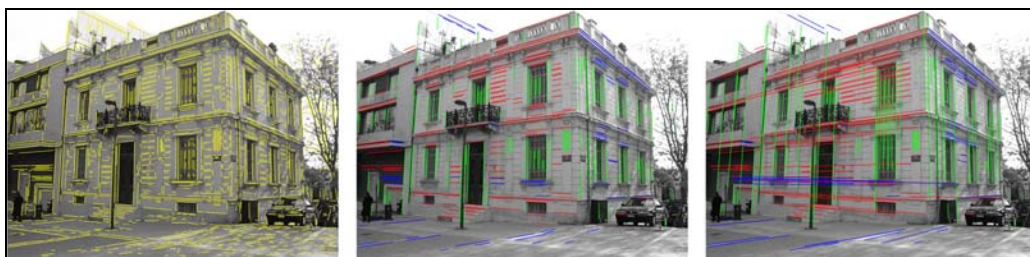
Οι εικόνες αντιπροσωπεύουν τυπικά παραδείγματα επίγειων λήψεων – επιτρέποντας, έτσι, να ελεγχθεί η μέθοδος υπό ρεαλιστικές συνθήκες – με την έννοια ότι έχουν ληφθεί από το έδαφος και με μικρή κλίση της μηχανής προς τα πάνω. Αυτό συνεπάγεται “αδύνατη” προοπτική στην κατακόρυφη διεύθυνση του χώρου, δηλαδή το σημείο φυγής της διεύθυνσης βρίσκεται μακριά από το κέντρο της εικόνας. Όπως είναι γνωστό, τέτοιες γεωμετρίες αντανakλώνται άμεσα στην ακρίβεια με την οποία εκτιμάται η εικονοσυντεταγμένη x_0 του πρωτεύοντος σημείου (van den Heuvel, 1999).

Από την άλλη μεριά, στις διαδικασίες αυτοβαθμονόμησης με την μέθοδο της δέσμης συνιστάται γενικώς να συμμετέχουν και εικόνες με στροφές $\sim 90^\circ$ περί τον άξονα της μηχανής, προκειμένου κατ’ αυτό τον τρόπο να ελαττωθούν οι συσχετίσεις ανάμεσα στις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού, ιδίως την θέση του πρωτεύ-

οντος σημείου, και εκείνες του εξωτερικού, ιδίως τις στροφές της εικόνας (Remondino and Fraser, 2006). Εν προκειμένω, όπου δεν εμπλέκεται άμεσα ο εξωτερικός προσανατολισμός των εικόνων, η παρατήρηση διατηρεί την σημασία της σε συνάρτηση με την κατανομή των σημείων φυγής επί της εικόνας. Έτσι, οι δύο πρώτες εικόνες της ομάδας II έχουν ληφθεί με στροφές $\kappa \approx 90^\circ$. Στην περίπτωση αυτή η αβεβαιότητα εξαιτίας της περιορισμένης προοπτικής παραμόρφωσης στην κατακόρυφη διεύθυνση του χώρου μεταφέρεται πλέον στην εικονοσυντεταγμένη y_0 του πρωτεύοντος σημείου. Ας σημειωθεί, τέλος, ότι στην ομάδα εικόνων I η δεύτερη και τρίτη εικόνα έχουν ληφθεί από πολύ κοντινά σημεία του χώρου. Αυτό δεν δημιουργεί πρόβλημα στην πρακτική αξιολόγηση εφόσον κάθε εικόνα συμμετέχει ανεξάρτητα στην συνόρθωση.

4.4.2 Εξαγωγή και ομαδοποίηση ακμών

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τα βήματα της εξαγωγής ακμών και της ομαδοποίησής τους σε ευθύγραμμα τμήματα παρουσιάζονται στα Σχ. 4.8 και 4.9.



Σχήμα 4.8. Αρχικά εξαγόμενα ευθύγραμμα τμήματα (αριστερά) σε εικόνα της ομάδας I, ομαδοποίησή τους σε τρεις κύριες διευθύνσεις (μέσον) και τα τελικά ευθύγραμμα τμήματα (δεξιά) μετά από διόρθωση από ακτινική διαστροφή.



Σχήμα 4.9. Αρχικά εξαγόμενα ευθύγραμμα τμήματα (αριστερά) σε εικόνα της ομάδας II, ομαδοποίησή τους σε τρεις κύριες διευθύνσεις (μέσον) και τα τελικά ευθύγραμμα τμήματα (δεξιά) μετά από διόρθωση από ακτινική διαστροφή.

Αριστερά φαίνονται οι αρχικά εξαχθείσες ακμές που έχουν μήκος μεγαλύτερο από 20 εικονοψηφίδες. Βάσει γωνιακού κατωφλίου $\alpha_0 = 2^\circ$, οι ακμές αυτές ομαδοποιήθηκαν σε τρεις βασικές διευθύνσεις του χώρου, επιτρέποντας με αυτό τον τρόπο να εντοπιστούν κατ' αρχήν τα αντίστοιχα τρία κύρια σημεία φυγής (μεσαίες εικόνες). Τα τελικά ευθύγραμμα τμήματα που σχηματίστηκαν μετά από διόρθωση της ακτινικής διαστροφής και εκ νέου σύνδεση των ακμών – και εντέλει συμμετείχαν στην τελική επαναληπτική διαδικασία βαθμονόμησης – φαίνονται δεξιά. Δύο τμήματα θεωρήθηκε ότι είναι

συνευθειακά στην εικόνα όταν η μέση τετραγωνική απόσταση των σημείων τους από την εξίσωση της ευθείας του άλλου τμήματος δεν υπερέβαινε τις 2 εικονοψηφίδες.

Βάσει αυτών των ευθύγραμμων τμημάτων έγιναν βαθμονομήσεις για κάθε εικόνα χωριστά καθώς και κοινή συνόρθωση των 4 και 6 εικόνων για τις ομάδες I και II, αντίστοιχα. Στον Πίνακα 4.1 φαίνονται οι συνολικοί αριθμοί των ευθειών, των σημείων και οι μέσοι αριθμοί σημείων / ευθεία που συμμετείχαν (λόγω του πολύ μεγάλου αριθμού εξισώσεων, στις συνορθώσεις δεν χρησιμοποιήθηκαν όλα τα σημεία των ευθειών).

Πίνακας 4.1. Αριθμός ευθειών και σημείων ανά βαθμονόμηση						
εικόνες	ομάδα εικόνων I			ομάδα εικόνων II		
	αριθμός ευθειών	αριθμός σημείων	μέσος αριθμός σημείων/ευθεία	αριθμός ευθειών	αριθμός σημείων	μέσος αριθμός σημείων/ευθεία
1	206	3877	18.8	124	2895	23.3
2	231	4612	20.0	134	2826	21.1
3	230	4674	20.3	88	1840	20.9
4	215	5109	23.8	94	2138	22.7
5	—	—	—	84	1999	23.8
6	—	—	—	88	2248	25.5
όλες	882	18272	20.7	612	13946	22.8

4.4.3 Αποτελέσματα βαθμονόμησης και αξιολόγησή τους

Στους Πίνακες 4.2 και 4.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βαθμονόμησης από τα σημεία φυγής κάθε εικόνας χωριστά, καθώς και η κοινή συνόρθωση των 4 και 6 εικόνων για τις ομάδες I και II, αντίστοιχα, μαζί με την εκτιμώμενη ακρίβεια των τιμών των παραμέτρων και το τυπικό σφάλμα σ_0 της συνόρθωσης.

Πίνακας 4.2. Αποτελέσματα βαθμονόμησης μηχανής από σημεία φυγής και με την μέθοδο της δέσμης χωρίς φωτοσταθερά (b) και με φωτοσταθερά (B) – ομάδα I						
εικόνες	c (pix)	x_0 (pix)	y_0 (pix)	$k_1 (\times 10^{-7} \text{ pix}^{-2})$	$k_2 (\times 10^{-13} \text{ pix}^{-4})$	σ_0 (pix)
1	798.6 ± 0.9	-1.5 ± 2.0	-6.2 ± 0.8	-2.79 ± 0.12	5.57 ± 0.63	0.53
2	790.4 ± 0.8	-1.9 ± 1.7	-4.1 ± 0.7	-2.34 ± 0.10	3.75 ± 0.47	0.59
3	791.3 ± 0.7	-1.9 ± 1.6	-3.8 ± 0.6	-2.46 ± 0.09	4.32 ± 0.43	0.57
4	798.2 ± 0.6	-5.1 ± 1.3	-6.8 ± 0.7	-2.61 ± 0.10	5.15 ± 0.51	0.58
όλες	795.0 ± 0.4	-6.0 ± 0.7	-4.9 ± 0.3	-2.51 ± 0.05	4.56 ± 0.25	0.57
b	795.4 ± 1.6	0.8 ± 3.0	3.2 ± 5.9	-3.21 ± 0.17	4.11 ± 1.10	0.13
B	794.9 ± 1.0	4.4 ± 0.7	1.7 ± 0.6	-3.23 ± 0.12	3.86 ± 0.87	0.13

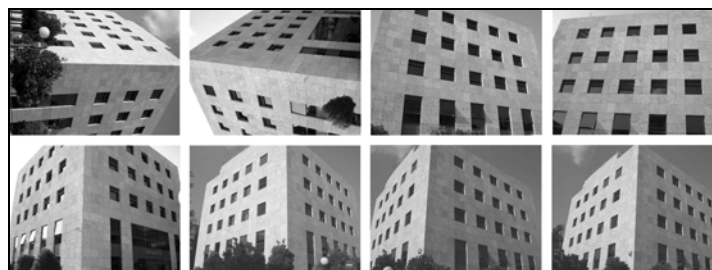
Πίνακας 4.3. Αποτελέσματα βαθμονόμησης μηχανής από σημεία φυγής και με την μέθοδο της δέσμης χωρίς φωτοσταθερά (b) – ομάδα II						
εικόνες	c (pix)	x_0 (pix)	y_0 (pix)	$k_1 (\times 10^{-8} \text{ pix}^{-2})$	$k_2 (\times 10^{-13} \text{ pix}^{-4})$	σ_0 (pix)
1	896.2 ± 0.8	6.8 ± 0.6	-15.3 ± 0.9	-8.65 ± 0.59	-1.64 ± 0.25	0.45
2	897.3 ± 0.8	11.4 ± 0.6	-10.9 ± 1.1	-9.03 ± 0.63	-2.38 ± 0.26	0.44
3	908.2 ± 1.7	14.2 ± 2.1	-6.8 ± 1.4	-11.67 ± 0.97	-1.39 ± 0.42	0.40
4	900.2 ± 1.2	13.9 ± 1.6	-8.3 ± 0.8	-4.30 ± 0.83	-3.97 ± 0.33	0.39
5	902.5 ± 1.4	3.5 ± 1.8	-5.5 ± 1.1	-7.67 ± 0.80	-2.38 ± 0.29	0.36
6	903.6 ± 1.3	18.5 ± 1.3	-2.6 ± 0.8	-7.47 ± 0.70	-3.41 ± 0.26	0.39
όλες	899.2 ± 0.4	10.7 ± 0.4	-9.0 ± 0.3	-7.82 ± 0.29	-2.56 ± 0.12	0.42
b	898.2 ± 3.6	6.6 ± 1.6	-7.7 ± 1.6	-8.97 ± 1.24	-2.54 ± 0.52	0.27

Επιπλέον, οι δύο Πίνακες 4.2 και 4.3 περιλαμβάνουν αντίστοιχα αποτελέσματα από εφαρμογή της μεθόδου της δέσμης με αυτοβαθμονόμηση χωρίς την χρήση φωτοσταθερών (σειρά *b*). Έτσι τα αποτελέσματα από βαθμονομήσεις μέσω σημείων φυγής είναι δυνατόν να συγκριθούν με εκείνα από μια μέθοδο η οποία επίσης δεν εμπλέκει εξωτερική πληροφορία. Οι συνορθώσεις δέσμης πραγματοποιήθηκαν και σε αυτή την περίπτωση με το λογισμικό *Basta* του Εργαστηρίου Φωτογραμμετρίας (Καλησπεράκης και Τζάκος, 2001). Για την ομάδα I, το μπλοκ περιλαμβάνει 5 συγκλίνουσες επικαλυπτόμενες εικόνες, που είχαν ληφθεί παλαιότερα με την ίδια μηχανή και απεικονίζουν διαφορετικό αντικείμενο με σημαντική διαφορά βάθους (Σχ. 4.10). Μάλιστα στην περίπτωση αυτή ήταν διαθέσιμα και τεχνητά φωτοσταθερά, μετρημένα γεωδαιτικά με υψηλή ακρίβεια. Γιά λόγους σύγκρισης, στον Πίνακα 4.2 έχουν συμπεριληφθεί λοιπόν και αποτελέσματα από βαθμονόμηση με την μέθοδο της δέσμης και χρήση φωτοσταθερών (σειρά *B* του Πίνακα 4.2). Παρατηρώντας τις σειρές *b* και *B* του Πίνακα 4.2 – οι οποίες αφορούν λύσεις με τα ίδια ακριβώς σημεία – επισημαίνει κανείς την σημαντικά υψηλότερη αβεβαιότητα στον εντοπισμό του πρωτεύοντος σημείου όταν δεν χρησιμοποιούνται φωτοσταθερά, αλλά και τις διαφορές στην εκτιμώμενη θέση του.

Στην περίπτωση της ομάδας II το μπλοκ αποτελείται από 8 επικαλυπτόμενες εικόνες του ίδιου 3D αντικειμένου (Σχ. 4.11), ορισμένες από τις οποίες χρησιμοποιήθηκαν και στην βαθμονόμηση με σημεία φυγής. Στην συνόρθωση με την μέθοδο της δέσμης δεν χρησιμοποιήθηκαν φωτοσταθερά (σειρά *b* του Πίνακα 4.3).



Σχήμα 4.10. Οι 5 εικόνες από την μηχανή I που συμμετείχαν στην συνόρθωση δέσμης.



Σχήμα 4.11. Οι 8 εικόνες από την μηχανή II που συμμετείχαν στην συνόρθωση δέσμης.

Τα περισσότερα από τα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν στο πρώτο μπλοκ ήταν προσημασμένα, γεγονός που δικαιολογεί τις μικρές τιμές του τυπικού σφάλματος σ_0 της συνόρθωσης (± 0.13 pixel) σε σχέση με το δεύτερο μπλοκ (± 0.27 pixel), όπου συμμετείχαν μόνο φυσικά σημεία. Πρέπει, ακόμα, να επισημανθούν οι σχετικά υψηλές τιμές του σ_0 (0.4 – 0.6 pixel) που εμφανίζονται στους Πίνακες 4.2 και 4.3 για τις βαθμονομήσεις μέσω σημείων φυγής. Αυτές αποδίδονται κατά κύριο λόγο στο κατώφλι που χρησιμοποιήθηκε για να εκτιμήσει ο αλγόριθμος εάν δυο ευθύγραμμα τμήματα είναι πράγματι συνευθειακά ώστε να τα συνενώσει (με τις αρχικές ακμές η τιμή του σ_0 ήταν περίπου στο μισό). Το βήμα αυτό όμως είναι απαραίτητο προκειμένου να σχηματιστούν

μεγάλα, κατά το δυνατόν, ευθύγραμμα τμήματα.

4.4.3.1 Σταθερά μηχανής και ακτινική διαστροφή φακού

Όσον αφορά ειδικότερα την σταθερά c της μηχανής, από τους Πίνακες 4.2 και 4.3 συνάγεται μια ιδιαίτερα ικανοποιητική συμφωνία μεταξύ των δύο μεθόδων. Σε σχέση με την συνόρθωση δέσμης, η τιμή του c που προκύπτει από την ενιαία βαθμονόμηση όλων των εικόνων μέσω σημείων φυγής εμφανίζει διαφορές που δεν υπερβαίνουν την μια εικονοψηφίδα (διαφορά 0.05% για την μηχανή I και 0.1% για την μηχανή II).

Από την μεριά τους, οι τιμές του c από τις λύσεις μεμονωμένων εικόνων βάσει σημείων φυγής δεν διαφέρουν πέραν του 0.6% από τα αποτελέσματα της κοινής συνόρθωσης και της μεθόδου της δέσμης – με μία εξαίρεση που αφορά την εικόνα 3 της ομάδας II. Στην περίπτωση της η διαφορά είναι 1.1%. Στον Πίνακα 4.3 παρατηρείται ότι η συγκεκριμένη εικόνα παρουσιάζει επίσης τα μεγαλύτερα τυπικά σφάλματα για όλες ανεξαιρέτως τις τιμές των παραμέτρων, χωρίς όμως αυτό να οφείλεται στο σ_0 της συνόρθωσης που δεν είναι το μεγαλύτερο. Συνεπώς, η εικόνα αυτή αντιπροσωπεύει την σχετικά πιο “αδύνατη” γεωμετρία. Αυτό θα μπορούσε ίσως να αποδοθεί στο γεγονός ότι η εικόνα αυτή έχει ληφθεί με μεγάλη στροφή ($\sim 30^\circ$) περί τον άξονα της μηχανής, πράγμα που, όπως δείχνει η σύγκριση με τις υπόλοιπες εικόνες, ενδεχομένως μειώνει την διαθέσιμη πληροφορία σε μια τουλάχιστον διεύθυνση του χώρου.

Γενικά, θα έλεγε κανείς ότι, σε ό,τι αφορά την σταθερά c της μηχανής, η βαθμονόμηση μέσω σημείων φυγής με συμμετοχή περισσότερων εικόνων έδωσε αποτελέσματα πρακτικά ισοδύναμα (διαφορές $\leq 1\%$) προς εκείνα από συνόρθωση δέσμης τόσο με την χρήση φωτοσταθερών όσο και χωρίς αυτήν. Τα αποτελέσματα από μεμονωμένες εικόνες εμφανίζουν, κατά περίπτωση, μεγαλύτερες αποκλίσεις (περί το 5‰, με την εξαίρεση που προαναφέρθηκε).

Είναι, όμως, γνωστό ότι σε μια βαθμονόμηση μηχανής η σταθερά c της μηχανής ενσωματώνει και τον πρώτο (γραμμικό) όρο k_0r του πολυωνύμου της ακτινικής διαστροφής Δr . Άρα υπάρχουν πολλοί προβολικά ισοδύναμοι συνδυασμοί σταθεράς μηχανής και πλήρους πολυωνύμου διαστροφής, οι οποίοι δηλαδή περιγράφουν την ίδια ακριβώς γεωμετρία μηχανής (κεντρική προβολή + μοντελοποιημένες αποκλίσεις από αυτήν). Προκειμένου να είναι δυνατή η άμεση σύγκριση καμπυλών ακτινικής διαστροφής από διαφορετικές λύσεις, αυτές πρέπει να βαθμονομηθούν (κανονικοποιηθούν). Ο μετασχηματισμός τους είναι δυνατόν να πραγματοποιείται με διαφορετικά κριτήρια (Finsterwalder and Hofmann, 1968).

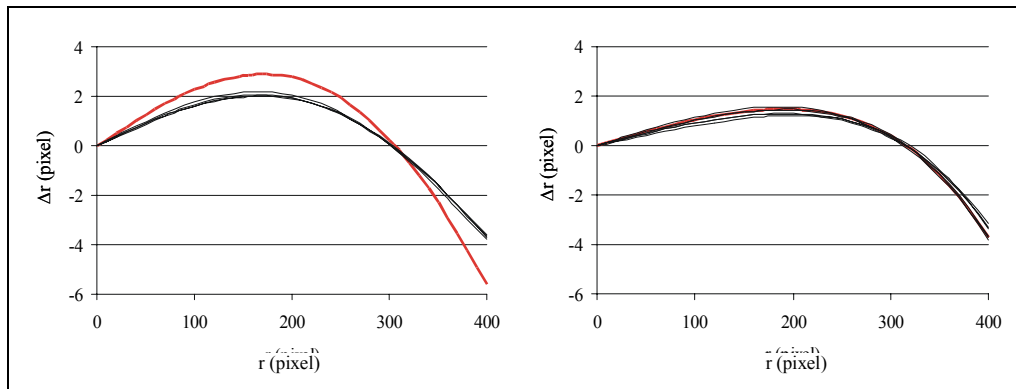
Αυτό έγινε εδώ, κατά τους Karras et al. (1998), με ελαχιστοποίηση μέσω ολοκλήρωσης του αθροίσματος των τετραγώνων των τιμών της διαστροφής έως την ακτινική απόσταση $r_{\max} = 400$. Οι Πίνακες 4.4 και 4.5 εμφανίζουν τους τρεις συντελεστές του νέου πολυωνύμου $\Delta r = k_0r + k_1r^3 + k_2r^5$, μαζί με τις αντίστοιχες βαθμονομημένες τιμές c_{cal} της σταθεράς της μηχανής:

$$c_{\text{cal}} = \frac{c}{1 + k_0} \quad (5.7)$$

Οι βαθμονομημένες καμπύλες για τις δύο ομάδες εικόνων φαίνονται στο Σχ. 4.12.

Πίνακας 4.4. Μετασχηματισμένοι συντελεστές ακτινικής διαστροφής και αντίστοιχη σταθερά μηχανής c_{cal} – ομάδα I				
εικόνες	c_{cal} (pix)	$k_0 (\times 10^{-2})$	$k_1 (\times 10^{-7} \text{ pix}^{-2})$	$k_2 (\times 10^{-13} \text{ pix}^{-4})$
1	782.6	2.031	-2.733	5.457
2	776.4	1.807	-2.298	3.682
3	776.9	1.857	-2.414	4.240
4	783.3	1.908	-2.560	5.052
όλες	780.3	1.878	-2.463	4.474
<i>b</i>	775.4	2.573	-3.127	4.004
<i>B</i>	774.6	2.618	-3.145	3.759

Πίνακας 4.5. Μετασχηματισμένοι συντελεστές ακτινικής διαστροφής και αντίστοιχη σταθερά μηχανής c_{cal} – ομάδα II				
εικόνες	c_{cal} (pix)	$k_0 (\times 10^{-2})$	$k_1 (\times 10^{-8} \text{ pix}^{-2})$	$k_2 (\times 10^{-13} \text{ pix}^{-4})$
1	887.3	1.002	-8.563	-1.624
2	887.4	1.118	-8.929	-2.353
3	896.9	1.254	-11.455	-1.373
4	892.7	0.843	-4.264	-3.936
5	893.7	0.990	-7.594	-2.356
6	893.9	1.083	-7.389	-3.373
όλες	890.0	1.024	-7.740	-2.534
<i>b</i>	888.2	1.130	-8.867	-2.512



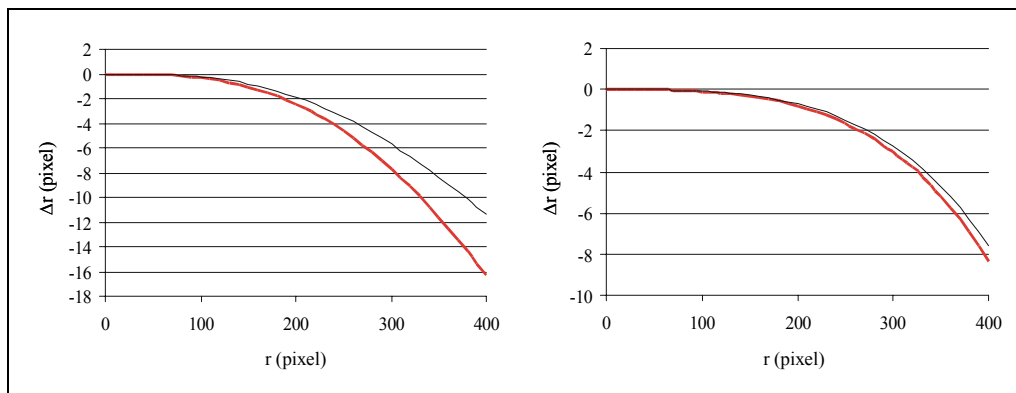
Σχήμα 4.12. Κανονικοποιημένες καμπύλες ακτινικής διαστροφής από βαθμονομήσεις με μεμονωμένες εικόνες μέσω σημείων φυγής (μαύρες γραμμές) και από πολυεικονική αυτοβαθμονόμηση με συνόρθωση δέσμης (κόκκινη γραμμή). Αριστερά: μηχανή I. Δεξιά: μηχανή II.

Από τους Πίνακες 4.4 και 4.5, συγκρινόμενους με τους Πίνακες 4.2 και 4.3, φαίνεται κατ' αρχάς ότι τα αποτελέσματα για την σταθερά της μηχανής από μεμονωμένες εικόνες μέσω σημείων φυγής παρουσιάζουν τελικά μεγαλύτερη συνοχή (όλες οι διαφορές τους είναι πλέον $< 1\%$). Ειδικότερα για την μηχανή II, η διαφορά της τιμής του c που προέκυψε από κοινή συνόρθωση όλων των εικόνων από την λύση με την μέθοδο της δέσμης εμφανίζεται τελικά κάπως μεγαλύτερη από προηγουμένως (0.2%), αλλά παραμένει ικανοποιητική. Ακόμα, έχει μειωθεί ελαφρώς και η διαφορά του αποτελέσματος που έδωσε η εικόνα 3 από την τιμή της μεθόδου της δέσμης ($< 1\%$). Αυτή η γενική συμφωνία των τιμών του c μεταξύ των Πινάκων 4.3 και 4.5 οφείλεται ακριβώς στο ότι

και οι δύο μέθοδοι έχουν εκτιμήσει με τρόπο σχεδόν ταυτόσημο την ακτινική διαστροφή του φακού. Πράγματι, παρατηρώντας το Σχ. 4.12 (δεξιά) διακρίνει κανείς πως οι καμπύλες ακτινικής διαστροφής από μεμονωμένες εικόνες πρακτικά συμπίπτουν (η μέγιστη διαφορά στα άκρα της εικόνας δεν ξεπερνά τα 0.7 pixel), αλλά και κυρίως ότι ουσιαστικά υπάρχει ταύτιση και με την καμπύλη από την συνόρθωση δέσμης.

Τα πράγματα είναι διαφορετικά στην περίπτωση της μηχανής I. Είναι εμφανές από το Σχήμα 4.12 (αριστερά) ότι η χρήση σημείων φυγής σε μεμονωμένες εικόνες έδωσε σχεδόν ταυτόσημες καμπύλες (μέγιστη διαφορά 0.2 pixel). Ωστόσο, οι καμπύλες αυτές φαίνονται σαφώς ότι υποτιμούν συστηματικά την διαστροφή συγκρινόμενες με εκείνες από την μέθοδο της δέσμης, με μέγιστες διαφορές που στις βαθμονομημένες καμπύλες φθάνουν τα 2 pixel στα άκρα της εικόνας. Αυτή η διαφορά αντανακλάται και στις βαθμονομημένες τιμές c_{cal} της σταθεράς της μηχανής. Φαίνεται, έτσι, στον Πίνακα 4.4 πως τα αποτελέσματα από τις λύσεις με σημεία φυγής υπερτιμούν συστηματικά την τιμή της σταθεράς της μηχανής, με αποτέλεσμα πχ. η τιμή από την κοινή βαθμονόμηση να διαφέρει κατά 0.7% από εκείνη από συνόρθωση δέσμης.

Διαπιστώνει, λοιπόν, κανείς ότι τα αρχικά αποτελέσματα βαθμονόμησης της ομάδας I (Πίνακας 4.2) έδωσαν τιμές για την σταθερά της μηχανής που σχεδόν ταυτίζονται με εκείνα από την μέθοδο της δέσμης, ωστόσο οι αρχικές καμπύλες ακτινικής διαστροφής απέχουν σημαντικά, όπως φαίνεται στο Σχ. 4.13 (αριστερά). Οι πραγματικές διαφορές μπορούν να αξιολογηθούν καλύτερα με βάση τις βαθμονομημένες τιμές του Πίνακα 4.4 σε συνδυασμό με την καμπύλη του Σχ. 4.12 (αριστερά). Αντίθετα, τέτοιο πρόβλημα δεν εμφανίστηκε στην ομάδα II, όπου όχι μόνο οι τιμές για το c αλλά και οι καμπύλες της διαστροφής βρίσκονταν εξ αρχής πολύ κοντά (βλ. Σχ. 4.13, δεξιά).



Σχήμα 4.13. Αρχικές καμπύλες ακτινικής διαστροφής από την κοινή βαθμονόμηση όλων των εικόνων μέσω σημείων φυγής (μαύρη γραμμή) και από την πολυεικονική αυτοβαθμονόμηση με συνόρθωση δέσμης (κόκκινη γραμμή). Αριστερά: μηχανή I. Δεξιά: μηχανή II.

Η διαφορά στην εκτίμηση της ακτινικής διαστροφής του φακού μέσω σημείων φυγής στην περίπτωση της ομάδας I οφείλεται πιθανότατα στην σχετικά δυσμενή κατανομή ευθειών στις εικόνες αυτές, καθώς καταλαμβάνουν μάλλον περιορισμένο εύρος τους (σε σχέση και με εκείνες της ομάδας II). Πάντως θα άξιζε να τονιστεί μια μάλλον εγγενής αδυναμία της συγκεκριμένης μεθόδου, αφού κατ' αρχήν δεν είναι δυνατόν μια εικόνα να εμφανίζει ισχυρή προοπτική και ταυτόχρονα ευθείες σχετικά μεγάλου μήκους κοντά στα άκρα της. Επιπλέον, οι αυτόματες τεχνικές όπως η εξεταζόμενη εδώ γενικά

δεν αναμένεται να εξάγουν ευθύγραμμα τμήματα εξίσου μεγάλα σε μήκος όσο θα συνέβαινε στην περίπτωση συλλογής από ανθρώπινο παρατηρητή.

4.4.3.2 Πρωτεύον σημείο της εικόνας

Όπως έχει ήδη επισημανθεί (βλ. ενότητα 4.4.1), η ακρίβεια προσδιορισμού της θέσης (x_0, y_0) του πρωτεύοντος σημείου είναι μικρότερη στην διεύθυνση την κάθετη σε εκείνη του σημείου φυγής με την πιο αδύνατη γεωμετρία. Έτσι, στους Πίνακες 4.2 και 4.3 η εικονοσυντεταγμένη x_0 εμφανίζει σε όλες τις λύσεις από μεμονωμένες εικόνες τυπικό σφάλμα μεγαλύτερο εκείνου του y_0 , αφού το σημείο φυγής της κατακόρυφης διεύθυνσης του χώρου βρίσκεται μακριά από το κέντρο της εικόνας στην διεύθυνση του άξονα y . Εξαίρεση αποτελούν οι δύο πρώτες εικόνες της ομάδας II που έχουν ληφθεί με παρόμοια γεωμετρία, αλλά και στροφή 90° περί τον άξονα της μηχανής. Σε αυτές ειδικά τις δύο εικόνες η εικονοσυντεταγμένη y_0 υπόκειται σε μεγαλύτερη αβεβαιότητα.

Επιπλέον, στους Πίνακες 4.2 και 4.3 εμφανίζονται σημαντικές διαφορές στην θέση του πρωτεύοντος σημείου, που μάλιστα φθάνουν μέχρι και 15 pixel. Αλλά τέτοιες διαφορές ορισμένων εικονοψηφίδων στον εντοπισμό του πρωτεύοντος σημείου εικόνων είναι γενικά αναμενόμενες, αφού προκύπτουν τόσο σε επιλύσεις με σημεία φυγής (Wang and Tsai, 1990) όσο και σε άλλες, κατ' αρχήν ακριβέστερες, μεθόδους βαθμονόμησης (Lenz and Tsai, 1988), συμπεριλαμβανόμενης της μεθόδου της δέσμης, όπως μαρτυρούν και οι διαφορές στις σειρές b και B του Πίνακα 4.2. Ο Stein (1995), έτσι, αναμένει ακρίβεια 0.15% στην σταθερά c της μηχανής και ορισμένων pixel στην θέση του πρωτεύοντος σημείου. Γενικεύοντας, οι Ruiz et al. (2002) επισημαίνουν ότι όταν χρησιμοποιούνται έγκυροι αλγόριθμοι βαθμονόμησης σε διαφορετικά μπλοκ εικόνων από την ίδια μηχανή, η σταθερά c της μηχανής γενικά επιδεικνύει αποδεκτή σταθερότητα αλλά η θέση του πρωτεύοντος σημείου εκτιμάται με μεγάλη διασπορά.

Μάλιστα οι Zhang et al. (1996) έδειξαν πειραματικά, και επιχείρησαν να ερμηνέυσουν θεωρητικά, ότι σε μία διαδικασία αυτοβαθμονόμησης είναι πολύ δύσκολο να εκτιμήσει κανείς με ακρίβεια τις συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου μηχανών (βλ. και Faugeras et al., 2001). Θεωρούν, όμως, ότι στην πράξη διακυμάνσεις έως ακόμα και μερικές δεκάδες εικονοψηφίδες στην θέση του πρωτεύοντος σημείου δεν επηρεάζουν σημαντικά την 3D ανακατασκευή του χώρου. Στην πραγματικότητα, εκτιμούν οι ίδιοι, το ότι η αβεβαιότητα του πρωτεύοντος σημείου δεν επηρεάζει σημαντικά την 3D ανακατασκευή είναι ακριβώς κύριος λόγος που καθιστά δύσκολο τον εντοπισμό του. Πρέπει, πάντως, να επισημάνει κανείς ότι η παρατήρηση αυτή ισχύει βέβαια μέσα σε κάποια όρια, που κυρίως αφορούν το ανάγλυφο του προς ανακατασκευή χώρου.

•

Έχει ήδη επισημανθεί πως η αξιολόγηση αποτελεσμάτων βαθμονόμησης από διαφορετικές μεθόδους – ή ακόμα και με διαφορετικά δεδομένα – δεν είναι εύκολο να γίνει με απλή σύγκριση των τιμών των παραμέτρων. Έτσι, ακόμα και όταν διατίθενται δεδομένα βαθμονόμησης από άλλες μεθόδους, η άμεση σύγκριση δεν οδηγεί σε απόλυτα συμπεράσματα λόγω των μεταξύ τους συσχετίσεων. Ακόμα, όπως προκύπτει από τα προηγηθέντα, ένα μέρος των σφαλμάτων μπορεί να “απορροφάται” στον εξωτερικό προσανατολισμό των εικόνων και, συνεπώς, τελικά να μην αντανakλάται στην 3D ανακατασκευή. Για τον λόγο αυτό, πραγματοποιήθηκε εδώ αξιολόγηση των απο-

τελεσμάτων και βάσει της 3D ανακατασκευής του χώρου, ως ένα πρόσθετο “αντικειμενικότερο” κριτήριο αξιολόγησης. Κατά μία έννοια, μπορεί να θεωρηθεί ότι έτσι εξασφαλίζεται η “αληθής εξωτερική πληροφορία” (ground truth), της οποίας η έλλειψη είναι όντως πρόβλημα όταν θελήσει κανείς να αξιολογήσει ποσοτικά την απόδοση μεθόδων βαθμονόμησης με πραγματικές εικόνες (Swaminathan and Nayar, 2000).

4.4.3.3 Αξιολόγηση μεθόδου βαθμονόμησης μέσω 3D ανακατασκευής

Προκειμένου, λοιπόν, να αξιολογηθούν οι αποκλίσεις μεταξύ των αποτελεσμάτων βαθμονόμησης ως προς την επίπτωσή τους στον χώρο, χρησιμοποιήθηκαν οι 3D συντεταγμένες των σημείων που είχαν προκύψει από την εφαρμογή της μεθόδου της δέσμης με αυτοβαθμονόμηση χωρίς φωτοσταθερά στα δύο μπλοκ εικόνων (τα οποία έχουν παρουσιαστεί στα Σχ. 4.10 και 4.11). Μετά από αναγωγή τους σε πραγματική κλίμακα, τα σημεία αυτά αποτέλεσαν το σημειοσύνολο αναφοράς. Με αυτό το σημειοσύνολο συγκρίθηκαν όλα τα σημειοσύνολα που ανακατασκευάστηκαν από συνορθώσεις δέσμης των ίδιων μπλοκ, στις οποίες χρησιμοποιήθηκαν διαδοχικά ως σταθερός εσωτερικός προσανατολισμός τα αποτελέσματα των βαθμονομήσεων μέσω σημείων φυγής από τις μεμονωμένες εικόνες, και ακόμα οι τιμές της βαθμονόμησης μέσω σημείων φυγής με συμμετοχή όλων των εικόνων. Κατά συνέπεια, αφού πρόκειται για τα ίδια μπλοκ εικόνων και ίδιες ακριβώς μετρήσεις εικονοσημείων, οι οποίες διαφορές στην 3D ανακατασκευή των σημειοσυνόλων αποδίδονται αποκλειστικά στις διαφορές των εσωτερικών προσανατολισμών.

Τα τυπικά σφάλματα (σ_{xyz}) που προέκυψαν από 3D μετασχηματισμούς ομοιότητας μεταξύ όλων των σημειοσυνόλων από συνόρθωση δέσμης με δεσμευμένο εσωτερικό προσανατολισμό (για όλες τις περιπτώσεις των μηχανών I και II) και των σημειοσυνόλων αναφοράς από συνορθώσεις δέσμης με αυτοβαθμονόμηση χωρίς φωτοσταθερά έχουν συγκεντρωθεί στον Πίνακα 4.6 (στήλες *b*). Για είναι συγκρίσιμες και καλύτερα ερμηνεύσιμες, οι τιμές αυτές έχουν αναχθεί στο επίπεδο της εικόνας μέσω της μέσης κλίμακας του αντίστοιχου μπλοκ.

Πίνακας 4.6. Ακρίβεια 3D ανακατασκευής ως προς μοντέλα από συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση χωρίς φωτοσταθερά (<i>b</i>) και ως προς γεωδαιτικά μετρημένα φωτοσταθερά (<i>g</i>)			
	Ομάδα I (<i>g</i>)	Ομάδα I (<i>b</i>)	Ομάδα II (<i>b</i>)
δεδομένα βαθμονόμησης	σ_{xyz} (pixel)	σ_{xyz} (pixel)	σ_{xyz} (pixel)
από εικόνα 1	0.4	0.4	0.6
από εικόνα 2	0.4	0.4	0.4
από εικόνα 3	0.4	0.4	0.8
από εικόνα 4	0.5	0.6	0.7
από εικόνα 5	—	—	0.8
από εικόνα 6	—	—	1.0
από όλες τις εικόνες	0.4	0.5	0.3
από αυτοβαθμονόμηση (<i>b</i>)	0.2	—	—

Τέλος, αφού στο μπλοκ της μηχανής I οι 3D συντεταγμένες των σημείων του χώρου ήταν γνωστές με υψηλή ακρίβεια, στην περίπτωση αυτή τα ανακατασκευασμένα σημειοσύνολα από την συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση (*b*) όσο και τις συνορθώσεις δέσμης με δεσμευμένους εσωτερικούς προσανατολισμούς συγκρίθηκαν και

με τις γνωστές γεωδαιτικές συντεταγμένες (στήλη g στον Πίνακα 4.6). Σημειώνεται ότι τα αντικείμενα και των δύο μπλοκ εμφανίζουν αρκετές μεταβολές αναγλύφου, γεγονός που προφανώς έχει σημασία όταν ελέγχει κανείς επιδράσεις αποτελεσμάτων βαθμονόμησης.

Αυτές οι διαφορές στην ανακατασκευή του χώρου, όπως εκφράζονται στις τιμές σ_{XYZ} του Πίνακα 4.6, οφείλονται στις διαφορές των αποτελεσμάτων βαθμονόμησης. Έτσι, δεδομένα βαθμονόμησης που προέκυψαν αυτόματα από σημεία φυγής σε μεμονωμένες εικόνες – δηλαδή χωρίς χρήση μετρητικής πληροφορίας, πχ. φωτοσταθερών – επέτρεψαν να πραγματοποιηθούν 3D μετρήσεις με ακρίβεια όχι κατώτερη από 1 pixel. Μάλιστα, στην περίπτωση της μηχανής I η ανακατασκευή αφορά αντικείμενο εντελώς διαφορετικό από εκείνο μέσω του οποίου έγιναν οι βαθμονομήσεις, ενώ η ακρίβεια επιβεβαιώθηκε και με σύγκριση με γεωδαιτικές μετρήσεις. Στις δύο περιπτώσεις που εξετάστηκαν, η κοινή βαθμονόμηση βάσει σημείων φυγής από όλες τις εικόνες επέτρεψε ακόμα υψηλότερη ακρίβεια ανακατασκευής ($\frac{1}{2}$ pixel). Τελικά, οι πρακτικοί αυτοί έλεγχοι υποδεικνύουν ότι η συγκεκριμένη μέθοδος αυτόματης βαθμονόμησης μέσω σημείων φυγής μπορεί κατ' αρχήν να παρέχει ικανοποιητικά αποτελέσματα από μάλλον τυπικές επίγειες λήψεις, τα οποία μπορούν να αξιοποιηθούν όχι μόνο ως προσεγγιστικές τιμές αλλά και ως γνωστά δεδομένα βαθμονόμησης, τουλάχιστον σε εφαρμογές όπου δεν απαιτείται η υψηλότερη δυνατή ακρίβεια.

4.5 Σχολιασμός

Στο παρόν Κεφάλαιο παρουσιάστηκε η ανάπτυξη και αξιολόγηση μιάς αυτόματης μεθόδου για την βαθμονόμηση μηχανής από μεμονωμένες λήψεις με τρία σημεία φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων του χώρου. Ιδιαίτερο χαρακτηριστικό της προσέγγισης είναι ότι, βάσει και όσων εκτέθηκαν στο προηγούμενο Κεφάλαιο, τα πρωτεύοντα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού (c , x_0 , y_0), οι δυο συντελεστές του πολυωνύμου της συμμετρικής ακτινικής διαστροφής του φακού (k_1 , k_2) καθώς και όλα τα σημεία φυγής εκτιμώνται σε ενιαία επαναληπτική συνόρθωση όλων των εικονοσημείων που ανήκουν σε ευθείες συντρέχουσες στα τρία κύρια σημεία φυγής της απεικονιζόμενης σκηνής. Χαρακτηριστικό, επίσης, του αλγορίθμου είναι ότι προσφέρεται και για ενιαία συνόρθωση περισσότερων εικόνων με δύο ή τρία σημεία φυγής (όπως συνέβη σε αυτό και στο προηγούμενο Κεφάλαιο) ή και συνδυασμών τους.

Η εξαγωγή ευθύγραμμων τμημάτων καθώς και η ομαδοποίησή τους ανά σημείο φυγής (δηλαδή ανά διεύθυνση του χώρου) πραγματοποιείται με τρόπο πλήρως αυτόματο βάσει μιας βελτιωμένης παραλλαγής της προσέγγισης του Rother (2000). Οι ακμές συνενώνονται εκ νέου μετά από την αρχική εκτίμηση της διαστροφής του φακού, οπότε πλέον και συνδέονται ανεξάρτητα τμήματα βάσει ενός κατωφλίου συνευθειακότητας. Η αξιολόγηση έναντι αποτελεσμάτων από συνορθώσεις δέσμης με διαφορετικές εικόνες, αλλά και γεωδαιτικών μετρήσεων, έδειξαν ότι η μέθοδος είναι κατά βάση σε θέση να παράσχει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Κατά τα άλλα, ισχύουν σε γενικές γραμμές και εδώ όσα αναφέρθηκαν ως σχολιασμός του προηγούμενου Κεφαλαίου (ενότητα 3.8). Προφανώς, απαιτούνται περαιτέρω δεδομένα και από άλλες εικόνες, όσο και πειραματισμός με τα χρησιμοποιούμενα κατώφλια της αυτόματης διαδικασίας, για μια οριστικότερη αξιολόγηση της μεθόδου. Ε-

πιπλέον, η προσέγγιση αυτή υπόκειται βέβαια σε όλους του περιορισμούς που υπάρχουν όταν εργάζεται κανείς με σημεία φυγής, δηλαδή η ακρίβεια εξαρτάται όχι μόνο από τον θόρυβο των μετρήσεων ή πιθανές αποκλίσεις των διευθύνσεων του χώρου από την ορθογωνικότητα, αλλά και από την κατανομή των ευθύγραμμων στοιχείων στις εικόνες, το μήκος τους καθώς και την συγκεκριμένη προοπτική παραμόρφωση της απεικονιζόμενης σκηνής. Όλα αυτά συνιστούν ενδιαφέροντα πεδία μελλοντικής έρευνας.

Κεφάλαιο 5

Αφινική ανακατασκευή επιπέδων από ένα σημείο φυγής

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται κατ' αρχάς αναφορά στην μέθοδο προβολικής αναγωγής της εικόνας επίπεδου αντικειμένου από δύο σημεία φυγής κάθετων διευθύνσεων του χώρου (κατά Liebowitz). Στην συνέχεια αναπτύσσεται η γεωμετρία και οι εξισώσεις που επιτρέπουν αφινική επανασύσταση της εικόνας μέσω ενός μόνο σημείου φυγής, υπό την παραδοχή συγκεκριμένων γεωμετριών λήψης που περιλαμβάνουν τις περιπτώσεις εικόνων α) μετωπικών, β) πλάγιων με οριζόντια ευθεία φυγής, γ) με τυχαία γεωμετρία λήψης. Η μέθοδος εφαρμόζεται εδώ και αξιολογείται στην μέτρηση της ταχύτητας οχημάτων από διαδοχικές εικόνες ψηφιακών λήψεων βίντεο. Μοναδική εξωτερική πληροφορία που αξιοποιείται είναι ένα γνωστό μήκος στην διεύθυνση του άξονα του δρόμου. Παράλληλα, περιγράφεται αλγόριθμος αυτόματου εντοπισμού και ιχνηλασίας (tracking) κινούμενων οχημάτων σε αφινικά ανηγμένες εικόνες με σκοπό τον υπολογισμό της ταχύτητάς τους. Τα αποτελέσματα των αυτόματων μετρήσεων (μέση τιμή και τυπική απόκλιση ταχύτητας) συγκρίνονται με τα αντίστοιχα από χειρωνακτικές μετρήσεις σε εικόνες ανηγμένες προβολικά βάσει φωτοσταθερών. Περιγράφεται, τέλος, η επέκταση του αλγορίθμου ώστε να συμπεριλάβει αυτόματες τεχνικές για την ανίχνευση της σκιάς κινούμενων αντικειμένων.

Εισαγωγικά

Οι γεωμετρικές πληροφορίες που εξήχθησαν στα προηγούμενα κεφάλαια της διατριβής από μεμονωμένες εικόνες αφορούσαν αποκλειστικά την γεωμετρία της μηχανής (εσωτερικός προσανατολισμός). Είναι προφανές όμως ότι, ακόμα και με μόνο μετρητικό δεδομένο τον εσωτερικό προσανατολισμό της εικόνας, είναι δυνατόν να προχωρήσει κανείς και στην φάση της μονοεικονικής 3D ανακατασκευής του αντικειμένου σε σύστημα αυθαίρετου προσανατολισμού και κλίμακας – προφανώς υπό την προϋπόθεση ότι πρόκειται για αντικείμενο κανονικής γεωμετρίας (ιδίως επίπεδο ή πολυεδρικού τύπου, με ορθογώνιες και παράλληλες ευθείες και επίπεδα). Ορίζοντας, για παράδειγμα, τις διευθύνσεις X , Y και Z του χώρου βάσει των σημείων φυγής, μπορεί να βρει κανείς τον πίνακα στροφής της εικόνας στο σύστημα αυτό, καθώς και την θέση του σημείου λήψης ως προς αυθαίρετη αρχή (πχ. το ναδίρ της εικόνας σε επίπεδο οριζόμενο ως $Z = 0$). Αυτό επιτρέπει μετρική αναγωγή 2D αντικειμένων σε αυθαίρετη κλίμακα (Καρράς και Πέτσα, 1992) αλλά – κατ' αρχήν τουλάχιστον – και 3D ανακατασκευή. Στην τελευταία περίπτωση η ανακατασκευή βασίζεται, γενικά, στο ότι σημεία που ανήκουν σε ευθείες παράλληλες σε μια από τις τρεις βασικές διευθύνσεις X , Y , Z του χώρου έχουν δύο κοινές συντεταγμένες, ενώ σημεία επί επιπέδου παράλληλου σε κάποιο από τα τρία βασικά επίπεδα του συστήματος (XY , XZ ή YZ) έχουν μια κοι-

νή συντεταγμένη. Έτσι μπορούν να συνδεθούν επίπεδα μεταξύ τους, υπό τον όρο ότι στην εικόνα απεικονίζονται κοινά σημεία τους (Πατιάς και Καρράς, 1995, Parodi and Piccioli, 1996, Bräuer-Burchardt, 2001, Petsa et al., 2001, van den Heuvel, 2001).

Σε αντίθεση με τα προαναφερθέντα, το παρόν κεφάλαιο πραγματεύεται λιγότερο προφανείς περιπτώσεις, δηλαδή εκείνες όπου χρησιμοποιείται ένα μόνο σημείο φυγής. Έτσι, εκτίθεται η θεωρία και διατυπώνονται οι εξισώσεις που επιτρέπουν, με μόνο αυτό το δεδομένο και μία γνωστή διάσταση, να πραγματοποιείται αφινικός μετασχηματισμός επίπεδων αντικειμένων και, τελικά, μετρήσεις γραμμικών (1D) μεγεθών. Αυτή η προσέγγιση βασίζεται αποκλειστικά στην προβολική γεωμετρία, δηλαδή παρακάμπτεται εντελώς το ζήτημα του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής.

5.1 Αναγωγή επίπεδου αντικειμένου από δύο σημεία φυγής

Στο Κεφάλαιο 1 όσο και στην ενότητα 2.3 περιγράφηκε η μαθηματική σχέση που συνδέει τους συντελεστές του προβολικού μετασχηματισμού $\mathbf{H}$ (πίνακας αναγωγής $\mathbf{H}$) με τις συντεταγμένες δύο σημείων φυγής κάθετων διευθύνσεων, και επίσης οι γεωμετρικές ιδιότητες που δεσμεύουν την θέση του προβολικού κέντρου μιας εικόνας όταν είναι γνωστός ο προβολικός μετασχηματισμός που την συνδέει με επίπεδο του χώρου (από τον οποίο άλλωστε προκύπτει η θέση των σημείων φυγής). Η ενότητα αυτή αναλύει την μέθοδο για τον προσδιορισμό του προβολικού πίνακα $\mathbf{H}$ και τον γεωμετρικό μετασχηματισμό (επανασύσταση) της εικόνας επιπέδου με μοναδική πληροφορία τις συντεταγμένες δύο σημείων φυγής κάθετων διευθύνσεων του χώρου.

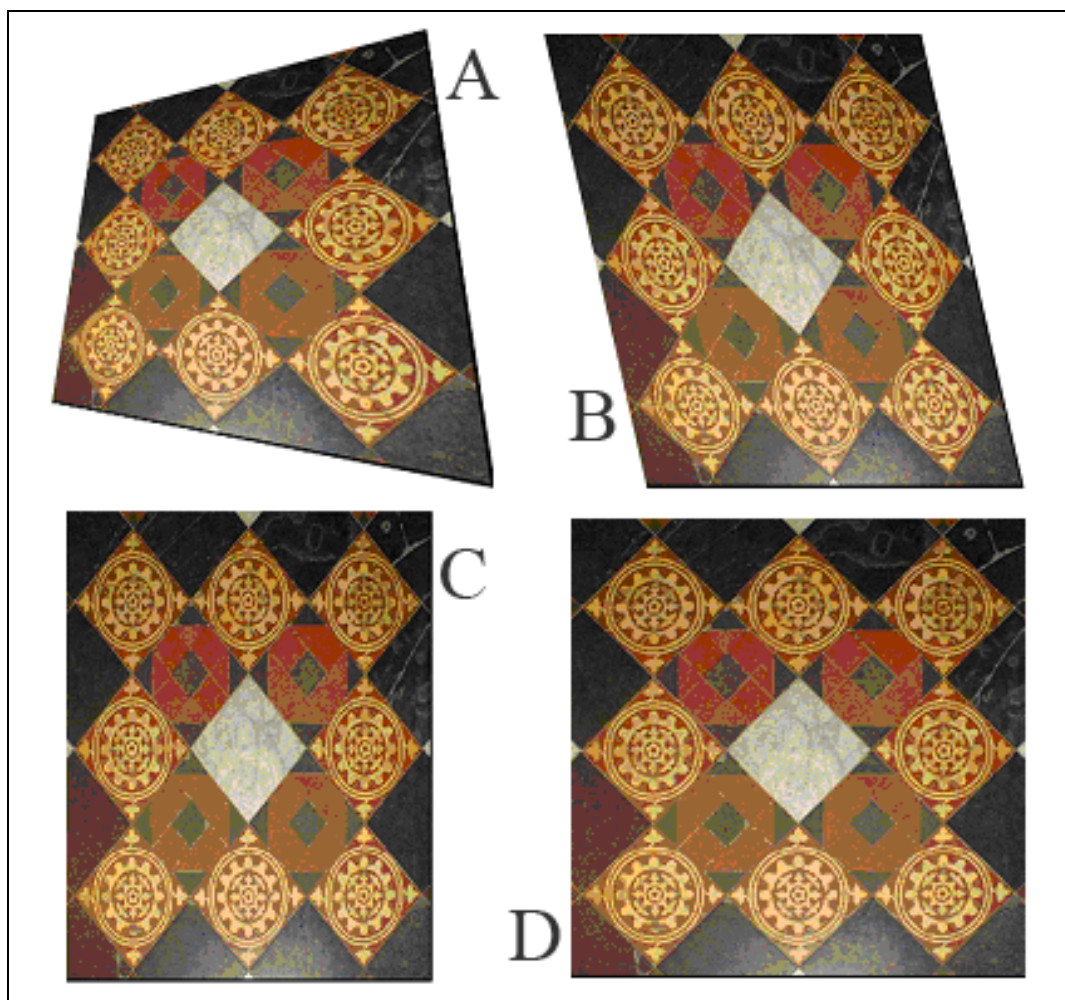
Σύμφωνα με τους Liebowitz et al. (1999) και Liebowitz (2001), ο προσδιορισμός της ευθείας του ορίζοντα (ευθεία φυγής) ενός επιπέδου στην εικόνα επιτρέπει να αποκατασταθούν οι αφινικές ιδιότητες της εικόνας αυτής. Δύο σημεία φυγής τυχαίων διευθύνσεων του επιπέδου του χώρου επαρκούν για να οριστεί η ευθεία του ορίζοντα στην εικόνα (ευθεία φυγής ή εικόνα της ευθείας του απείρου I_∞ του συγκεκριμένου επιπέδου). Ο προβολικός μετασχηματισμός (αναγωγή) που συνδέει τις συντεταγμένες μεταξύ εικόνας και επιπέδου καλείται, όπως έχει ήδη αναφερθεί, και ομογραφία, δίδεται δε από την ακόλουθη εξίσωση (Hartley and Zisserman, 2000):

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{X} \quad \acute{\eta} \quad \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ h_4 & h_5 & h_6 \\ h_7 & h_8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

όπου $\mathbf{H}$ πίνακας 3×3 με οκτώ συντελεστές, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, 1)^T$ ένα σημείο της εικόνας και $\mathbf{X} = (X_1, X_2, 1)^T$ το αντίστοιχο σημείο στο επίπεδο του χώρου. Το διάνυσμα $(h_7, h_8, 1)^T$ περιγράφει την ευθεία φυγής I_∞ του επιπέδου του χώρου και μπορεί να υπολογιστεί από το εξωτερικό γινόμενο των δύο σημείων φυγής. Γνώση της ευθείας αυτής επιτρέπει να εξαλειφθούν οι προοπτικές παραμορφώσεις της εικόνας και οδηγεί σε αφινική επανασύσταση (διόρθωση του λόγου των μηκών σε παράλληλες ευθείες – αποκατάσταση της παραλληλίας των διευθύνσεων). Σε περίπτωση όπου τα δύο σημεία φυγής αναφέρονται σε ορθογώνιες διευθύνσεις του επιπέδου του χώρου, είναι πλέον δυνατόν να αποκατασταθεί η ορθογωνικότητα των διευθύνσεων. Τέλος, η αποκατάσταση

των μετρητικών ιδιοτήτων της εικόνας (“μετρική ανακατασκευή”) μπορεί να επιτευχθεί εάν είναι γνωστός ένας λόγος μηκών στις δύο κάθετες διευθύνσεις.

Στο Σχ. 5.1 η αρχική προοπτικά παραμορφωμένη εικόνα A αποκαθίσταται αφινικά (B) με την βοήθεια της ευθείας φυγής που προσδιορίζεται από δύο τυχαία σημεία φυγής του επιπέδου. Στην περίπτωση αυτή η πεπερασμένη ευθεία φυγής του επιπέδου στην εικόνα μεταφέρεται στο άπειρο. Η παραλληλία των ευθειών έχει αποκατασταθεί, δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και με την καθετότητα των διευθύνσεων. Στην περίπτωση όπου τα δύο σημεία φυγής αφορούν κάθετες διευθύνσεις του επιπέδου του χώρου είναι δυνατή η ταυτόχρονη διόρθωση της ορθογωνικότητας (C). Η γνώση ενός λόγου μηκών στις δύο κάθετες διευθύνσεις επιτρέπει να επανασυσταθεί μετρητικά η εικόνα (αναγωγή), όπως φαίνεται στην περίπτωση (D), όπου πλέον η κλίμακα στους δύο κάθετους άξονες, και συνεπώς σε όλες τις διευθύνσεις στην εικόνα, είναι ενιαία.



Σχήμα 5.1. A: Αρχική εικόνα (προέρχεται από ιστοσελίδα του D. Liebowitz). B: Αφινική αποκατάσταση της εικόνας με μεταφορά της ευθείας φυγής l_{∞} στο άπειρο. C: Αποκατάσταση της καθετότητας των διευθύνσεων. D: Τελική μετρητική αποκατάσταση της εικόνας.

Αναλυτικότερα, κατά τους Liebowitz et al. (1999) και Liebowitz (2001) κάθε ομογρα-

φία μπορεί να θεωρηθεί ότι συγκροτείται από δύο επιμέρους μετασχηματισμούς, έναν “μετρητικό” (**M**) και έναν “μη μετρητικό” (**N**):

$$\mathbf{H} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{N} \quad (5.2)$$

Ο πίνακας **M** εκφράζει έναν μετασχηματισμό ομοιότητας που δίδεται από την σχέση:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

όπου **R** είναι ο πίνακας στροφής, **t** το διάνυσμα μετάθεσης και s η ισοτροπική κλίμακα. Ο πίνακας αυτός αντιπροσωπεύει τέσσερις βαθμούς ελευθερίας.

Το δεύτερο (“μη μετρητικό”) μέρος του **H** αναλύεται ως εξής:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} & -\frac{\alpha}{\beta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

με επίσης τέσσερις βαθμούς ελευθερίας.

Το μετρητικό μέρος (στροφή, μετάθεση και κλίμακα) μπορεί κατ’ αρχήν να αγνοηθεί κατά την αναγωγή ενός επιπέδου. Ο μετασχηματισμός ανάγεται άρα σε πρόβλημα τεσσάρων παραμέτρων, αφού πλέον απαιτείται μόνο η εύρεση του πίνακα **N** προκειμένου να επανασυσταθεί η εικόνα μετρητικά (= σωστή απεικόνιση σχημάτων).

Ο μετασχηματισμός **N** μπορεί να προσδιοριστεί απευθείας από την προβολή των “κυκλικών σημείων” (circular points) **I** και **J**, τα οποία κείνται επί της ευθείας του απείρου και έχουν συντεταγμένες $(1, \pm i, 0)^T$. Η απεικόνισή τους υπό την ομογραφία **H**⁻¹ (προβολικός μετασχηματισμός από τον χώρο στην εικόνα) δίδεται ως:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} = \mathbf{H}^{-1} \begin{pmatrix} 1, & i, & 0 \end{pmatrix}^T &= (\alpha - i\beta, & 1, & -l_2 - \alpha l_1 + i l_1 \beta)^T \\ \mathbf{J} &= \text{conj}(\mathbf{I}) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Προφανώς, η απεικόνιση των “κυκλικών σημείων” εξαρτάται μόνο από το μη μετρητικό μέρος **N** της ομογραφίας. Συνεπώς, μέσω του προσδιορισμού των σημείων **I** και **J** της εικόνας μπορούν να υπολογιστούν οι παράμετροι α, β, l_1, l_2 , δηλαδή ο πίνακας **N**.

Εναλλακτικά, ο πίνακας **N** μπορεί να προσδιοριστεί σε δύο στάδια βάσει της ανάλυσής του στους δύο επιμέρους πίνακες **A** (αφινικός μετασχηματισμός) και **P** (προβολικός μετασχηματισμός):

$$\mathbf{N} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P} \quad (5.6)$$

όπου

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} & -\frac{\alpha}{\beta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & 1 \end{bmatrix}$$

Το διάνυσμα $\mathbf{l}_\infty = (l_1, l_2, 1)^T$ είναι η ευθεία φυγής του επιπέδου του χώρου, δηλαδή η απεικόνιση της ευθείας του απείρου του επιπέδου. Η εξίσωση της ευθείας είναι ομογενής και έχει δύο βαθμούς ελευθερίας, οι οποίοι περικλείουν ολόκληρη την αμιγώς προβολική παραμόρφωση του επιπέδου.

Αρχικά λοιπόν η εικόνα διορθώνεται μέσω του πίνακα $\mathbf{P}$ αφού έχει προσδιοριστεί η εξίσωση της ευθείας φυγής (πχ. από ζεύγος σημείων φυγής του επιπέδου), και έτσι αποκαθίστανται οι αφινικές ιδιότητες. Στην συνέχεια απαιτείται ο προσδιορισμός του πίνακα $\mathbf{A}$ για την αποκατάσταση των γωνιών και του λόγου μηκών μεταξύ και των μη παράλληλων ευθειών. Οι γεωμετρικές δεσμεύσεις που οδηγούν στο αποτέλεσμα αυτό μπορούν να εξαχθούν από μία γνωστή γωνία, ή την ισότητα δύο άγνωστων γωνιών, και έναν γνωστό λόγο μηκών. Επίσης η γνώση δύο σημείων φυγής κάθετων διευθύνσεων μπορεί να αποκαταστήσει τις γωνίες του επιπέδου και ένας γνωστός λόγος μηκών στις δύο αυτές διευθύνσεις την σχετική κλίμακα μεταξύ τους. Μετά λοιπόν από τον μετασχηματισμό της εικόνας μέσω του πίνακα $\mathbf{P}$ πραγματοποιείται στροφή $\mathbf{R}$ τέτοια ώστε μία από τις διευθύνσεις να ευθυγραμμιστεί με τον οριζόντιο άξονα. Εάν θ η γωνία μεταξύ των δύο διευθύνσεων στην εικόνα, τότε η ορθογωνικότητα των διευθύνσεων αποκαθίσταται μέσω του πίνακα:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\cot(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

ενώ η σχετική κλίμακα διορθώνεται με τον μετασχηματισμό:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

όπου μ είναι η διόρθωση που υπολογίζεται από έναν λόγο δύο μηκών στις δύο βασικές διευθύνσεις. Συνολτικά λοιπόν, η εικόνα μετασχηματίζεται μέσω του πίνακα:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{P} \quad (5.9)$$

5.2 Αναγωγή επιπέδου αντικειμένου από ένα σημείο φυγής

Στην προηγούμενη ενότητα εκτέθηκε η μέθοδος για την γεωμετρική αποκατάσταση ε-

νός προβολικά απεικονιζόμενου επιπέδου μέσω δύο σημείων φυγής κάθετων διευθύνσεων του χώρου. Η μετάβαση από το προβολικό επίπεδο σε ένα νέο επίπεδο ομοιότητας και η γνώση ενός πραγματικού μήκους στο χώρο (αποκατάσταση σχετικής κλίμακας στους δύο άξονες) επιτρέπει να γίνονται μετρήσεις (μήκη, γωνίες) επί της ανηγμένης εικόνας. Εντούτοις υπάρχουν και περιπτώσεις όπου ο εντοπισμός σημείων φυγής δύο κάθετων διευθύνσεων δεν είναι πάντοτε εφικτός. Στο Σχ. 5.2, για παράδειγμα, οι παράλληλες διαχωριστικές γραμμές των λωρίδων του δρόμου επιτρέπουν τον προσδιορισμό ενός σημείου φυγής F στη διεύθυνση του άξονα του δρόμου, αλλά δεν υπάρχουν επαρκείς πληροφορίες προκειμένου να εντοπιστεί το σημείο φυγής και της κάθετης διεύθυνσης (X), αφού το μήκος και η θέση των διαχωριστικών γραμμών δεν μπορούν να θεωρηθούν πάντοτε αξιόπιστα για την υλοποίηση της διεύθυνσης αυτής.



Σχήμα 5.2. Σημείο φυγής F στην διεύθυνση του άξονα του δρόμου.

Έτσι, τίθεται το ερώτημα σχετικά με το ποιοι είναι οι εν δυνάμει υλοποιήσιμοι μετασχηματισμοί στην περίπτωση που διατίθεται ένα και μόνο σημείο φυγής. Προφανώς, η μετάβαση από το προβολικό επίπεδο σε ένα επίπεδο ομοιότητας (ενιαία κλίμακα σε όλες τις διευθύνσεις του επιπέδου) δεν είναι πλέον δυνατή, όμως υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν μετρήσεις σε μία μόνο διεύθυνση, εν προκειμένω εκείνη του άξονα Y του δρόμου. Αρκεί, λοιπόν, προς τούτο η μετάβαση από το προβολικό επίπεδο σε ένα αφινικό επίπεδο (ενιαία, αλλά όχι ίδια, κλίμακα σε κάθε διεύθυνση). Η πρόσθετη γνώση ενός μήκους παράλληλου προς την αναφερθείσα διεύθυνση (άξονας του δρόμου) επαρκεί ώστε να οριστεί πλήρως το 1D πρόβλημα μέτρησης μηκών στην διεύθυνση αυτή. Ενδιαφέρουσα και με πρακτική σημασία εφαρμογή της μεθόδου αφινικής επανασύστασης της εικόνας είναι η μέτρηση αποστάσεων που διανύουν τα οχήματα – σε ευθύγραμμα τμήματα επιπέδου δρόμου – σε μια αλληλουχία λήψεων βίντεο και ο υπολογισμός της ταχύτητάς τους από εικόνα σε εικόνα, όπως αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά σε επόμενες ενότητες (με παρόμοια λογική μπορούν να μετρηθούν και πλάτη λωρίδων – πρβλ. Psarianos et al., 2001, Grammatikopoulos et al., 2002).

Οι περιπτώσεις όπου μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος αυτή αφορούν τρεις διαφορετικές γεωμετρίες λήψεων:

- μετωπικές εικόνες

- πλάγιες εικόνες με οριζόντια ευθεία φυγής
- πλάγιες εικόνες με τυχαία γεωμετρία λήψης.

5.2.1 Μετωπικές εικόνες

Στην περίπτωση αυτή το επίπεδο της εικόνας είναι πρακτικά παράλληλο με τον οριζόντιο άξονα X του δρόμου (όπως πχ. συμβαίνει στο Σχ. 5.2), και κατά συνέπεια το δεύτερο σημείο φυγής βρίσκεται στο άπειρο (ευθείες του επιπέδου κάθετες στον άξονα του δρόμου απεικονίζονται παράλληλες στον άξονα x της εικόνας). Η συγκεκριμένη γεωμετρία λήψης υλοποιείται από εικόνες με γωνίες στροφής $\varphi = \kappa = 0$ (ή ισοδύναμα με αζιμούθιο $\alpha = 0$ και στροφή $s = 0$) και γωνία στροφής $\omega \neq 0$ (και ισοδύναμα κλίση $t \neq 0$). Οι συντεταγμένες των σημείων φυγής F_1 της διεύθυνσης του άξονα του δρόμου και F_2 (το οποίο θεωρείται πρακτικά στο άπειρο) δίνονται στην ομογενή τους μορφή ως εξής:

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Από τα σημεία F_1 και F_2 προσδιορίζεται, μέσω του εξωτερικού τους γινομένου, η εξίσωση της ευθείας φυγής $l_\infty(0, -1/f_2, 1)^T$. Έτσι το σημείο του απείρου στην διεύθυνση την κάθετη στον άξονα του δρόμου απεικονίζεται μέσω της ομογραφίας $\mathbf{H}$ στο σημείο του απείρου του άξονα x της εικόνας:

$$\mathbf{H} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Η Εξ. (5.9) βάσει των παραπάνω δεσμεύσεων γίνεται:

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & -\cot(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & -\cot(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Ο πίνακας $\mathbf{A}_2$, ο οποίος αφορά την αποκατάσταση της σχετικής κλίμακας μεταξύ των αξόνων, δεν συμπεριλαμβάνεται στην ομογραφία καθώς εν προκειμένω δεν ενδιαφέρουν οι μετρήσεις κατά μήκος του άξονα X του δρόμου. Ο πίνακας στροφής $\mathbf{R}$ θεωρείται μοναδιαίος εφόσον ο άξονας x της εικόνας συμπίπτει εξ αρχής με τον οριζόντιο άξονα (τον άξονα X του δρόμου). Τέλος, η συνεφαπτομένη των δύο διευθύνσεων επί της ανηγμένης εικόνας προκύπτει από τις συντεταγμένες των δύο σημείων φυγής ως $\cot(\theta) = f_1/f_2$. Η ομογραφία $\mathbf{H}$ δίνεται, συνεπώς, από την σχέση:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & -f_1 / f_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 / f_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Όπως προαναφέρθηκε, δεν υπάρχει κανένας λόγος να διορθωθεί η σχετική κλίμακα των δύο αξόνων στην τελική εικόνα. Εντούτοις, οπτικοί λόγοι επιβάλλουν να εκτιμηθεί μια “λογική” τιμή της κλίμακας αυτής. Ένας συντελεστής κλίμακας μ , κατάλληλα επιλεγμένος σε κάθε περίπτωση, μπορεί να βελτιώσει την σχετική κλίμακα της επανασύστασης, χωρίς βέβαια στην ουσία να την αποκαθιστά. Επομένως, η ομογραφία $\mathbf{H}$ δίνεται πλέον από την σχέση:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{H}_M = \mathbf{A}_2 \mathbf{H} \quad (5.14)$$

Η μέτρηση μίας απόστασης στην διεύθυνση του άξονα του δρόμου συσχετίζει το μέγεθος της εικονοψηφίδας στην ανηγμένη εικόνα με τις μονάδες μέτρησης στο έδαφος στην ίδια διεύθυνση. Δύο παραδείγματα μετασχηματισμού της ίδιας αρχικής μετωπικής εικόνας φαίνονται στο επόμενο Σχ. 5.3.



Σχήμα 5.3. Αρχική μετωπική εικόνα και δύο αφινικές αναγωγές της με διαφορετικούς συντελεστές σχετικής κλίμακας στους δύο κάθετους άξονες του δρόμου.

Αριστερά στο Σχ. 5.3 φαίνεται η αρχική μετωπική εικόνα. Στο κέντρο βρίσκεται η αφινικά ανηγμένη εικόνα όπως έχει διορθωθεί μέσω της ομογραφίας $\mathbf{H}_M$ (με ταυτόχρονη διόρθωση της σχετικής κλίμακας των δύο αξόνων x και y), ενώ δεξιά φαίνεται άλλη αφινική αναγωγή της με διαφορετικό συντελεστή σχετικής κλίμακας. Είναι προφανές ότι από οπτικής απόψεως η αναγωγή στο κέντρο υπερτερεί της δεξιάς, καθώς η απεικόνιση του δρόμου συμφωνεί περισσότερο με την πραγματικότητα. Γενικά, σκόπιμο

είναι να επιλέγεται συντελεστής κλίμακας που να εκμεταλλεύεται την ανάλυση της αρχικής εικόνας. Με αυτή την έννοια ούτε πρέπει να συμπιέζεται το βάθος του δρόμου σε πολύ μικρό αριθμό εικονοψηφίδων ούτε πάλι να διαστέλλεται υπερβολικά, με συνέπεια την αύξηση της αβεβαιότητας εντοπισμού (χειρωνακτικού ή αυτόματου).

Εναλλακτικά, η ομογραφία $\mathbf{H}$ μπορεί να υπολογιστεί σε ένα βήμα, δηλαδή χωρίς επιμέρους υπολογισμό της ευθείας φυγής κ.λπ. Εάν θεωρηθεί ότι η $\mathbf{H}$ εκφράζεται ως:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a & d & 0 \\ b & e & 0 \\ c & f & 1 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

όπου το διάνυσμα μετάθεσης έχει αγνοηθεί (θεωρείται ότι $H_{13} = H_{23} = 0$), τότε η ομογραφία αντιπροσωπεύεται από 6 συντελεστές οι οποίοι μπορούν να προσδιοριστούν άμεσα από τις εξισώσεις μετασχηματισμού των σημείων φυγής F_1 και F_2 ως:

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

οπότε η ομογραφία $\mathbf{H}$ προκύπτει ως:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & -f_1/f_2 & 0 \\ 0 & 1/f_2 & 0 \\ 0 & -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

η οποία διαφέρει από την Εξ. (5.13) ως προς τη σχετική κλίμακα των δύο αξόνων (το στοιχείο H_{22} έχει επίδραση στην κλίμακα κατά την διεύθυνση Y).

5.2.2 Πλάγιες εικόνες με οριζόντια ευθεία φυγής

Σε αυτήν την περίπτωση το επίπεδο των εικόνων δεν είναι παράλληλο προς τον άξονα X του δρόμου, όμως η ευθεία του απείρου του επιπέδου του δρόμου απεικονίζεται παράλληλη προς τον άξονα x της εικόνας. Αυτή την ιδιότητα εμφανίζουν εικόνες που έχουν ληφθεί με στροφές $s = 0$ και $\alpha \neq 0$, $t \neq 0$. Το σημείο φυγής της διεύθυνσης X του δρόμου δεν ανήκει πλέον στο άπειρο, είναι δηλαδή πεπερασμένο αλλά μη προσδιορισμένο. Εντούτοις, το $F_2(1, 0, 0)$ ανήκει στην ευθεία φυγής του επιπέδου, αντιπροσωπεύοντας μία άγνωστη διεύθυνση του επιπέδου. Καίτοι λοιπόν δεν συνιστά σημείο φυγής διεύθυνσης κάθετης σε εκείνη του F_1 , το F_2 είναι αξιοποιήσιμο (ως κείμενο επί της ευθείας φυγής του επιπέδου) για την προοπτική αποκατάσταση του επιπέδου. Για αυτό τον λόγο, εφαρμογή της ομογραφίας (Εξ. 5.13) σε τέτοιες πλάγιες εικόνες δίνει, όπως φαίνεται στο Σχ. 5.4, ανηγμένες εικόνες απαλλαγμένες από προοπτική πα-

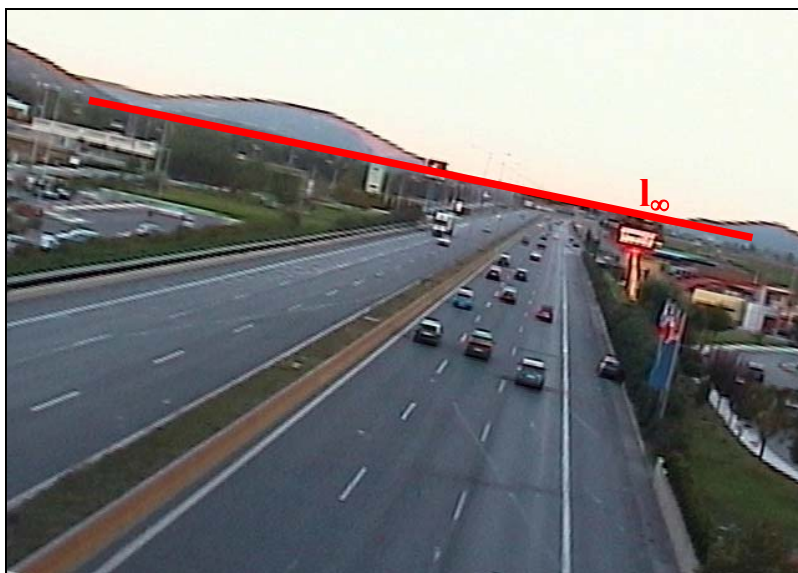
ραμόρφωση (η ευθεία φυγής έχει πλέον μεταφερθεί στο άπειρο), χωρίς όμως και αποκατάσταση της ορθογωνικότητας των αξόνων X και Y . Μολαταύτα, η κλίμακα κατά την διεύθυνση του άξονα Y του δρόμου είναι ενιαία, επιτρέποντας έτσι να μετρούνται οι αποστάσεις που διανύονται από οχήματα κινούμενα σε αυτήν την διεύθυνση.



Σχήμα 5.4. Αριστερά: πλάγια εικόνα με οριζόντια ευθεία φυγής I_∞ . Δεξιά: αφινικά ανηγμένη εικόνα βάσει της ομογραφίας H .

5.2.3 Πλάγιες εικόνες με τυχαία γεωμετρία λήψης

Στην κατηγορία αυτή εμπίπτουν όλες τις άλλες περιπτώσεις με τυχαία γεωμετρία λήψης όπου δεν είναι δυνατή καμία παραδοχή για την θέση της ευθείας φυγής (Σχ. 5.5).

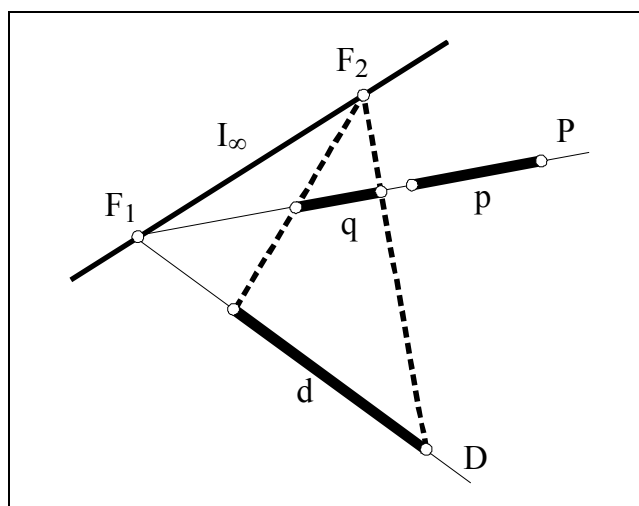


Σχήμα 5.5. Πλάγια εικόνα με τυχαία γεωμετρία λήψης.

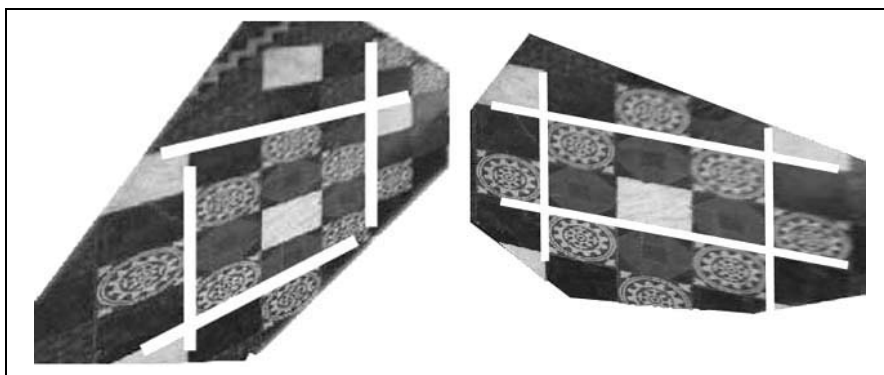
- **Σημείωση.** Οι εικόνες της κατηγορίας αυτής εξετάζονται εδώ θεωρητικά χάριν πληρότητας, αφού (τουλάχιστον όσον αφορά τις μετρήσεις οχημάτων) δεν αναμένεται ότι προκύπτουν στην πράξη. Σε λήψεις με στροφές ω και φ , το πιθανότερο είναι ότι στρέφει κανείς την μηχανή και περί τον άξονά της (στροφή κ) ώστε ο ορίζοντας να είναι παράλληλος με τον άξονα x της εικόνας (δηλαδή: $\alpha \neq 0$, $t \neq 0$, $s = 0$). Για τον λόγο αυτό, άλλωστε, στο πλαίσιο της διατριβής δεν χρησιμοποιούνται τέτοιες εικόνες για μετρητικούς σκοπούς.

Στην προκειμένη λοιπόν περίπτωση και τα δύο σημεία φυγής είναι πεπερασμένα, αλλά μόνο το ένα από αυτά μπορεί να προσδιοριστεί από τις ευθείες του δρόμου. Με εφαρμογή της προηγούμενης μεθόδου αποκαθίσταται η παραλληλία των ευθειών στην διεύθυνση του άξονα του δρόμου (άξονας Y). Όμως η κλίμακα σε αυτή την διεύθυνση δεν θα είναι ενιαία: κάθε ευθεία του επιπέδου που είναι παράλληλη στον άξονα Y απεικονίζεται υπό διαφορετική κλίμακα. Επομένως, σχετικές μετρήσεις μπορούν να γίνουν σε κάθε τέτοια μετασχηματισμένη ευθεία της εικόνας, απόλυτες όμως μετρήσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν μόνο επί της “βαθμονομημένης” ευθείας, δηλαδή της συγκεκριμένης ευθείας στην οποία ανήκει το μήκος αναφοράς (μήκος που χρησιμοποιείται για να αποκατασταθεί η κλίμακα μεταξύ των μονάδων μέτρησης της ανηγμένης εικόνας και του επιπέδου του δρόμου).

Λύση σε αυτό το πρόβλημα μπορεί να αποτελέσει η “κατασκευή” ενός δεύτερου σημείου φυγής από δύο γνωστά μήκη στο επίπεδο του χώρου, γεγονός που θα επιτρέψει να διορθωθεί αφινικά η εικόνα. Έστω ότι στο Σχ. 5.6 είναι γνωστά τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων d και p , τα οποία ανήκουν στις παράλληλες προς τον άξονα Y του δρόμου ευθείες D και P , αντίστοιχα. Τομή των δύο αυτών ευθειών στην εικόνα είναι βέβαια το σημείο φυγής F_1 . Εκμεταλλευόμενος τις ιδιότητες του διπλού λόγου, μπορεί κανείς από το μήκος p να υπολογίσει ένα μήκος επί της ευθείας P τέτοιο ώστε στο έδαφος να είναι $q = d$. Προφανώς, αυτά τα δύο ίσα και παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα d και q του επιπέδου ορίζουν – μέσω των άκρων τους – δύο παράλληλες ευθείες του χώρου. Στο επίπεδο της εικόνας οι ευθείες αυτές (με διακεκομμένη γραμμή στο Σχ. 5.6) χρησιμοποιούνται για να προσδιοριστεί το σημείο φυγής F_2 , το οποίο ανήκει στον ορίζοντα I_∞ της εικόνας, επομένως και ο ίδιος ο ορίζοντας.



Σχήμα 5.6. Προσδιορισμός σημείου φυγής F_2 από τα γνωστά μήκη d και p επί παράλληλων ευθειών.



Σχήμα 5.7. Διόρθωση εικόνας με τυχαία προβολική παραμόρφωση μέσω ενός σημείου φυγής (αριστερά) και δύο σημείων φυγής (δεξιά).

Τα αποτελέσματα των προηγούμενων εικονογραφούνται στο Σχ. 5.7. Αριστερά φαίνεται τμήμα εικόνας που έχει διορθωθεί με την χρήση ενός μόνο σημείου φυγής (F_1). Η παραλληλία έχει αποκατασταθεί μόνο κατά μήκος του άξονα y της εικόνας. Εξαγωγή (απόλυτης) μετρητικής πληροφορίας μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο επί της ευθείας του μήκους αναφοράς. Δεξιά φαίνεται το αποτέλεσμα αφινικής διόρθωσης από δύο γνωστά μήκη, βάσει της μεθόδου που περιγράφηκε προηγουμένως. Σε αυτή την περίπτωση η εικόνα αντιπροσωπεύει έναν πλήρη αφινικό μετασχηματισμό του αρχικού σχήματος, δηλαδή η παραλληλία έχει αποκατασταθεί σε όλες τις διευθύνσεις. Οι γωνίες μπορούν να αποκατασταθούν μόνο εάν είναι γνωστή η γωνία που σχηματίζεται από τις δύο διευθύνσεις. Οι (απόλυτες) μετρήσεις μηκών είναι εφικτές σε όλες τις ευθείες τις παράλληλες στην διορθωμένη από κλίμακα διεύθυνση y της εικόνας.

•

Στην επόμενη ενότητα 5.3 η μέθοδος αφινικής αναγωγής από ένα σημείο φυγής που αναπτύχθηκε εδώ εφαρμόζεται για τον προσδιορισμό της ταχύτητας οχημάτων, η οποία συνιστά σημαντικό παράγοντα για την μελέτη της κυκλοφορίας σε οδικά δίκτυα και την παραγωγή των σχετικών “θεμελιωδών διαγραμμάτων” (Κονδύλη, 2003).

5.3 Μέτρηση της ταχύτητας οχημάτων από μεμονωμένες εικόνες

5.3.1 Βιβλιογραφική επισκόπηση

Η καταγραφή της κυκλοφορίας σε αυτοκινητοδρόμους με ψηφιακές μηχανές βίντεο συγκεντρώνει τελευταία έντονο ενδιαφέρον, συνεισφέροντας βασικά δεδομένα για την εποπτεία της λειτουργικότητας οδικών δικτύων και την τήρηση της οδικής ασφάλειας (τεχνικές επεξεργασίας λήψεων βίντεο για εφαρμογές σε κυκλοφοριακά θέματα επισκοπούν οι Kastrinaki et al., 2003). Ανάμεσα στα συστήματα κινητής χαρτογράφησης (mobile mapping) ή καταγραφής σε βίντεο (video logging) που αναφέρει η διεθνής βιβλιογραφία (Tao and El-Sheimy, 2000) συγκαταλέγονται συστήματα με περισσότερες από μία μηχανές λήψης που παρέχουν ακολουθίες εικόνων με γεωαναφορά, όσο και πιο απλές εκδοχές με μία μόνο μηχανή λήψης. Στην τελευταία αυτή περίπτωση μονοεικονικών συστημάτων η πραγματοποίηση κάποιων 3D μετρήσεων δεν είναι γενικά δυνατή, παρά μόνον υπό όρους και εφόσον υιοθετηθούν συγκεκριμένες γεωμετρικές

δεσμεύσεις, όπως κυρίως το μοντέλο του επίπεδου δρόμου (Tao, 2001).

Οι δυνατότητες των αυτόματων μονοεικονικών μεθόδων, υπό διαφορετικές γεωμετρικές παραδοχές, μελετάται τα τελευταία χρόνια στην βιβλιογραφία της όρασης υπολογιστών, στο πλαίσιο πλήθους δυνατών εφαρμογών. Βασικός σκοπός είναι να αναπτυχθούν εργαλεία για την καθοδήγηση και την υποβοήθηση του οδηγού, ή ακόμα και την “αυτόνομη” οδήγηση (δηλαδή χωρίς οδηγό). Σε αυτό το πνεύμα έχουν σχεδιαστεί αλγόριθμοι αυτόματου εντοπισμού λωρίδων κυκλοφορίας και εμποδίων (Bertozzi and Broggi, 1997, Enkelmann, 2001) προσδιορισμού της μορφής της λωρίδας καθώς και της θέσης του οχήματος στο δρόμο (egomotion) (Stein et al., 2000, Southall and Taylor, 2001). Θεωρώντας το πλάτος τους σταθερό, ο Guiducci (1998) ανέπτυξε αλγόριθμο 3D ανακατασκευής δρόμων από την προβολή των ορίων τους στην εικόνα.

Παράλληλα με μεθόδους που αξιοποιούν μηχανές λήψης επί του οχήματος, χρησιμοποιούνται και αλληλουχίες εικόνων από σταθερή ως προς το οδόστρωμα μηχανή λήψης. Τέτοιες τεχνικές αποσκοπούν, μέσω επεξεργασίας εικόνας και αλγορίθμων όρασης, στον εντοπισμό της κυκλοφοριακής συμφόρησης και της ομαδοποίησης ή μέτρησης οχημάτων (Dailey et al., 2000). Ειδικότερα, η χρήση κοινών μηχανών βίντεο εμφανίζει ορισμένα πλεονεκτήματα έναντι άλλων τεχνικών στην παρακολούθηση της ταχύτητας οχημάτων – πχ. σε συνδυασμό με αλγορίθμους αυτόματης ιχνηλασίας αντικειμένων (Chun and Li, 2000) – η οποία αντιπροσωπεύει μια σημαντική παράμετρο για την μελέτη της κυκλοφορίας σε αυτοκινητόδρομους.

Η πλειοψηφία των αναφερθεισών μονοεικονικών τεχνικών προϋποθέτουν λήψεις γνωστού εσωτερικού ή και εξωτερικού προσανατολισμού. Υπάρχει πλήθος τεχνικών βαθμονόμησης μηχανής, ενώ έχουν προταθεί και ορισμένες με αξιοποίηση του ίδιου του δρόμου ως αντικειμένου βαθμονόμησης (Guiducci, 2000). Εντούτοις, όσο αυτό είναι δυνατόν, σκόπιμο είναι να εξαντλούνται οι δυνατότητες μη βαθμονομημένων μηχανών στο πλαίσιο ευέλικτων προσεγγίσεων μικρού κόστους. Για λόγους προφανείς, η απαιτούμενη εξωτερική πληροφορία είναι επίσης σκόπιμο να διατηρείται σε ένα ελάχιστο, ώστε να παρακάμπτεται η ανάγκη για αντιστοιχία σημείων και στόχων είτε και για χρήση πρόσθετου εξοπλισμού (που δίνει πχ. τις στροφές της μηχανής). Κατά την μέτρηση ταχυτήτων όμως, για παράδειγμα, οι μηχανές λήψης τελευταίας τεχνολογίας που έχουν υιοθετηθεί από υπηρεσίες μεταφορών απαιτούν ακριβή βαθμονόμηση του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού μηχανών υψηλού κόστους, ενώ περιορισμένες είναι οι προσπάθειες που έχουν γίνει για την μέτρηση ταχύτητας από μη βαθμονομημένες εικόνες (Dailey et al., 2000, Pumrin and Dailey, 2002).

Σε τέτοιου είδους εφαρμογές με μη βαθμονομημένες μηχανές, το σημείο φυγής στην διεύθυνση του δρόμου αποτελεί συνήθως το πιο σημαντικό δεδομένο. Για παράδειγμα, οι Simond and Rives (2003) προσδιορίζουν την προβολική σχέση μεταξύ δύο εικόνων χρησιμοποιώντας δεσμεύσεις από το κύριο σημείο φυγής, ενώ οι Bose and Grimson (2003) χρησιμοποιούν σημεία φυγής που έχουν προσδιοριστεί υπό την παραδοχή σταθερής ταχύτητας οχημάτων ανά λωρίδα κυκλοφορίας.

5.3.2 Το πλαίσιο της εφαρμογής

Βάσει του μαθηματικού μοντέλου αφινικής διόρθωσης εικόνων με ένα σημείο φυγής

που έχει περιγραφεί, αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της διδακτορικής διατριβής μία μέθοδος για την μέτρηση της ταχύτητας οχημάτων σε αυτοκινητόδρομους από διαδοχικές εικόνες ψηφιακής μηχανής βίντεο (768×576) με δεδομένη σταθερή συχνότητα λήψης (25 frames/sec). Η μηχανή που χρησιμοποιήθηκε ήταν μη βαθμονομημένη, υπό την έννοια ότι η σταθερά της μηχανής, η θέση του πρωτεύοντος σημείου και πιθανές αφινικές παράμετροι της εικόνας ήταν άγνωστες (οι συντελεστές ακτινικής διαστροφής του φακού δεν ελήφθησαν υπόψη). Όσον αφορά τον εξωτερικό προσανατολισμό των εικόνων, θεωρήθηκαν οι παρακάτω λογικές παραδοχές:

- Το έδαφος μπροστά από την μηχανή είναι επίπεδο.
- Η θέση της μηχανής (που είχε τοποθετηθεί σε υπάρχουσα κατασκευή ύψους 10 m πάνω από την στάθμη του δρόμου) είναι σταθερή ως προς το έδαφος.
- Οι στροφές της μηχανής περί την κατακόρυφο και περί τον άξονα της μηχανής θεωρήθηκαν αρχικά αμελητέες (περίπτωση μετωπικών εικόνων), ενώ σε μία δεύτερη σειρά λήψεων ικανοποιούσαν την γεωμετρία λήψης πλάγιων εικόνων με οριζόντια ευθεία φυγής (βλ. ενότητα 5.2.2).

Υπό την υπόθεση, επιπλέον, ότι οι διαγραμμίσεις του δρόμου είναι ευθύγραμμες και παράλληλες, η μόνη απαίτηση για τον υπολογισμό του 2D–2D μετασχηματισμού από την εικόνα στο έδαφος είναι μια γνωστή απόσταση στο επίπεδο του δρόμου (στην διεύθυνση του άξονά του). Η μέθοδος αξιολογήθηκε μέσω χειρωνακτικών μετρήσεων στις εικόνες, αλλά και με αυτόματες μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν από αλγόριθμο αυτόματου εντοπισμού οχημάτων ο οποίος αναπτύσσεται στην ενότητα 5.3.4. Τα αποτελέσματα εν προκειμένω αναφέρονται σε ταχύτητες μεμονωμένων οχημάτων και όχι απλώς σε μέσες ταχύτητες οχημάτων ανά λωρίδα κυκλοφορίας, όπως αυτές που μετρούν οι Dailey et al. (2000) και Pumrin and Dailey (2002).

Για να υπάρχει μέτρο σύγκρισης με μέθοδο ανώτερης κατ' αρχήν ακρίβειας, οι υπολογισθείσες τιμές ταχύτητας συγκρίθηκαν με αντίστοιχες μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν σε εικόνες ανηγμένες μέσω αυστηρού 2D προβολικού μετασχηματισμού βάσει 14 γεωδαιτικά μετρημένων φωτοσταθερών, τα οποία προϋπήρχαν από παλαιότερη εργασία (Χωριανόπουλος, 2001) και φαίνονται στο Σχ. 5.8.



Σχήμα 5.8. Σκαρίφημα φωτοσταθερών (Χωριανόπουλος, 2001).

Σημειώνεται ότι η ακρίβεια υπολογισμού ταχύτητας οχημάτων από αυστηρά (προβο-

λικά) ανηγμένες εικόνες βάσει φωτοσταθερών είχε αποδειχτεί ιδιαίτερως ικανοποιητική (μέσες διαφορές ≤ 1 km/h), συγκρινόμενη με μετρήσεις ταχύτητας με ειδικό σύστημα εντοπισμού GPS φερόμενου επί οχήματος (Χωριανόπουλος, 2001).

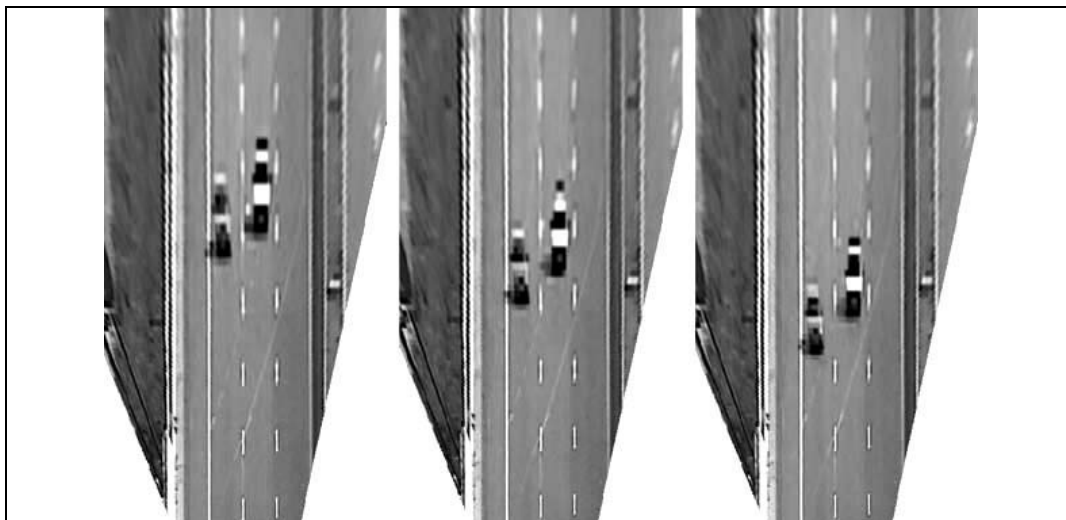
5.3.3 Αξιολόγηση εκτιμήσεων ταχύτητας από χειρωνακτικές μετρήσεις

Για την πρακτική αξιολόγηση της μεθόδου χρησιμοποιήθηκαν μετωπικές εικόνες με ένα σημείο φυγής (της διεύθυνσης του άξονα του δρόμου), ενώ το δεύτερο θεωρήθηκε στο άπειρο. Μετρήθηκαν οι ταχύτητες 11 οχημάτων (και στις τρεις λωρίδες κυκλοφορίας) σε 4–8 εικόνες για το καθένα. Προκειμένου να ελεγχθεί η επαναληψιμότητα των μετρήσεων αλλά και ενδεχόμενη επίδραση της κλίμακας, έγιναν τρεις ανεξάρτητες εκτιμήσεις ταχύτητας βάσει των τριών διαφορετικών γνωστών αποστάσεων του Σχ. 5.9.



Σχήμα 5.9. Οι τρεις αποστάσεις a, b, c που χρησιμοποιήθηκαν ως γνωστές για ανεξάρτητους υπολογισμούς της ταχύτητας οχημάτων.

Το ίχνος των οχημάτων στον δρόμο μετρήθηκε χειρωνακτικά στην πρώτη από τις αφινικά ανηγμένες εικόνες κάθε οχήματος (Σχ. 5.10), και εν συνεχεία εντοπίστηκε αυτόματα στις επόμενες εικόνες μέσω του κανονικοποιημένου συντελεστή συσχέτισης.



Σχήμα 5.10. Αφινική αναγωγή τριών διαδοχικών εικόνων από ένα σημείο φυγής.

Τα αναλυτικά αποτελέσματα έχουν συγκεντρωθεί στον Πίνακα 5.1. Για κάθε ένα από τα οχήματα δίδεται η μέση τιμή (v) και η τυπική απόκλιση (σ) από τις μετρήσεις της ταχύτητάς του που έγιναν σε όλες τις εικόνες. Ελάχιστες αποκλίνουσες τιμές έχουν απορριφθεί λόγω χονδροειδούς απόκλισης από τις υπόλοιπες, κυρίως από το επάνω μέρος των εικόνων όπου η κλίμακα της εικόνας είναι πολύ μικρότερη και, ως εκ τούτου, το σφάλμα μέτρησης αντιστοιχεί σε μεγάλες μεταθέσεις.

Πίνακας 5.1. Υπολογισμός μέσης ταχύτητας v (km/h) και τυπικής απόκλισης σ (km/h) από 1D μετρήσεις βάσει διαφορετικών γνωστών αποστάσεων a , b , c και από 2D προβολικό μετασχηματισμό (11 οχήματα)							
1D						2D	
a		b		c			
v	σ	v	σ	v	σ	v	σ
95	± 2	94	± 2	95	± 2	95	± 1
110	± 2	110	± 2	110	± 2	109	± 1
118	± 2	117	± 2	118	± 2	118	± 2
99	± 2	99	± 2	100	± 2	98	± 1
115	± 1	115	± 1	116	± 1	116	± 1
122	± 2	122	± 2	120	± 2	122	± 2
146	± 3	146	± 3	146	± 3	144	± 2
103	± 1	102	± 1	103	± 1	103	± 1
133	± 2	132	± 2	133	± 2	133	± 1
132	± 1	131	± 1	132	± 1	131	± 2
156	± 3	156	± 3	157	± 3	155	± 1

Από τα αποτελέσματα συμπεραίνεται ότι η απλή μέθοδος αφινικής διόρθωσης μετωπικών εικόνων με ένα σημείο φυγής και με τη βοήθεια ενός γνωστού μήκους συγκρίνεται ικανοποιητικά με την αυστηρή φωτογραμμετρική μέθοδο του πλήρους 2D προβολικού μετασχηματισμού βάσει φωτοσταθερών, η αξιοπιστία του οποίου άλλωστε έχει ελεγχθεί, όπως έχει ήδη σημειωθεί, με μετρήσεις GPS. Τελικά, μιά ρεαλιστική εκτίμηση της ακρίβειας υπολογισμού της ταχύτητας με την μέθοδο αυτή είναι ± 3 km/h.

5.3.4 Μέθοδος αυτόματου υπολογισμού ταχύτητας οχημάτων

Η αυτόματη μέθοδος για τον υπολογισμό της ταχύτητας οχημάτων που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της διδακτορικής διατριβής χρησιμοποιεί ως δεδομένο μια σειρά διαδοχικών λήψεων σε αυτοκινητόδρομο με ψηφιακή βιντεοκάμερα και στηρίζεται στον αλγόριθμο αφινικής ανακατασκευής επίπεδων αντικειμένων που αναλύθηκε στα προηγούμενα. Η μέθοδος χωρίζεται σε τρία διαφορετικά στάδια:

- Αυτόματη αναγωγή εικόνων βάσει ενός σημείου φυγής.
- Αυτόματος εντοπισμός οχημάτων στις ανηγμένες εικόνες.
- Αυτόματη ιχνηλασία οχημάτων μεταξύ διαδοχικών λήψεων.

5.3.4.1 Αυτόματη αναγωγή εικόνων με ένα σημείο φυγής

Στο στάδιο αυτό, ο προσδιορισμός του σημείου φυγής της διεύθυνσης του άξονα του δρόμου επιτυγχάνεται αυτόματα, με εφαρμογή παραλλαγής της μεθόδου αυτόματης

ανίχνευσης σημείων φυγής που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 4. Στις εικόνες εφαρμόζεται αρχικά φίλτρο εξαγωγής ακμών (τελεστής ακμών Canny), οι δε εξαγόμενες συνευθειακές ακμές συνδέονται προκειμένου να σχηματιστούν ευθύγραμμα τμήματα (edge-linking). Στην συνέχεια, τα ευθύγραμμα τμήματα ομαδοποιούνται ανά διευθύνσεις του χώρου με διαδικασία “ψηφοφορίας”, και από εκείνα που είναι παράλληλα στον άξονα του δρόμου εκτιμώνται οι εικονοσυντεταγμένες του σημείου φυγής με ελαχιστοτετραγωνική συνόρθωση (Σχ. 5.11). Επίσης, για ακριβέστερο εντοπισμό του σημείου φυγής σε διαδοχικές εικόνες, αυτός μπορεί να επαναλαμβάνεται σε διαφορετικές λήψεις ανά τακτό χρονικό διάστημα, επιτρέποντας ταυτόχρονα έλεγχο της γεωμετρίας των λήψεων και των τελικών αποτελεσμάτων.



Σχήμα 5.11. Αριστερά: εξαγωγή ακμών με τον τελεστή Canny. Δεξιά: αυτόματος εντοπισμός του σημείου φυγής της διεύθυνσης του δρόμου.

Καίτοι η ακτινική διαστροφή του φακού δεν φαίνεται εν προκειμένω να επηρεάζει τα αποτελέσματα, αξίζει να σημειωθεί ότι οι αρχικές εικόνες μπορούν να διορθωθούν από αυτήν εάν είναι γνωστοί οι συντελεστές της k_1 και k_2 . Στο Σχ. 5.12 φαίνεται ενδεικτικά η διόρθωση εικόνας από ακτινική διαστροφή (με συντελεστές $k_1 = -2.074 \times 10^{-7}$ και $k_2 = 1.661 \times 10^{-13}$, οι οποίοι είχαν εκτιμηθεί ανεξάρτητα με παρεμβολή ευθειών σε λήψη καννάβου).



Σχήμα 5.12. Αριστερά: αρχική εικόνα. Δεξιά: εικόνα διορθωμένη από ακτινική διαστροφή.

Παράλληλα, προκειμένου να εξαχθεί μεγαλύτερο πλήθος ακμών στην εικόνα είναι δυνατόν να εφαρμόζονται τεχνικές δυναμικής ισοστάθμισης ιστογράμματος (adaptive hi-

stogram equalization) με στόχο την ενίσχυση των ακμών, αλλά και φίλτρα εξομάλυνσης της εικόνας (φίλτρα Gauss, μέσης τιμής ή Wiener) για την απαλοιφή πιθανού θορύβου (Lim, 1990). Στο Σχ. 5.13 φαίνεται αρχική ασπρόμαυρη λήψη καθώς και η ίδια εικόνα μετά από εφαρμογή δυναμικής ισοστάθμισης ιστογράμματος και φίλτρου εξομάλυνσης Wiener.



Σχήμα 5.13: Αριστερά: αρχική εικόνα. Δεξιά: εικόνα μετά από εφαρμογή δυναμικής ισοστάθμισης ιστογράμματος και φίλτρου εξομάλυνσης Wiener.

Κατόπιν, μετά από την επεξεργασία των αρχικών εικόνων και τον προσδιορισμό της θέσης του σημείου φυγής, υλοποιείται αφινικός μετασχηματισμός κατά την Εξ. (5.13) και προκύπτουν οι νέες ανηγμένες εικόνες (Σχ. 5.14), επί των οποίων πραγματοποιείται ο εντοπισμός των οχημάτων.

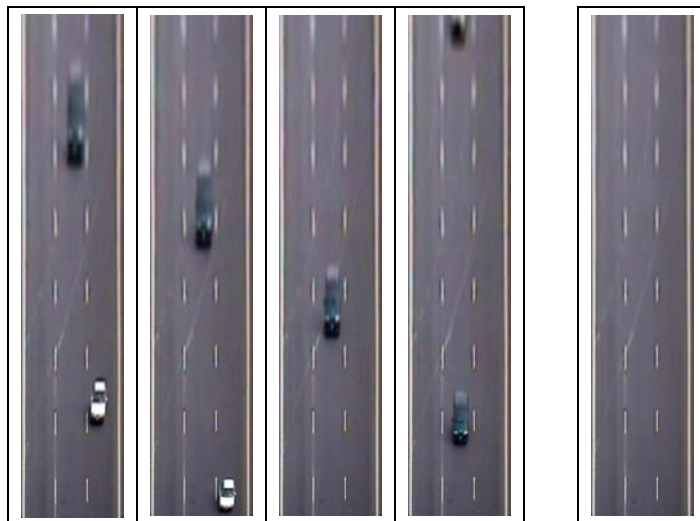


Σχήμα 5.14: Αριστερά: αρχική εικόνα. Δεξιά: αφινική επανασύσταση τμήματος της αρχικής εικόνας.

5.3.4.2 Αυτόματος εντοπισμός οχημάτων

Ο αυτόματος εντοπισμός των οχημάτων στηρίζεται στην δημιουργία ανηγμένης “εικόνας υποβάθρου” (background image) δια της επαναληπτικής απαλοιφής αποκλινου-

σών τιμών χρώματος και, εν συνεχεία, την διαδοχική αφαίρεσή της από όλες τις ανηγμένες εικόνες. Έτσι, για κάθε εικονοψηφίδα καταγράφονται οι τιμές χρώματος (RGB) από συγκεκριμένο πλήθος λήψεων και υπολογίζονται η μέση τιμή g_m καθώς και η τυπική απόκλιση σ και για τα τρία κανάλια. Η τιμή χρώματος κάθε εικονοψηφίδας της εικόνας υποβάθρου ισούται με την μέση τιμή g_m χρώματος των αντίστοιχων εικονοψηφίδων των ανηγμένων εικόνων, ενώ οι τιμές εκτός του εύρους $g_m \pm \sigma$ θεωρούνται ότι ανήκουν σε κινούμενα αντικείμενα και αποκλείονται από την διαδικασία. Οι αποκλίνοσες τιμές αφαιρούνται μία προς μία και ο στατιστικός έλεγχος επαναλαμβάνεται για τις εναπομένουσες τιμές έως ότου αυτός ικανοποιηθεί. Στο Σχ. 5.15 φαίνεται η εικόνα υποβάθρου που έχει προκύψει από τέσσερις αρχικές λήψεις.



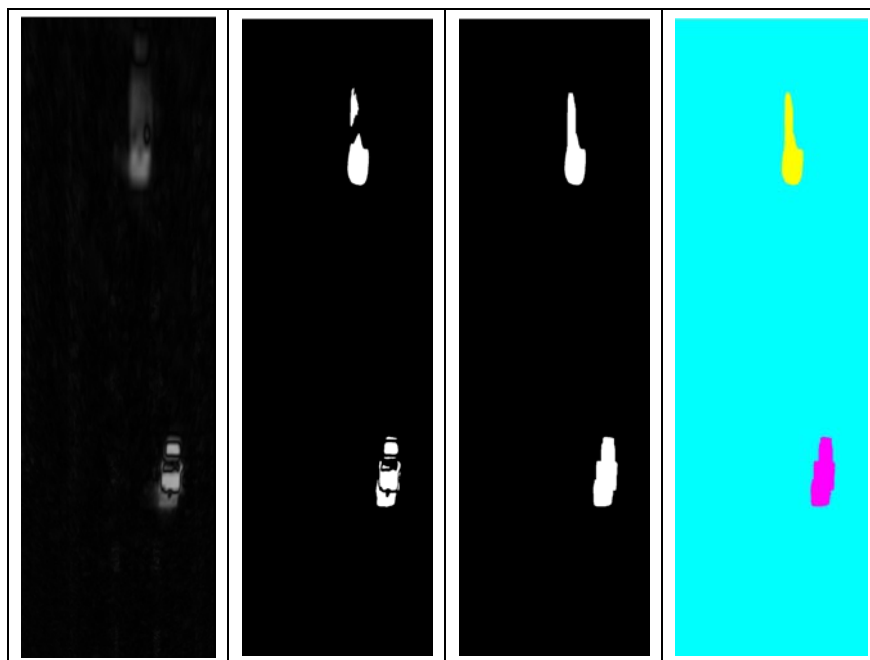
Σχήμα 5.15. Δημιουργία ανηγμένης εικόνας υποβάθρου (δεξιά) από τέσσερις ανηγμένες εικόνες (αριστερά).

Η δημιουργία της ανηγμένης εικόνας υποβάθρου είναι δυνατόν να επαναλαμβάνεται ανά συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα ή να ενημερώνεται εικόνα με την εικόνα ώστε να λαμβάνοντας υπόψη ενδεχόμενες αλλαγές στην φωτεινότητα λόγω σκιών και καιρικών συνθηκών (για μεγαλύτερη ακρίβεια μπορούν να χρησιμοποιούνται πιο εξειδικευμένες μέθοδοι, βλ. πχ. Stauffer and Grimson, 2000, Gutches et al., 2001).

Η αφαίρεση της εικόνας υποβάθρου από κάθε διαδοχική ανηγμένη εικόνα δίνει ως αποτέλεσμα μια νέα εικόνα, η οποία πλέον περιλαμβάνει μόνο τα κινούμενα αντικείμενα (οχήματα). Η εικόνα αυτή δυαδικοποιείται, ενώ τα μικρά κενά μεταξύ των εξαχθέντων αντικειμένων ελαχιστοποιούνται μέσω μιας διαδικασίας μορφολογικού “κλεισίματος” (morphological closing), δηλαδή μορφολογικής διαστολής (dilation) και διάβρωσης (erosion).

Τέλος, τα οχήματα αναγνωρίζονται βάσει μιας διαδικασίας ομαδοποίησης συνδεδεμένων στοιχείων (connected-component labeling). Αντικείμενα που καταλαμβάνουν περιοχή μικρότερη από ένα ορισμένο κατώφλι (εικονοψηφίδες με θόρυβο) εξαιρούνται από την συνέχεια της διαδικασίας.

Η συγκεκριμένη μέθοδος εντοπισμού οχημάτων λαμβάνει χώρα για κάθε διαδοχική εικόνα. Τα βήματα της περιγραφείσας διαδικασίας απεικονίζονται στο Σχ. 5.16.



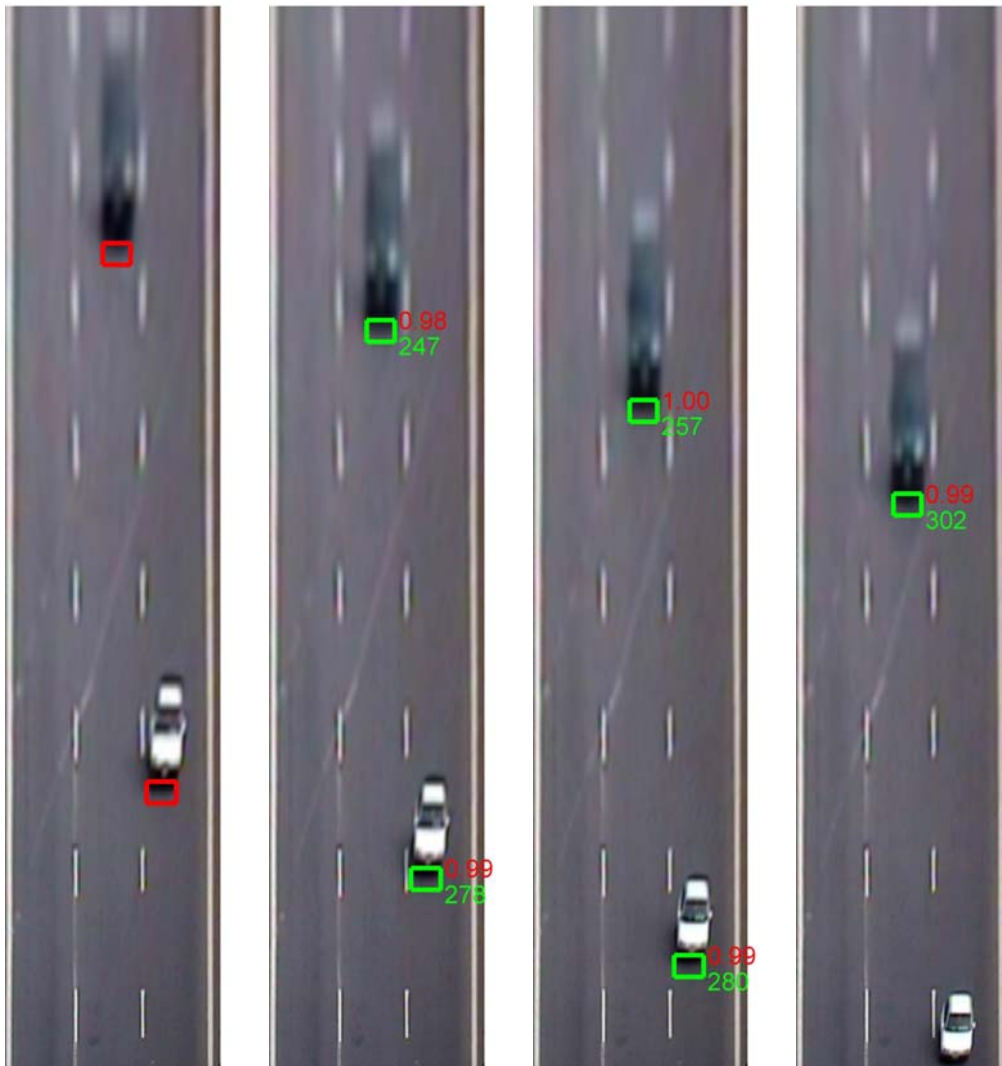
Σχήμα 5.16. Από αριστερά προς δεξιά: Αφαίρεση της εικόνας υποβάθρου από την ανηγμένη εικόνα, δυαδικοποίηση, μορφολογικό “κλείσιμο”, ανίχνευση οχήματος.

5.3.4.3 Ανίχνευση οχημάτων σε διαδοχικές εικόνες

Αφού ολοκληρωθεί η αναγνώριση των οχημάτων, πραγματοποιείται πλέον αυτόματη ανίχνευση όλων των εντοπισμένων αντικειμένων από εικόνα σε εικόνα μέσω του κανονικοποιημένου συντελεστή συσχέτισης. Σκοπός αυτής της διαδικασίας είναι να υπολογιστεί με ακρίβεια η ταχύτητα κάθε μεμονωμένου οχήματος που εμφανίζεται στις εικόνες με υπολογισμό της μετατόπισής του σε όλες τις ανηγμένες εικόνες (και βέβαια του γνωστού χρόνου που μεσολαβεί μεταξύ λήψεων). Ένα γνωστό μήκος στην διεύθυνση του δρόμου – για παράδειγμα, η απόσταση μεταξύ δύο λευκών διαχωριστικών γραμμών – επαρκεί, ως μοναδική εξωτερική πληροφορία, για να προσδιοριστεί η μετάθεση του οχήματος στην διεύθυνση Y (διεύθυνση άξονα του δρόμου), δεδομένου ότι η κλίμακα σε αυτή την διεύθυνση είναι σταθερή. Στην βιβλιογραφία οι μέθοδοι παρακολούθησης οχημάτων στηρίζονται συνήθως σε υπολογισμό της μέσης ταχύτητας ανά λωρίδα κυκλοφορίας με την παρακολούθηση ολόκληρου του εντοπισμένου οχήματος, ή χαρακτηριστικών του, από εικόνα σε εικόνα (Beymer et al., 1997, Dailey and Schoepflin, 2003). Η εκτίμηση ταχύτητας με αυτόν τον τρόπο (δηλαδή μέσω σημείων του οχήματος που δεν ανήκουν κατ’ ανάγκην στο επίπεδο του δρόμου) ενδέχεται να υπόκειται σε σφάλματα καθώς, με την αυστηρή έννοια, η μοναδική γεωμετρική σχέση που έχει ανακτηθεί είναι εκείνη μεταξύ εικόνας και επιπέδου του δρόμου.

Βάσει αυτής της θεώρησης, η συγκεκριμένη προσέγγιση υπολογίζει την μετάθεση του οχήματος παρακολουθώντας το κατώτερο τμήμα του (το κοντινότερο στο επίπεδο του οδοστρώματος) μέσω του κανονικοποιημένου συντελεστή συσχέτισης μεταξύ εικόνων. Περί κάθε ανιχνευτέο αντικείμενο ορίζεται στην εικόνα ορθογώνιο παράθυρο (παράθυρο αναφοράς), το οποίο περιέχει επαρκή πληροφορία για ολόκληρο το κατώτερο τμήμα του οχήματος (προφίλ οχήματος). Το πλάτος αυτού του παραθύρου

αναφοράς προσαρμόζεται ανάλογα με το πλάτος του προφίλ του οχήματος, το δε ύψος του εξαρτάται από την ανάλυση των ανηγμένων εικόνων και το μέσο μήκος των οχημάτων. Για παράδειγμα, στο Σχ. 5.17 το ύψος του παραθύρου αναφοράς έχει οριστεί στις 40 εικονοψηφίδες. Η περιοχή αυτή ανιχνεύθηκε κατά μήκος του άξονα του δρόμου για όλες τις επόμενες εικόνες μέχρι την έξοδο του οχήματος από αυτές. Ο αριθμός με κόκκινο υποδηλώνει τιμή συντελεστή συσχέτισης, ενώ εκείνος με πράσινο δείχνει (σε μονάδες pixel) υπολογιζόμενη απόσταση στην κατακόρυφη διεύθυνση Υ.



Σχήμα 5.17. Ανίχνευση των προφίλ των οχημάτων σε τρεις διαδοχικές ανηγμένες εικόνες μέσω του συντελεστή συσχέτισης.

Στο Σχ. 5.18 η διαδικασία αυτόματης ιχνηλασίας οχημάτων έχει εφαρμοστεί σε τέσσερις ανηγμένες εικόνες που προέκυψαν από αφινική διόρθωση τεσσάρων αντιστοιχων πλάγιων εικόνων με οριζόντια ευθεία φυγής. Μπορεί κανείς να παρατηρήσει την ταυτόχρονη λειτουργία της διαδικασίας εντοπισμού του προφίλ των οχημάτων (κόκκινο περίγραμμα) και της διαδικασίας ιχνηλασίας (πράσινο περίγραμμα) των προφίλ από εικόνα σε εικόνα. Επισημαίνεται πως, σε αντίθεση με τις λήψεις του Σχ. 5.17 όπου τα

οχήματα κινούνται από το βάθος προς την μηχανή, εδώ οι εικόνες έχουν ληφθεί στο αντίθετο ρεύμα (τα οχήματα απομακρύνονται από τον παρατηρητή).



Σχήμα 5.18. Ανίχνευση των προφίλ των οχημάτων σε τρεις διαδοχικές ανηγμένες εικόνες μέσω του συντελεστή συσχέτισης.

Αξίζει ακόμα να σημειωθεί ότι, εφόσον η κλίμακα της εικόνας είναι ενιαία κατά μήκος του άξονά της y , δεν υπάρχει λόγος για αλλαγή μεγέθους του παραθύρου αναφοράς, όπως πχ. συμβαίνει σε μεθόδους που χρησιμοποιούν απευθείας τις προοπτικές εικόνες (Beymer et al., 1997). Ένα πρόσθετο πλεονέκτημα της περιγραφόμενης μεθόδου είναι η δυνατότητα να ανιχνεύονται οχήματα τα οποία είτε αλλάζουν λωρίδα κυκλοφορίας είτε έχουν καλύψει μεγάλες αποστάσεις μεταξύ δύο διαδοχικών εικόνων. Παρατηρείται, επίσης, ότι η παρουσία διαχωριστικών γραμμών εντός του παραθύρου αναφοράς μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένη συσχέτιση. Έτσι, ο συντελεστής συσχέτισης εφαρμόζεται στις εικόνες που προκύπτουν από αφαίρεση της εικόνας υποβάθρου από τις αρχικές και όχι άμεσα στις ανηγμένες αρχικές εικόνες. Ακόμη, προκειμένου να ληφθούν υπόψη τυχόν ραδιομετρικές μεταβολές (αλλαγές φωτεινότητας ή και

αντίθεσης) μεταξύ εικόνων, το παράθυρο αναφοράς δεν διατηρείται ως είχε στην αρχική εικόνα παρά ανανεώνεται μετά από κάθε νέα ανίχνευση οχήματος.

Σε αυτή την μορφή του ο αλγόριθμος δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις μερικής απόκρυψης οχημάτων (υποτίθενται συνθήκες σχετικά αραιής κυκλοφορίας). Ο περιορισμός αυτός είναι αντιμετωπίσιμος εάν επεκταθεί ο αλγόριθμος με άλλες πιο αποτελεσματικές μεθόδους πρόγνωσης θέσης (Melo et al., 2004) προκειμένου να εξασφαλιστεί ακριβέστερος υπολογισμός της κίνησης των οχημάτων στο χρόνο.

5.3.4.4 Πρακτική αξιολόγηση αυτόματης μεθόδου

Για να αξιολογηθεί πρακτικά ο αλγόριθμος, πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις σε αυστηρά μετωπικές όσο και σε πλάγιες εικόνες με οριζόντια ευθεία φυγής. Οι μετωπικές εικόνες ελήφθησαν με την διάταξη της ενότητας 5.3.3. Για τις πλάγιες εικόνες η μηχανή στράφηκε κατά γωνία $\sim 15^\circ$ περί τον κατακόρυφο άξονα (αζιμούθιο α), ενώ η στροφή της μηχανής περί τον άξονα λήψης παρέμεινε μηδενική ($s = 0$), ώστε η ευθεία φυγής του επιπέδου του δρόμου να απεικονίζεται παράλληλη με τον άξονα x της εικόνας. Η απόδοση του αλγορίθμου αυτόματης ιχνηλασίας και μέτρησης ταχύτητας αξιολογήθηκε συγκρινόμενη με 2D προβολικό μετασχηματισμό (πίνακας αναγωγής **H** μεταξύ επιπέδου εδάφους και εικόνας) βάσει γεωδαιτικά μετρημένων φωτοσταθερών.

Συνολικά εντοπίστηκαν και ιχνηλατήθηκαν και στις τρεις λωρίδες κυκλοφορίας 20 οχήματα (διαφορετικού μεγέθους και χρώματος) από τις μετωπικές εικόνες, κατευθυνόμενα από το σημείο φυγής προς την μηχανή, και 10 οχήματα από τις πλάγιες εικόνες, κινούμενα στην αντίθετη διεύθυνση. Βασίζόμενος σε ένα γνωστό μήκος, ο υπολογισμός της ταχύτητας κάθε οχήματος πραγματοποιήθηκε με μετρήσεις σε 4–8 εικόνες, δίνοντας κάθε φορά ελαφρώς διαφορετικές τιμές. Θεωρώντας σταθερή την ταχύτητα κάθε οχήματος για όλο το μήκος του απεικονιζόμενου οδοστρώματος, μπορεί τελικά να υπολογίσει κανείς από τις επιμέρους τιμές την μέση ταχύτητα (v) και την τυπική απόκλιση (σ). Ο Πίνακας 5.2 δείχνει τα αποτελέσματα από τις μετωπικές εικόνες.

Πίνακας 5.2. Υπολογισμός ταχύτητας $v \pm \sigma$ (km/h) 1D: αυτόματη μέτρηση σε αφινικά ανηγμένες μετωπικές εικόνες 2D: προβολικός μετασχηματισμός από χειρωνακτικές μετρήσεις στις αρχικές εικόνες							
1D		2D		1D		2D	
v	σ	v	σ	v	σ	v	σ
78	± 1	79	± 1	134	± 2	133	± 1
124	± 1	124	± 1	97	± 1	98	± 2
137	± 2	136	± 1	118	± 2	118	± 1
109	± 1	107	± 2	117	± 2	117	± 1
110	± 2	110	± 1	134	± 1	134	± 1
97	± 1	97	± 2	137	± 2	136	± 2
126	± 3	127	± 2	112	± 1	111	± 1
149	± 3	148	± 1	95	± 2	95	± 1
112	± 1	111	± 1	156	± 3	155	± 1
115	± 1	115	± 1	122	± 2	122	± 2

Αντίστοιχα, τα αποτελέσματα από τις πλάγιες εικόνες φαίνονται στον Πίνακα 5.3.

Πίνακας 5.3. Υπολογισμός ταχύτητας $v \pm \sigma$ (km/h) 1D: αυτόματη μέτρηση σε αφινικά ανηγμένες πλάγιες εικόνες 2D: προβολικός μετασχηματισμός από χειρωνακτικές μετρήσεις στις αρχικές εικόνες							
1D		2D		1D		2D	
v	σ	v	σ	v	σ	v	σ
117	± 1	117	± 1	112	± 2	112	± 1
104	± 2	103	± 1	114	± 2	114	± 2
100	± 1	100	± 1	92	± 1	92	± 1
97	± 1	97	± 1	96	± 2	95	± 1
95	± 1	95	± 1	101	± 1	101	± 2

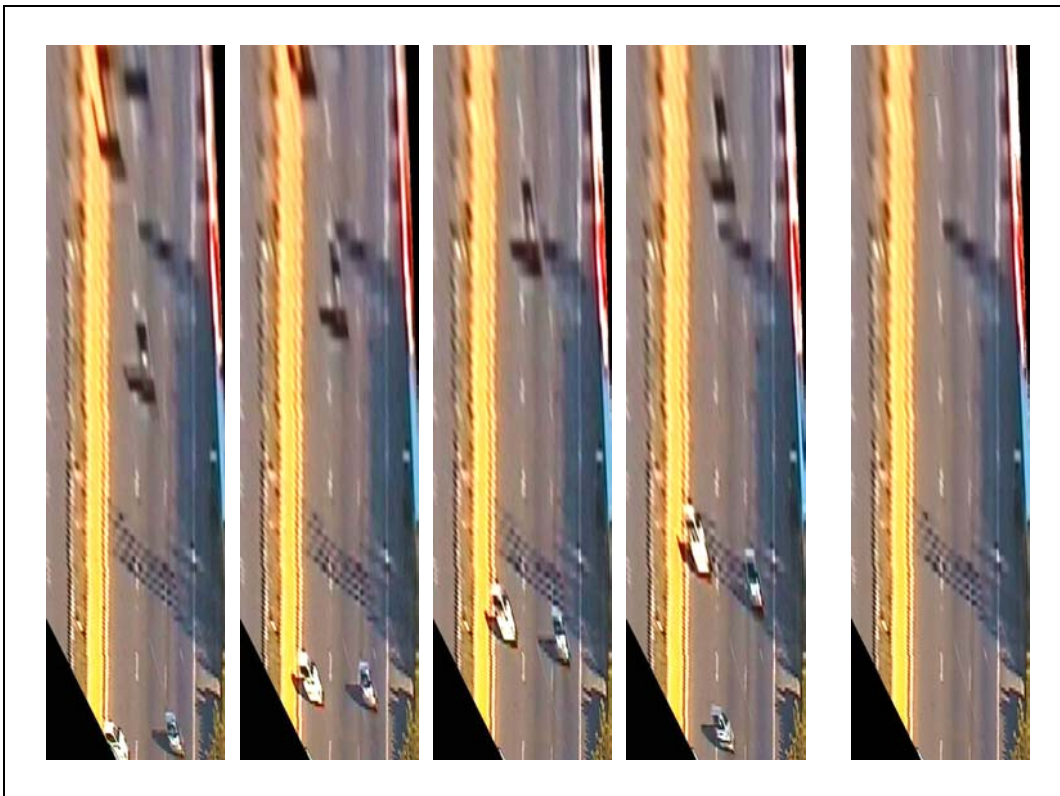
Παράλληλα, ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε και σε πλάγιες εικόνες με ακόμα εντονότερη στροφή περί την κατακόρυφο (αξιμούθιο α) και με οριζόντια ευθεία φυγής (Σχ. 5.19). Συνολικά υπολογίστηκαν αυτόματα οι ταχύτητες 10 μεμονωμένων οχημάτων από τις αφινικά ανηγμένες εικόνες και χειρωνακτικά από τους αντίστοιχους προβολικούς μετασχηματισμούς. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.4.



Σχήμα 5.19. Πλάγια εικόνα με μεγάλο αξιμούθιο και οριζόντια ευθεία φυγής.

Πίνακας 5.4. Υπολογισμός ταχύτητας $v \pm \sigma$ (km/h) 1D: αυτόματη μέτρηση σε αφινικά ανηγμένες πολύ πλάγιες εικόνες 2D: προβολικός μετασχηματισμός από χειρωνακτικές μετρήσεις στις αρχικές εικόνες							
1D		2D		1D		2D	
v	σ	v	σ	v	σ	v	σ
109	± 1	109	± 2	118	± 1	117	± 1
111	± 1	112	± 1	118	± 1	118	± 1
117	± 1	116	± 1	105	± 1	105	± 2
114	± 1	114	± 1	101	± 1	101	± 1
101	± 2	102	± 1	103	± 2	104	± 2

Τέλος, το Σχ. 5.20 εμφανίζει τέσσερις αφινικά ανηγμένες εικόνες αυτής της περίπτωσης και την εικόνα υποβάθρου που προέκυψε με την προαναφερθείσα διαδικασία.



Σχήμα 5.20. Αφινικά ανηγμένες διαδοχικές εικόνες (αριστερά) και η προκύπτουσα εικόνα υποβάθρου (δεξιά).

Από τα παρατεθέντα σε αυτή την ενότητα αποτελέσματα είναι σαφές ότι ο αυτόματος υπολογισμός της ταχύτητας οχήματος, με τον αναπτυχθέντα αλγόριθμο εντοπισμού και ανίχνευσης μέσω αφινικά ανηγμένων εικόνων, συγκρίνεται ικανοποιητικά με εκείνα από αυστηρό 2D προβολικό μετασχηματισμό (βάσει φωτοσταθερών και χειρωνακτικών μετρήσεων στην εικόνα). Οι διαφορές των τιμών ταχύτητας μεταξύ των δύο ομάδων αποτελεσμάτων δεν διαφέρουν περισσότερο από 2 km/h, ενώ και η μέγιστη αβεβαιότητα (σ) ανεξάρτητων αυτόματων μετρήσεων δεν υπερβαίνει τα ± 3 km/h. Συνεπώς, οι πειραματικές εφαρμογές υποδηλώνουν πως η συγκεκριμένη πλήρως αυτόματη μονοεικονική μέθοδος προσδιορισμού ταχύτητας οχημάτων – ακόμα και με χρήση πλάγιων εικόνων – έχει μια εκτιμώμενη ακρίβεια της τάξης των ± 3 km/h. Σημειώνεται, τέλος, ότι τα αποτελέσματα από την αυτόματη μέθοδο είναι πρακτικά ταυτόσημα με εκείνα από χειρωνακτικές μετρήσεις σε πλάγιες εικόνες (Παπατζίκου, 2004).

Αξίζει ακόμα να σχολιαστεί η περίπτωση όπου ένα όχημα δεν κινείται παράλληλα προς τον άξονα Y του δρόμου (πχ. προσπέρασμα). Αν και το πρόβλημα αυτό δεν προέκυψε στην πρακτική εφαρμογή, εκτιμάται ότι εάν χρησιμοποιούνται όλες οι διαδοχικές εικόνες της λήψης η παρακολούθηση του οχήματος θα είναι εφικτή. Σε μια τέτοια περίπτωση είναι δυνατόν να μετρείται η ταχύτητά του σε μετωπικές εικόνες. Σε ανηγμένες πλάγιες εικόνες όμως, όπου ο άξονας Y σχηματίζει άγνωστη γωνία με τον

άξονα X (βλ. Σχ. 5.7 και 5.20), η μέτρηση δεν είναι πλέον δυνατή.

5.3.5 Αλγόριθμος εντοπισμού σκιάς οχημάτων

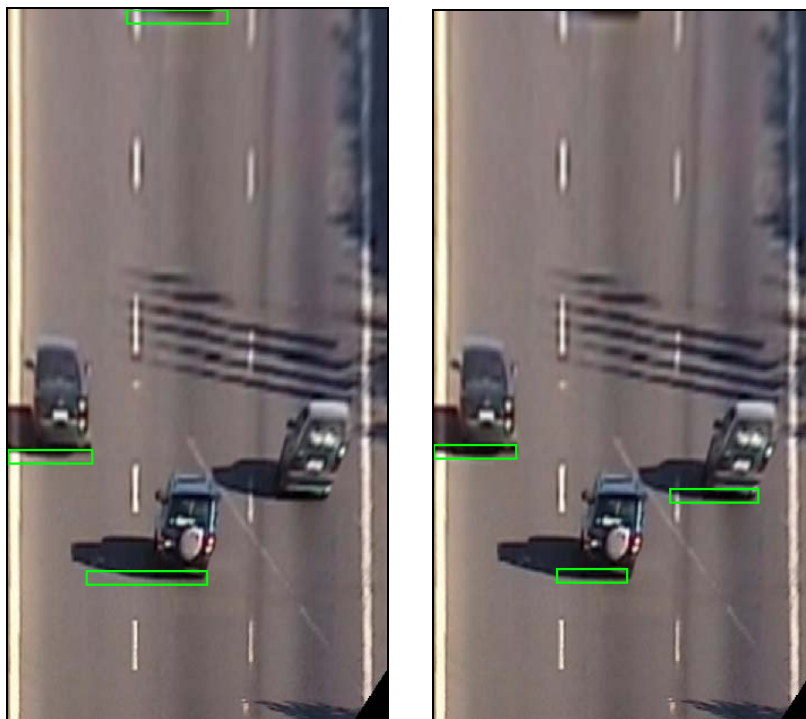
Μερικοί από τους παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν αρνητικά, οδηγώντας σε εσφαλμένα αποτελέσματα, την διαδικασία του αυτόματου εντοπισμού κινούμενων οχημάτων είναι η αλλαγή της προοπτικής του οχήματος, που εξαρτάται από τις γωνίες στροφής της ψηφιακής μηχανής αλλά και από την θέση του τελευταίου ως προς την μηχανή, η μεταβολή της φωτεινότητας στο οδόστρωμα όσο και στα ίδια τα οχήματα, καθώς και οι σκιές που σχηματίζουν τα τελευταία στο επίπεδο του δρόμου. Όσον αφορά την αλλαγή φωτεινότητας λόγω καιρικών συνθηκών, έχει ήδη αναφερθεί πως η συχνή ανανέωση της εικόνας υποβάθρου μπορεί να απορροφήσει, στις περισσότερες των περιπτώσεων, τέτοιου είδους αλλαγές, εξασφαλίζοντας υψηλής πιστότητας εντοπισμό.

Από την άλλη μεριά, οι σκιές των κινούμενων οχημάτων (σκιές επί του οχήματος ή επί του δρόμου) μπορούν να “παραπλανήσουν” τον αυτόματο εντοπισμό οχημάτων, είτε επηρεάζοντας την γεωμετρία και το σχήμα του ανιχνεύσιμου αντικειμένου είτε οδηγώντας σε συνένωση δύο ή και περισσότερων οχημάτων σε ένα ενιαίο αντικείμενο. Τα τελευταία χρόνια στον χώρο της όρασης υπολογιστών έχουν αναφερθεί σημαντικές προσπάθειες σχετικά με τον εντοπισμό κινούμενων σκιών σε διαδοχικές εικόνες ψηφιακών μηχανών βίντεο. Μια εκτενής και συγκριτική αξιολόγηση τέτοιων μεθόδων δίδεται από τους Prati et al. (2001). Σύμφωνα με αυτούς, οι αλγόριθμοι αυτόματης ανίχνευσης σκιάς μπορούν κατ’ αρχήν να διακριθούν σε “ντετερμινιστικές” μεθόδους, όπου κάθε εικονοψηφίδα χαρακτηρίζεται ως σημείο με σκιά ή χωρίς σκιά, και σε “στοχαστικές” μεθόδους οι οποίες χρησιμοποιούν συναρτήσεις πιθανότητας και εισάγουν την έννοια της αβεβαιότητας. Στις στοχαστικές μεθόδους (Mikic et al., 2000, Elgammal et al., 1999, Horprasert et al., 1999) η επιλογή των παραμέτρων παίζει καθοριστικό ρόλο και πραγματοποιείται αυτόματα (μη παραμετρικές μέθοδοι) μέσω διαδικασίας στατιστικής εκπαίδευσης (Haritaoglu et al., 2000) είτε παραμετρικά με την βοήθεια του χειριστή (Mikic et al., 2000). Οι ντετερμινιστικές μέθοδοι (Stauder et al., 1999, Cucchiara et al., 2001), από την μεριά τους, μπορούν να διακριθούν σε όσες χρησιμοποιούν 3D αντικείμενο γνωστής γεωμετρίας (Koller et al., 1993) και σε εκείνες που δεν βασίζονται στην γεωμετρία του 3D μοντέλου (Cucchiara et al., 2001).

Βασισμένη στον αλγόριθμο της τελευταίας δημοσίευσης, η προσέγγιση που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της παρούσας διατριβής για αυτόματο εντοπισμό οχημάτων και μέτρηση της ταχύτητάς τους επεκτάθηκε ώστε να συμπεριλάβει και τον αυτόματο εντοπισμό σκιών για πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Σύμφωνα λοιπόν με τους Cucchiara et al. (2001), η απόφαση για το αν μια εικονοψηφίδα ανήκει σε περιοχή με σκιά λαμβάνεται βάσει της ακόλουθης εξίσωσης:

$$\begin{aligned} \text{Εάν } \alpha \leq \frac{I_V}{B_V} \leq \beta \quad \text{και} \\ I_S - B_S \leq t_S \quad \text{και} \\ |I_H - B_H| \leq t_H \Rightarrow \text{σημείο εντός σκιάς} \\ \text{διαφορετικά} \quad \Rightarrow \text{σημείο εκτός σκιάς} \end{aligned} \quad (5.19)$$

όπου I και B οι τιμές της εικονοψηφίδας στην αρχική εικόνα και στην εικόνα υποβάθρου, αντίστοιχα. Οι δείκτες H , S και V αντιπροσωπεύουν την τιμή της εικονοψηφίδας από το αντίστοιχο κανάλι της εικόνας (χώρος χρώματος HSV). Εμπειρικές τιμές για τις παραμέτρους α , β , t_s , t_H δίδονται από τους Cucchiara et al. (2001). Στο Σχ. 5.21 έχει πραγματοποιηθεί ο αυτόματος εντοπισμός κινούμενων οχημάτων με ταυτόχρονο εντοπισμό σκιάς (δεξιά ανηγμένη εικόνα) και χωρίς εντοπισμό σκιάς (αριστερή ανηγμένη εικόνα).



Σχήμα 5.21. Εντοπισμός κινούμενων οχημάτων χωρίς (αριστερή εικόνα) και με αυτόματο εντοπισμό σκιάς (δεξιά εικόνα).

Αγνοώντας την σκιά, ο αλγόριθμος εντοπίζει (Σχ. 5.21, αριστερά) τα δύο οχήματα της κεντρικής και δεξιάς λωρίδας εντοπίζοντάς τα ως ένα ενιαίο όχημα, και συνεπώς αποδίδει σε αυτά ένα μοναδικό προφίλ εντοπισμού (πράσινο περίγραμμα). Η αστοχία αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι η σκιά του οχήματος στα δεξιά βρίσκεται πολύ κοντά στο αριστερό όχημα, με συνέπεια την εντοποίησή τους. Με εφαρμογή του αλγορίθμου που προαναφέρθηκε (Εξ. 5.19), τα οχήματα εντοπίζονται ως δύο ξεχωριστά κινούμενα αντικείμενα, καθώς η μεταξύ τους σκιά έχει πλέον ανιχνευθεί και εξαιρεθεί της διαδικασίας (Σχ. 5.21, δεξιά). Είναι προφανές πως με αυτή την τεχνική αυξάνει η αξιοπιστία της μεθόδου (ενισχύεται η πιθανότητα να εντοπίζονται όλα τα οχήματα που διέρχονται μπροστά από την μηχανή), αλλά και η ακρίβειά της καθώς τα σχηματιζόμενα προφίλ περιλαμβάνουν μικρότερο τμήμα σκιάς.

5.4 Σχολιασμός

Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε στην ενότητα αυτή επιτρέπει να πραγματοποιούνται

αυτόματα μονοδιάστατες (1D) μετρήσεις και έτσι – στην ειδική περίπτωση που εξετάστηκε πρακτικά εδώ – να υπολογίζεται με ικανοποιητική ακρίβεια η ταχύτητα μεμονωμένων κινούμενων οχημάτων από απλές (δηλαδή μη βαθμονομημένες) διαδοχικές λήψεις βίντεο. Η μόνη εξωτερική πληροφορία που απαιτείται για το αντικείμενο είναι ένα γνωστό μήκος στην διεύθυνση του άξονα του δρόμου. Δείχθηκε ότι η συγκεκριμένη μέθοδος, που χρησιμοποιεί απλώς ένα σημείο φυγής της εικόνας, είναι δυνατόν να παρέχει ικανοποιητικά μετρητικά αποτελέσματα από μετωπικές εικόνες, αλλά και από πλάγιες εικόνες τόσο με μικρό όσο και με μεγάλο αζιμούθιο, υπό την παραδοχή ότι ο ορίζοντας του δρόμου απεικονίζεται παράλληλος με τον άξονα x της εικόνας.

Στις τυπικές φωτογραμμετρικές εφαρμογές, η μετρητική διαδικασία απαιτεί να είναι γνωστός ο εσωτερικός προσανατολισμός των μηχανών. Βασική εξαίρεση αποτελούν οι περιπτώσεις όπου χρησιμοποιούνται οι προβολικές σχέσεις εικόνας – 3D χώρου (DLT), οι οποίες απαιτούν ≥ 6 φωτοσταθερά ανά εικόνα, και συνηθέστερα βέβαια οι 2D–2D προβολικές σχέσεις (αναγωγή επίπεδων αντικειμένων), οι οποίες ως γνωστόν απαιτούν ≥ 4 φωτοσταθερά ανά εικόνα. Στην τελευταία αυτή περίπτωση η δυνατότητα για μετρήσεις σε προοπτικές απεικονίσεις εξασφαλίζεται με την ευκλείδεια ανακατασκευή του επίπεδου αντικειμένου. Σε αυτό το κεφάλαιο δείχτηκε και πρακτικά ότι, υπό όρους, η φωτογραμμετρία έχει την δυνατότητα για αξιόπιστες μετρήσεις από μη βαθμονομημένες εικόνες ακόμα και αν από τις τρεις συνιστώσες της προοπτικής παραμόρφωσης μιας απεικόνισης (ομοιότητα – αφινική – προβολική) απομακρυνθεί μόνο η τελευταία, επιτρέποντας έτσι να ανακατασκευαστεί αφινικά το επίπεδο και να γίνουν μετρήσεις 1D μεγεθών.

Ακόμα, ο αλγόριθμος επεκτάθηκε όσον αφορά την δυνατότητα για την ανίχνευση σκιών, γεγονός που μπορεί να βελτιώσει την ακρίβεια και αξιοπιστία των μετρήσεων. Τέλος, ο συνδυασμός της μεθόδου με άλλες που αντιμετωπίζουν περιπτώσεις απόκρυψης οχημάτων μπορεί να αποτελέσει σημαντικό βήμα προκειμένου να εφαρμόζεται ο αλγόριθμος υπό συνθήκες όχι μόνο αραιής αλλά και πυκνής κυκλοφορίας.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα και προοπτικές

Ο κύριος στόχος της παρούσας διδακτορικής διατριβής, όπως αυτός ετέθη στην Εισαγωγή, υπήρξε η μελέτη, η εμβάθυνση και η διατύπωση βασικών ιδιοτήτων και σχέσεων, οι οποίες περιγράφουν την γεωμετρία της μεμονωμένης εικόνας υπό το πρίσμα δύο διαφορετικών – εκ πρώτης όψεως τουλάχιστον – προσεγγίσεων: της φωτογραμμετρικής, που στηρίζεται σχεδόν αποκλειστικά στην ευκλείδεια γεωμετρία, και εκείνης που κατά κανόνα υιοθετεί η Όραση Υπολογιστών, όπου κυριαρχεί το μοντέλο του προβολικού χώρου.

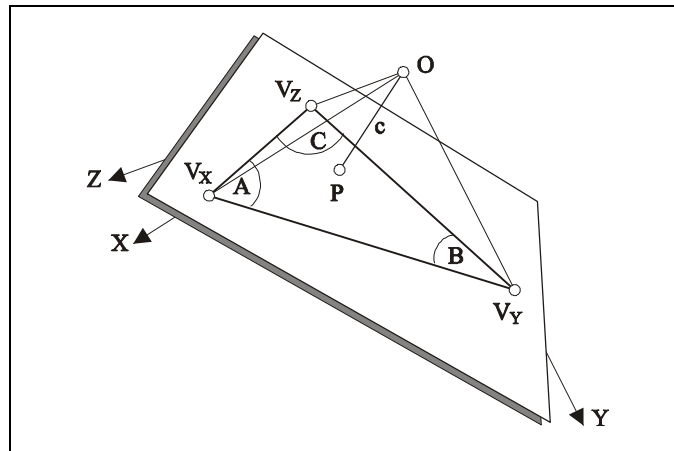
Στο πλαίσιο της εξαγωγής γεωμετρικής πληροφορίας από μεμονωμένες εικόνες, αρχικά αξιολογήθηκαν τρεις μέθοδοι μονοεικονικής βαθμονόμησης της μηχανής – δύο προϋπάρχουσες και μία που επεκτάθηκε εδώ για πλήρη βαθμονόμηση μηχανής – οι οποίες εκμεταλλεύονται την ύπαρξη σημείων φυγής σε τρεις ορθογώνιες διευθύνσεις του χώρου χωρίς την ανάγκη πρόσθετου εξωτερικού ελέγχου (φωτοσταθερά ή γνωστές διαστάσεις αντικειμένων). Η αξιολόγηση των μεθόδων, που βασίστηκε και σε σύγκριση των αποτελεσμάτων με εκείνα από την μέθοδο της δέσμης, έδειξε ότι η μονοεικονική βαθμονόμηση από σημεία φυγής εκτιμά με ικανοποιητική κατ' αρχήν ακρίβεια (τουλάχιστον σε όσες περιπτώσεις εξετάστηκαν) τις εσωτερικές παραμέτρους της μηχανής, συμπεριλαμβανομένης της ακτινικής διαστροφής του φακού. Η διαπίστωση αυτή επεκτείνει τις πιο προφανείς μονοεικονικές εφαρμογές περιορισμένης σχετικά ακρίβειας (όπως η 3D ανακατασκευή πολυεπίπεδων αντικειμένων από μεμονωμένες εικόνες και η αυτόματη πλοήγηση ρομποτικών συστημάτων) και σε άλλες εφαρμογές, μεταξύ των οποίων συγκαταλέγεται η (αυτόματη) εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών εσωτερικού αλλά και εξωτερικού (πίνακας στροφής) προσανατολισμού σε πολυεικονικές εφαρμογές, αλλά ακόμα και η απευθείας χρήση των υπολογισμένων εσωτερικών παραμέτρων της μηχανής σε περιπτώσεις όπου η βαθμονόμηση ή η αυτοβαθμονόμηση δεν είναι εφικτές.

Μια ενδιαφέρουσα πλευρά της βαθμονόμησης μηχανής από τρία σημεία φυγής που χρήζει περαιτέρω μελέτης (το πρόβλημα εξετάστηκε αλλά δεν αντιμετωπίστηκε πλήρως στο πλαίσιο της διατριβής) αφορά την επίδραση της γεωμετρίας της λήψης στην ακρίβεια των τελικών αποτελεσμάτων. Ειδικότερα, στο Κεφάλαιο 2 επισημαίνεται πως οι στροφές της μηχανής, οι οποίες καθορίζουν την γεωμετρία της λήψης, προφανώς συνδέονται άμεσα με την ακρίβεια υπολογισμού των εσωτερικών παραμέτρων της μηχανής. Εμπειρικά αλλά και με προσομοιώσεις, έχει διαπιστωθεί ότι όταν ο άξονας της μηχανής τριχοτομεί το τρισσορθογώνιο σύστημα αξόνων XYZ του χώρου – ή, πράγμα ισοδύναμο, τα σημεία φυγής σχηματίζουν ισόπλευρο τρίγωνο στην εικόνα – επιτυγχάνεται βέλτιστος υπολογισμός των παραμέτρων c , x_0 , y_0 . Πέρα όμως από αυτή την ιδανική περίπτωση, τι θα μπορούσε να συμπεράνει κανείς για όλες τις υπόλοιπες γεωμετρίες λήψεων, αλλά και ειδικότερα σχετικά με την ακρίβεια βαθμονόμησης όταν σημεία φυγής τείνουν στο άπειρο;

Μια σχέση που μπορεί να διευκολύνει την απάντηση σε αυτόν τον προβληματισμό, συνδέοντας άμεσα την σταθερά της μηχανής με τα στοιχεία του σχηματιζόμενου από τα τρία σημεία φυγής τριγώνου, αποτελεί η ακόλουθη εξίσωση, στην οποία A, B και C είναι οι τρεις γωνίες του τριγώνου των σημείων φυγής και E το εμβαδόν του (βλ. και Σχ. 6.1):

$$c = \sqrt{2E \cot A \cot B \cot C} \quad (6.1)$$

Η σταθερά c της μηχανής ισούται σε αυτή την περίπτωση με το ύψος της τρισσορθογώνιας πυραμίδας που έχει ως βάση το προαναφερθέν τρίγωνο και κορυφή το κέντρο προβολής της μηχανής. Ας σημειωθεί εδώ ότι η Εξ. (6.1) περιγράφει πυκνότερα σε μια μόνη εξίσωση εκείνο ακριβώς που εκφράζουν οι τρεις ισοδύναμες Εξ. (2.5) του Gracie (1968). Με την ευκαιρία, αξίζει να παρατηρηθεί γενικότερα ότι το πρόβλημα προσδιορισμού του εσωτερικού προσανατολισμού από τρία σημεία φυγής είναι, από γεωμετρική άποψη, ένα τυπικό πρόβλημα οπισθοτομίας με τρία σημεία (οι πλευρές τριγωνικής πυραμίδας οφείλουν να διέλθουν από τρία αντίστοιχα σημεία), αλλά στον χώρο της εικόνας. Όταν η πυραμίδα είναι τρισσορθογώνια, υπάρχει μια λύση στην σωστή πλευρά της εικόνας (και όχι περισσότερες, όπως έχει αναφερθεί στην Εισαγωγή για το πρόβλημα της οπισθοτομίας).



Σχήμα 6.1. Τρίγωνο σχηματιζόμενο από τα σημεία φυγής ορθογωνικών διευθύνσεων.

Στην Εξ. (6.1), λοιπόν, το δεύτερο μέρος έχει δύο διακριτά μέρη: το πρώτο (2E) αναφέρεται στο εμβαδόν του τριγώνου και επομένως αφορά αποκλειστικά το μέγεθός του, ενώ το δεύτερο μέρος ($\cot A \cot B \cot C$) αναφέρεται στις γωνίες του τριγώνου και αφορά αποκλειστικά το σχήμα του. Εφαρμόζοντας μετάδοση σφάλματος στην Εξ. (6.1) για σταθερή τιμή του E, και υπό την παραδοχή ότι το σφάλμα των εσωτερικών γωνιών είτε είναι για όλες ίσο είτε είναι αναλογικά μεγαλύτερο για μικρότερες τιμές της γωνίας (το σημείο φυγής βρίσκεται μακριά από το κέντρο της εικόνας), καταλήγει κανείς σε μία νέα εξίσωση που εκφράζει το σφάλμα υπολογισμού της σταθεράς c της μηχανής συναρτήσει της μορφής του τριγώνου. Αυτή η εξίσωση σφάλματος εμφανίζει ελάχιστο όταν $A = B = C = 60^\circ$, δηλαδή σε περίπτωση ισόπλευρου τριγώνου. Με τον τρόπο αυτό αποδεικνύεται και αναλυτικά η αρχική διαπίστωση ότι γεωμετρικές λήψεις που σχηματίζουν ισόπλευρα τρίγω-

να σημείων φυγής αντιπροσωπεύουν βέλτιστη γεωμετρία βαθμονόμησης. Αντίστοιχα, είναι δυνατόν να γραφεί η σχέση που συνδέει την θέση του πρωτεύοντος σημείου (ορθό-κεντρο) με το σχήμα του τριγώνου και, συνδυαζόμενη με την Εξ. (6.1), να επιτρέψει καλύτερη κατανόηση του προβλήματος.

Στο Κεφάλαιο 3 εισήχθη η έννοια της “σφαίρας βαθμονόμησης”, μιας ευκλείδειας γεωμετρικής οντότητας που εκφράζει τον γεωμετρικό τόπο του προβολικού κέντρου της μηχανής όταν είναι γνωστή η θέση δυο σημείων φυγής κάθετων διευθύνσεων του χώρου. Σύγκρισή της με βασικές ιδιότητες του προβολικού χώρου οδήγησε στο συμπέρασμα ότι αυτή αναπαριστά γεωμετρικά την δέσμευση που εισάγουν οι συντεταγμένες δυο σημείων φυγής ορθογώνιων διευθύνσεων στις παραμέτρους της εικόνας ω της απόλυτης κωνικής, και κατά συνέπεια στον εσωτερικό προσανατολισμό της μηχανής. Η εξίσωση της σφαίρας βαθμονόμησης αντιπροσωπεύει βασική εξίσωση του ενιαίου αλγορίθμου για αυτόματη “πολυεικονική” βαθμονόμηση της μηχανής, ο οποίος αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 4 βάσει της ελαχιστοποίησης παρατηρήσεων σε πλήθος ανεξάρτητων (μεμονωμένων) εικόνων. Σημαντικό λοιπόν χαρακτηριστικό αυτής της μεθόδου βαθμονόμησης από σημεία φυγής είναι ότι μπορεί να συνδυάσει λήψεις που απεικονίζουν εντελώς διαφορετικά αντικείμενα σε ενιαία λύση, εφόσον οι εικόνες έχουν τον ίδιο εσωτερικό προσανατολισμό. Παράλληλα, στην μέθοδο αυτή οι εσωτερικές παράμετροι της μηχανής υπολογίζονται ανεξάρτητα από τον εξωτερικό προσανατολισμό των λήψεων (στροφές των μηχανών) όπως συμβαίνει με άλλες μεθόδους βαθμονόμησης (πχ. αυτοβαθμονόμηση με μέθοδο της δέσμης), περιορίζοντας έτσι τις συσχετίσεις μεταξύ των αγνώστων. Η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων από συνθετικά και πραγματικά δεδομένα επέτρεψε το συμπέρασμα ότι η συγκεκριμένη μέθοδος βαθμονόμησης βάσει σημείων φυγής υπερέχει σε ακρίβεια συγκρινόμενη με τις πιο κλασικές μεθόδους μονοεικονικής βαθμονόμησης βάσει σημείων φυγής, όπως εκείνες που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 2. Η ακρίβεια προσδιορισμού των εσωτερικών παραμέτρων εμφανίζεται ως κατ’ αρχήν συγκρίσιμη με εκείνη που προκύπτει από αυστηρότερες και πιο διαδεδομένες μεθόδους βαθμονόμησης (μέθοδος δέσμης, βαθμονόμηση μέσω επιπέδων), οι οποίες στηρίζονται στην άμεση ομολογία σημείων μεταξύ εικόνων.

Ωστόσο, ένα εύλογο ερώτημα που ανακύπτει είναι τι συμβαίνει σε περίπτωση όπου τα δυο σημεία φυγής αφορούν όχι κάθετες αλλά τυχαίες διευθύνσεις του χώρου. Η σημασία του ερωτήματος είναι τριπλή. Κατ’ αρχάς, αφορά την (μάλλον θεωρητική) δυνατότητα να βαθμονομούνται εικόνες με ζεύγη σημείων φυγής που αντιστοιχούν σε γνωστές μη κάθετες διευθύνσεις του χώρου. Δεύτερον, αφορά την (ρεαλιστικότερη) περίπτωση όπου τα σημεία φυγής αναφέρονται σε διευθύνσεις του χώρου που σχηματίζουν άγνωστη αλλά σταθερή γωνία. Και τρίτον, αφορά την εκτίμηση του αναμενόμενου σφάλματος στον υπολογισμό του εσωτερικού προσανατολισμού όταν μη κάθετες διευθύνσεις αντιμετωπίζονται ως κάθετες. Το πρόβλημα απασχόλησε την παρούσα έρευνα. Είναι προφανές ότι σε τέτοιες περιπτώσεις η σφαίρα βαθμονόμησης παύει πλέον να ισχύει, μετασχηματιζόμενη σε διαφορετική 3D επιφάνεια. Η μορφή της επιφάνειας (γεωμετρικός τόπος των σημείων του χώρου που βλέπουν δεδομένο μήκος υπό δεδομένη μη ορθή γωνία) έχει γίνει κατανοητή, και είναι διαφορετική ανάλογα με το είδος της γωνίας (οξεία ή αμβλεία). Εκ-

κρεμεί, ωστόσο, η διατύπωση της αναλυτικής της έκφρασης. Εκτιμάται ότι η τελευταία θα επέτρεπε να εισαχθεί και η άγνωστη σταθερή γωνία ως άγνωστη παράμετρος στον αλγόριθμο βαθμονόμησης (υπό την προϋπόθεση πρόσθετων ζευγών σημείων φυγής). Τέλος, μια άλλη ενδιαφέρουσα προοπτική για τον συγκεκριμένο αλγόριθμο θα ήταν η υιοθέτηση μεθόδων συνόρθωσης που είναι λιγότερο ευαίσθητες στον θόρυβο των παρατηρήσεων από όσο η ελαχιστοτετραγωνική συνόρθωση.

Στο Κεφάλαιο 5 αναπτύχθηκε μέθοδος αφινικής επανασύστασης εικόνων με στόχο την πραγματοποίηση 1D μετρήσεων στο επίπεδο (μετρήσεις ταχύτητας οχημάτων στο επίπεδο του δρόμου). Το παράδειγμα της μεθόδου αυτής καταδεικνύει την ανάγκη να υιοθετούνται, κατά περίπτωση, βασικές ιδιότητες της προβολικής γεωμετρίας στην φωτογραμμετρική πρακτική (πέραν του καθιερωμένου 2D-2D προβολικού μετασχηματισμού μέσω φωτοσταθερών), καθώς κάτι τέτοιο μπορεί να επεκτείνει δραστικά το πεδίο εφαρμογών της. Η επιτευχθείσα εδώ ακρίβεια στον αυτόματο υπολογισμό της ταχύτητας οχημάτων, για παράδειγμα, θα μπορούσε να καταστήσει την συγκεκριμένη τεχνική σημαντικό εργαλείο για την μελέτη και τον έλεγχο κυκλοφορίας σε αυτοκινητόδρομους. Απαραίτητο για κάτι τέτοιο θα ήταν να μεταγραφεί ο υπάρχων αλγόριθμος (υλοποιημένος σε περιβάλλον Matlab) σε ανώτερη γλώσσα προγραμματισμού (πχ. C++), ώστε να μπορεί να αξιολογηθεί και σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου.

Βιβλιογραφία

Aguilera D.G., Gómez Lahoz J., Finat Codes J., 2005. A new method for vanishing points detection in 3D reconstruction from a single view. *International Workshop on 3D Virtual Reconstruction and Visualization of Complex Architectures (3D-ARCH '05)*, Venice (πρακτικά σε CD).

Alvarez B.S.V., Carvalho P.C.P., Gattass M., 2002. Insertion of three-dimensional objects in architectural photos. *Proc. 10th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization & Computer Vision (WSCG '02)*, Plzeny, Czech Republic, pp.17-23.

Antone M., Teller S., 2000. Automatic recovery of relative camera rotations for urban scenes. *Proc. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Hilton Head Island, South Carolina, vol. 2, pp. 282-289.

Barnard S.T., 1983. Interpreting perspective images. *Artificial Intelligence*, 21, pp. 435-462.

Becker S., Bove M., 1995. Semiautomatic 3D model extraction from uncalibrated 2D camera views. *Proc. SPIE on Visual Data Exploration and Analysis II*, San Jose, California, vol. 2410, pp. 447-461

Bénallal M., Meunier J., 2003. Camera calibration with simple geometry. *Proc. International Conference on Image and Signal Processing*, Agadir, Morocco.
(<http://benallal.free.fr/articles/ICISP2003/ICISP2003BenallalMeunier.pdf>).

Bertozzi M., Broggi M., 1997. Vision-based vehicle guidance. *Computer*, 30(7), pp. 49-55.

Beymer D., McLauchlan P., Coifman B., Malik J., 1997. A real-time computer vision system for measuring traffic parameters. *IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, San Juan, Puerto Rico, pp. 495-501.

Bose B., Grimson E., 2003. Ground plane rectification by tracking moving objects. *Proc. Joint IEEE International Workshop on Visual Surveillance & Performance Evaluation of Tracking and Surveillance*, Nice, France.

Bouguet J.-Y., 2004. *Camera Calibration Toolbox for Matlab*.
http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/

Bräuer-Burchardt C., 2001. *Monokulare Rekonstruktion polyedrischer Objekte unter Einbeziehung von A-priori-Wissen*. Doktor-Dissertation, Fakultät für Mathematik und Informatik, Friedrich-Schiller-Universität, Jena.

Bräuer-Burchardt C., Voss K., 2001a. Façade reconstruction of destroyed buildings

using historical photographs. *Proc. XVIII CIPA International Symposium*, Potsdam, pp. 543-550.

Bräuer-Burchardt C., Voss K., 2001b. Image rectification for reconstruction of destroyed buildings using single views. B. Fisher, K. Dawson-Howe and C. O'Sullivan (eds.), *Virtual and Augmented Architecture*, Springer, Berlin, pp. 159-170.

Brill M.H., Williamson J.R., 1987. Three-dimensional reconstruction from three-point perspective. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 53(12), pp. 1697-1683.

Brillault-O'Mahony B., 1991. New method for vanishing point detection. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 54(2), pp. 289-300.

Brown D.C., 1971. Analytical calibration of close-range cameras. *Photogrammetric Engineering*, 37(8), pp. 855-866.

Busby W.E., 1981. Dimensional analysis of a single terrestrial photograph using the principles of perspective. *Proc. Fall Symposium*, American Society of Photogrammetry, pp.431-447.

Canny J.F., 1986. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6), pp.679-698.

Cantoni V., Lombardi L., Porta M., Sicard N., 2001. Vanishing point detection: representation analysis and new approaches. *Proc. 11th International Conference on Image Analysis and Processing*, Palermo, Italy, pp. 90-94.

Caprile B., Torre V., 1990. Using vanishing points for camera calibration. *International Journal of Computer Vision*, 4(2), pp. 127-140.

Chun K.M., Li C.K., 2000. Motions of multiple objects detection based on video frames. *Proc. International Symposium on Consumer Electronics (ICSE)*, Hong Kong.

Church E., Quinn A.O., 1948. *Elements of Photogrammetry*. Syracuse University Press, Syracuse, New York.

Cipolla R., Drummond T., Robertson D.P., 1999a. Camera calibration from vanishing points in images of architectural scenes. *Proc. 10th British Machine Vision Conference (BMVC)*, pp. 382-391.

Cipolla R., Robertson D., Boyer E., 1999b. PhotoBuilder - 3D models of architectural scenes from uncalibrated images. *Proc. IEEE International Conference on Multimedia Computing and Systems*, vol. 1, pp. 25-31.

Γραμματικόπουλος Λ., 1999. *Ψηφιακή Μονοεικονική Απόδοση με Χρήση DTM*. Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Criminisi A., 2001. *Accurate Visual Metrology from Single and Multiple Images*. Series Distinguished Dissertations, Springer, London.

Criminisi A., Reid I., Zisserman A., 2000. Single view metrology. *International Journal of Computer Vision*, 10(2), pp. 434-442.

Cucchiara R., Grana C., Piccardi M., Prati A., 2001. Detecting objects, shadows and ghosts in video streams by exploiting color and motion information. *Proc. IEEE International Conference on Image Analysis and Processing*, Palermo, Italy, pp. 360-365.

Dailey D.J., Cathey F.W., Pumrin S., 2000. An algorithm to estimate mean traffic speed using un-calibrated cameras. *Proc. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 1, pp.98-107.

Dailey D.J., Schoepflin T.N., 2003. A correlation technique for estimating traffic speed from cameras. *Transportation Research Board Annual Meeting*, TRB no. 03-3414.

Deutscher J., Isard M., McCormick J., 2002. Automatic camera calibration from a single Manhattan image. *Proc. European Conference on Computer Vision (ECCV)*, pp. 175-188.

Devernay F., Faugeras O., 2001. Straight lines have to be straight. *Machine Vision & Applications*, 13(1), pp. 14-24.

Douskos V., Kalisperakis I., Karras G., 2007. Automatic calibration of digital cameras using planar chess-board patterns. *Optical 3-D Measurement Techniques VIII*, Wichman Verlag, vol. 1, pp.132-140.

Elgammal A., Harwood D., Davis L.S., 2000. Non-parametric model for background subtraction. *Proc. 6th European Conference on Computer Vision (ECCV)*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, vol. 1843, pp. 751-767.

Enkelmann W., 2001. Video-based driver assistance – from basic functions to applications. *International Journal of Computer Vision*, 45(3), pp. 201-221.

Ethrog U., 1984. Non-metric camera calibration and photo orientation using parallel and perpendicular lines. *Photogrammetria*, 39(1), pp. 13-22.

Faugeras O., 1995. Stratification of 3D vision: projective, affine, and metric representations. *Journal of the Optical Society of America*, A12, pp. 465-484.

Faugeras O., Luong Q.-T., Papadopoulos T., 2001. *The Geometry of Multiple Images*.

MIT Press.

Finsterwalder, S., 1899. Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* (ανατύπωση σε: Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie, *Sebastian Finsterwalder zum 75. Geburtstag*, Verlag Herbert Wichmann, Berlin, 1937, pp. 17-45).

Finsterwalder R., Hofmann W., 1968. *Photogrammetrie*. Walter de Gruyter, Berlin.

Fischler M.A., Bolles R.C., 1981. Random Sample Consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 24(6), pp. 381-395.

Förstner W., 2000. New orientation procedures. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, vol. 3A, pp.297-304.

Förstner W., 2002. Computer vision and photogrammetry – mutual questions: geometry, statistics and cognition. *Bildtechnik/Image Science*, Swedish Society for Photogrammetry & Remote Sensing, no. 1/2002, pp. 151-164.

Gallagher A.C., 2002. A ground truth based vanishing point detection algorithm. *Pattern Recognition*, 35(7), pp. 1527-1543.

Gracie G., 1968. Analytical photogrammetry applied to single terrestrial photograph mensuration. *XI Congress of the International Society for Photogrammetry (ISP)*, Lausanne, 8-20 July.

Grossmann E., Ortin D., Santos-Victor J., 2002. Single and multi-view reconstruction of structured scenes. *Proc. 5th Asian Conference on Computer Vision (ACCV)*, Melbourne, Australia, pp. 228-234

Grün A., Huang T.S. (eds.), 2001. *Calibration and Orientation of Cameras in Computer Vision*. Springer Series in Information Sciences, vol. 34, Springer, Berlin.

Guiducci A., 1998. 3D road reconstruction from a single view. *Computer Vision and Image Understanding*, 70, pp. 212-226.

Guiducci A., 2000. Camera calibration for road applications. *Computer Vision and Image Understanding*, 72, pp. 250-266.

Guillou E., Meneveaux D., Maisel E., Bouatouch K., 2000. Using vanishing points for camera calibration and coarse 3D reconstruction from a single image. *The Visual Computer*, 16(7), pp. 396-410.

Gurdjos P., Crouzil A., Payrissat R., 2002. Another way of looking at plane-based calibration: the centre circle constraint. *Proc. European Conference on Computer Vision (ECCV)*, Springer, pp. 252-266.

Gurdjos P., Sturm P., 2003. Methods and geometry for plane-based self-calibration. *Proc. IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition (CVPR)*, Madison, Wisconsin, vol. 1, pp. 441-446.

Gutchess D., Trajkovics M., Cohen-Solal E., Lyons D., Jain A.K., 2001. A background model initialization algorithm for video surveillance. *Proc. IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, Vancouver, Canada, Part 1, pp. 744-740.

Hallert B., 1960. *Photogrammetry: Basic Principles and General Survey*. McGraw-Hill, New York.

Haritaoglu I., Harwood D., Davis L.S., 2000. W4: real-time surveillance of people and their activities. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 22(8), pp. 809-830.

Hartley R.I., Mundy J.L. (1993). The relationship between photogrammetry and computer vision. In: *Integrating Photogrammetric Techniques with Scene Analysis & Machine Vision*, Proc. SPIE, vol.1944, pp. 92-105.

Hartley R., 1997. Self-calibration of stationary cameras. *International Journal of Computer Vision*, 22(1), pp. 5-23.

Hartley R., Zisserman A., 2000. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press.

Horn B.K.P., 1999. *Projective Geometry Considered Harmful* (αδημοσίευτη εργασία). URL: <http://www.ai.mit.edu/people/bkph/papers/harumful.pdf>

Horprasert T., Harwood D., Davis L.S., 1999. A statistical approach for real-time robust background subtraction and shadow detection. *Proc. IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV) FRAME-RATE Workshop*.

Jones P.S., 1951. Brook Taylor and the mathematical theory of linear perspective. *The American Mathematical Monthly*, 58(9), pp. 597-606.

Καλησπεράκης Η., Τζάκος Α., 2001. *Πολυεικονική Συνόρθωση με Αυτοβαθμονόμηση: Σύνταξη Προγράμματος, Έλεγχοι, Εφαρμογές*. Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Kalisperakis I., Karras G., Grammatikopoulos L., 2006. 3D aspects of 2D epipolar geometry. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences*, Vol. 36(3), pp.255-259.

Καρράς Γ., Πέτσα Ε., 1992. Η χρήση της προοπτικής σε μη μετρικές φωτογραφίες άγνωστου προσανατολισμού για την τεκμηρίωση προσόψεων ιστορικών κτιρίων χωρίς φωτοσταθερά. *Επίγεια Φωτογραμμετρία και Συστήματα Πληροφοριών Χώρου για την Τεκμηρίωση του Μνημειακού Πλούτου της Χώρας*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, σσ. 199-212.

Karras G., Patias P., Petsa E., 1993. Experiences with rectification of non-metric digital images when ground control is not available. *XV International CIPA Symposium*, Bucharest (χωρίς αρίθμηση σελίδων).

Karras G., Mountrakis G., Patias P., Petsa E., 1998. Modeling distortion of super-wide-angle lenses for architectural and archaeological applications. *International Archives of Photogrammetry & Remote Sensing*, 32(5), pp. 570-573.

Karras G., Petsa E., 1999. Metric information from single uncalibrated images. *XVII CIPA International Symposium*, Olinda, Brazil, 3-6 Οκτωβρίου (πρακτικά σε CD).

Kastrinaki V., Zervakis M., Kalaitzakis K., 2003. A survey of video processing techniques for traffic applications. *Image and Vision Computing*, 21, pp. 359-381.

Keith Price Bibliography, 2007. *Annotated Computer Vision Bibliography*.
URL: <http://www.visionbib.com/bibliography/contents.html>

Koller D., Daniilidis K., Nagel H.H., 1993. Model-based object tracking in monocular image sequences of road traffic scenes. *International Journal of Computer Vision*, 10, pp. 257-281.

Κονδύλη Α., 2003. *Μελέτη Κυκλοφοριακών Μεγεθών σε Αυτοκινητόδρομους Πυκνής Ροής (Μετρήσεις με Χρήση Φωτογραμμετρικών Μεθόδων)*. Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Kosecká J., Zhang W., 2002. Efficient computation of vanishing points. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington, DC, pp. 223-228.

Kovesi P., 2005. URL: www.csse.uwa.edu.au/~pk/Research/MatlabFns/index.html

Kraus K., 2003. *Φωτογραμμετρία. Τόμος 1: Βασικές Έννοιες και Μέθοδοι*. Εκδόσεις ΤΕΕ, Αθήνα.

Leberl F., 2001. Towards photogrammetric computer vision. *ISPRS Highlights*, 6(2), pp. 12-13.

Lee S.C., Jung S.K., Nevatia R., 2002. Automatic integration of facade textures into 3D building models with a projective geometry based line clustering. *EuroGraphics*, 21(3), pp. 511-519.

Lenz R.K, Tsai R.Y., 1988. Techniques for calibration of the scale factor and image center for high accuracy 3-D machine vision metrology. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(5), pp. 713-720.

Liebowitz D., Criminisi A., Zisserman A. 1999. Creating architectural models from images. *Eurographics '99, Computer Graphics Forum*, 18(3), pp. 39-50.

Liebowitz D., 2001. *Camera Calibration and Reconstruction of Geometry from Images*. Ph.D. Thesis, Robotics Research Group, Department of Engineering Science, University of Oxford.

Lim J.S., 1990. *Two-Dimensional Signal and Image Processing*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. (βλ. Ιδιότητα: σ. 548, εξισώσεις 9.44 - 9.46).

Lutton E., Maître H., Lopez-Krahe J., 1994. Contribution to the determination of vanishing points using Hough transform. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 16(4), pp. 430-438.

McGlone J.C. (ed.), 2004. *Manual of Photogrammetry*. American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, 5th edition, Bethesda, Maryland.

Magee M., Aggarwal J., 1984. Determining vanishing points from perspective images. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 26, pp. 256-267.

Matessi A., Lombardi L., 1999. Vanishing point detection in the Hough Transform space. *Euro-Par '99, Lecture Notes in Computer Science*, Springer, vol. 1685, pp. 987-994.

Melo J., Naftel A., Bernardino A., Santos-Victor J., 2004. Viewpoint independent detection of vehicle trajectories and lane geometry from un-calibrated traffic surveillance cameras. *Proc. International Conference on Image Analysis and Recognition, Lecture Notes in Computer Science*, Springer, vol. 3212, pp. 454-462.

Merritt, E.L., 1958. *Analytical Photogrammetry*. Pitman Publ. Co., New York.

Mikhail E.M., Bethel J.S., McGlone J.C., 2001. *Introduction to Modern Photogrammetry*. John Wiley & Sons, Inc., New York.

Mikic I., Cosman P., Kogut G., Trivedi M.M., 2000. Moving shadow and object detection in traffic scenes. *Proc. International Conference on Pattern Recognition*, Barcelona, Spain, vol. 1, pp. 321-324.

Minagawa A., Tagawa N., Moriya T., Gotoh T., 2000. Vanishing point and vanishing line estimation with line clustering. *IEICE Transactions on Information Systems*, vol. E83-D(7), pp. 1574-1582.

- Μπαντέκας Ι., 1975. *Φωτογραμμετρία*. Τόμος 1, Αθήνα.
- Nevatia R., Lv F., Zhao T., 2002. Self-calibration of a camera from video of a walking human. *International Conference on Pattern Recognition*, Quebec City, Canada, vol. I, pp. 562-567.
- Novak K., 1986. *Orientierung von Amateuraufnahmen ohne Paßpunkte*. Dissertation, Geowissenschaftliche Mitteilungen, Heft 28, Technische Inversität Wien.
- Παπατζίκου Ε., 2004. *Αφινική Ανακατασκευή Επιπέδου για 1D Μετρήσεις από Μη Βαθμονομημένες Εικόνες με Ένα Σημείο Φυγής*. Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.
- Parodi P., Piccioli C., 1996. 3D shape reconstruction by using vanishing points. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(2), pp.211-217.
- Πατιάς Π., Καρράς Γ., 1995. *Σύγχρονες Φωτογραμμετρικές Πρακτικές σε Αρχιτεκτονικές και Αρχαιολογικές Εφαρμογές*. Θεσσαλονίκη.
- Πέτσα Ε., 1996. *Φωτογραμμετρία με Ευθείες: Ανάπτυξη, Διερεύνηση και Έλεγχος Φωτογραμμετρικών Αλγορίθμων με Ευθείες για τις Σύγχρονες Ψηφιακές Εφαρμογές*. Διδακτορική Διατριβή, ΤΑΤΜ ΕΜΠ.
- Petsa E., Karras G., Aperghis G., 1993. Zur Fassadenentzerrung aus Amateurbildern niedergerissener Altstadtviertel. *Zeitschrift für Vermessungswesen & Raumordnung*, 58(8):431-436.
- Petsa E., Patias P., 1994. Formulation and assessment of straight-line based algorithms for digital photogrammetry. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 30(5), pp. 310-317.
- Petsa E., Kouroupis S., Karras G., 2001. Inserting the past in video sequences. *Proc. XVIII CIPA International Symposium*, Potsdam, Germany, pp. 707-712.
- Pollefeys M., 2002. *Visual 3D Modeling from Images*. Tutorial Notes. URL: <http://www.cs.unc.edu/~marc/tutorial/tutorial02.html>.
- Pollefeys M., van Gool L., 2002. From images to 3D models. *Communications of the ACM*, 45(7), pp.50-55.
- Pollefeys M., van Gool L., Vergauwen M., Verbiest F., Cornelis K., Tops J., Koch R., 2004. Visual modeling with a hand-held camera. *International Journal of Computer Vision*, 59(3), pp. 207-232.
- Prati A., Mikic I., Grana C., Trivedi M.M., 2001. Shadow detection algorithms for traffic flow analysis: a comparative study. *Proc. IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITS)*, Oakland, California, pp. 340-345.

Psarianos B., Paradisis D., Nakos B., Karras G., 2001. A cost-effective road surveying method for the assessment of road alignments. *Proc. IV International Symposium Turkish-German Joint Geodetic Days*, Berlin, vol. 1, pp. 235-244.

Pumrin S., Dailey D.J., 2002. Dynamic camera calibration in support of Intelligent Transportation Systems. *Transportation Research Board Annual Meeting (TRB)*, Washington, DC., no. 02-3851.

Quan L., Mohr R., 1989. Determining perspective structures using hierarchical Hough transform. *Pattern Recognition Letters*, 9, pp. 279-286.

Qing W., Guangyou X., Lei W., 2001. A three-stage system for camera calibration. *Proc. SPIE on Multispectral Image Processing and Pattern Recognition*, pp. 22-24.

Rasmussen C., 2004. Texture-based vanishing point voting for road shape estimation. *Proc. British Machine Vision Conference*, 7-9 September, London, UK. (http://www.bmva.ac.uk/bmvc/2004/papers/paper_261.pdf).

Rawiel R., 1980. Eine Methode zur Bestimmung der inneren Orientierung in der Nahbildmessung. *Bildmessung und Luftbildwesen*, 48(2), pp. 36-42.

Remondino F., Fraser C., 2006. Digital camera calibration methods: considerations and comparisons. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and the Spatial Sciences*, 36(5), pp. 266-272.

Ribeiro R., Hancock E.R., 2002. Estimating the perspective pose of texture planes using spectral analysis on the unit sphere. *Pattern Recognition*, 35, pp. 2141-2163.

Rother C., 2000. A new approach for vanishing point detection in architectural environments. *Proc. British Machine Vision Conference*, Bristol, UK, pp. 382-391.

Rother C., 2002. A new approach to vanishing point detection in architectural environments. *Image and Vision Computing*, 20(9-10), pp. 647-655.

Ruiz A., López-de-Teruel P. E., García-Mateos G., 2002. A note on principal point estimability. *Proc. 16th International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, Quebec, Canada, vol. 2, pp. 304- 307.

Semple J.G, Kneebone G.T., 1952. *Algebraic Projective Geometry*. Oxford University Press, London.

Shufelt J.A., 1999. Performance evaluation and analysis of vanishing point detection techniques. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(3), pp. 282-288.

Simond N., Rives P., 2003. Homography from a vanishing point in urban scenes. *Proc. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Las Vegas, vol. 1, pp. 1005-1010.

Σκιαδάς Ν., 2000. *Μονοεικονική Μετρητική Αξιοποίηση μη Βαθμονομημένων Εικόνων με Τρία Σημεία Φυγής*. Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Stauder J., Mech R., Ostermann J., 1999. Detection of moving cast shadows for object segmentation. *IEEE Transactions on Multimedia*, 1(1), pp. 65-76.

Southall B., Taylor C.J., 2001. Stochastic road shape estimation. *International Conference on Computer Vision (ICCV)*, Vancouver, Canada, pp. 205-212.

Stauffer C., Grimson E., 2000. Learning patterns of activity using real-time tracking. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22, pp. 747-757.

Stefanidis A., Georgiadis C., Aggouris P., 2006. Orientation of ground-level motion imagery using building facades. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 72(9):1061-1072.

Stein G.P., 1995. Accurate internal camera calibration using rotation, with analysis of sources of error. *Proc. 5th International Conference on Computer Vision (ICCV)*, Cambridge, MA, pp. 203-236.

Stein G.P., Mano O., Shashua A., 2000. A robust method for computing vehicle ego-motion. *Proc. IEEE Intelligent Vehicles Symposium IV*, Dearborn, Michigan, pp. 362-638.

Straforini M., Coelho C., Campani M., 1993. Extraction of vanishing points from images of indoor and outdoor scenes. *Image and Vision Computing*, 11(2), pp. 91-99.

Sturm P., Maybank S.J., 1999a. A method for interactive 3D reconstruction of piecewise planar objects from single images. *Proc. 10th British Machine Vision Conference (BMVC)*, pp. 265-274.

Sturm P., Maybank S.J., 1999b. On plane-based camera calibration: a general algorithm, singularities, applications. *Proc. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Fort Collins, USA, pp. 432-437.

Swaminathan R., Nayar, S., 2000. Non-metric calibration of wide-angle lenses and polycameras. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 22(10), pp. 1172-1178.

Tao C.V., El-Sheimy N., 2000. Highway mobile mapping. *GIM International*, 14(10), pp. 81-85.

Tao C.V., 2001. Visual inference techniques and their applications to single-image-based object measurement. *Surveying and Land Information Systems*, 61(2), pp. 123-128.

Thormaehlen T., Broszio H., Wassermann I., 2003. Robust line-based calibration of lens distortion from a single view. *Proc. Mirage 2003*, Rocquencourt, France, pp. 105-112.

Tuytelaars T., van Gool L., Proesmans M., Moons T., 1998. The cascaded Hough transform as an aid in aerial image interpretation. *Proc. IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pp. 67-72.

van den Heuvel F.A., 1998. Vanishing point detection for architectural photogrammetry. *International Archives of Photogrammetry & Remote Sensing*, 32(5), pp. 652-659.

van den Heuvel F.A., 1999. Estimation of interior orientation parameters from constraints on line measurements in a single image. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 32(5W11), pp. 81-88.

van den Heuvel F.A., 2001. Reconstruction from a single architectural image from the Meydenbauer Archives. *Proc. XVIII CIPA International Symposium*, Potsdam, Germany, pp. 699-706.

Wang L.-L., Tsai W.-H., 1990. Computing camera parameters using vanishing-line information from a rectangular parallelepiped. *Machine Vision and Applications*, 3, pp. 129-141.

Wang G., Tsui H., Hu Z., 2005. Camera calibration and 3D reconstruction from a single view based on scene constraints. *Image and Vision Computing*, 23, pp. 311-323.

Wenzel F., Grigat R.-R., 2006. Representing directions for Hough Transforms. *Proc. International Conference on Computer Vision Theory and Applications*, Setúbal, Portugal, vol. 2, pp. 116-121.

Wilczkowiak M., Boyer E., Sturm P.F., 2002. 3D modeling using geometric constraints: a parallelepiped-based approach. *Proc. European Conference on Computer Vision (ECCV)*, Springer, pp. 221-236.

Wilczkowiak M., Sturm P., Boyer E., 2004. Using geometric constraints for camera calibration and positioning and 3D scene modelling. *International Workshop on Vision Techniques Applied to the Rehabilitation of City Centres*, Lisbon, Portugal (in CD).

Wilczkowiak M., Sturm P., Boyer E., 2005. Using geometric constraints through parallelepipeds for calibration and 3D modelling. *IEEE Transactions on Pattern Analysis*

and Machine Intelligence, 27(2), pp. 194-207.

Williamson J.R., Brill, M.H., 1990. *Dimensional Analysis through Perspective: A Reference Manual*. Kent-Hunt Publishing Co., Dubuque, Iowa, USA.

Wolf P.R., DeWitt B.A., 2000. *Elements of Photogrammetry with Applications in GIS*. McGraw-Hill, New York.

Χρυσαφίνος Δ., 2004. *Μονοεικονική Βαθμονόμηση Μηχανής με Αξιοποίηση Ευθύγραμμων Στοιχείων: Σύνταξη και Έλεγχος Αλγορίθμων*. Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Χωριανόπουλος Π., 2001. *Μελέτη του Κυκλοφοριακού Χαρακτήρα Αυτοκινητοδρόμων σε Συνθήκες Σταθερής Ροής με Χρήση Φωτογραμμετρικών Μεθόδων*. Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Zhang Z., Luong Q.-T., Faugeras O., 1996. Motion of an uncalibrated stereo rig: self-calibration and metric reconstruction. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(1), pp. 103-113.

Zhang Z., 2000. A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11), pp. 1330-1344.